

THÈSE

présentée

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

École doctorale : Edyf
Spécialité : Dynamique des Fluides

par

CÉLINE PRIÈRE

Sous la direction de **Thierry Poinsot**

Titre de la thèse **SIMULATIONS AUX GRANDES ÉCHELLES :
APPLICATION AU JET TRANSVERSE**

Soutenue le 4 Janvier 2005 devant le jury composé de :

M. P. Sagaut	Rapporteur
M. E. Lamballais	Rapporteur
M. T. Poinsot	Examineur
M. P. Chassaing	Examineur
M. P. Gajan	Examineur
M. D. Bissières	Examineur

Résumé

Depuis plusieurs années, l'industrie des turbines à gaz place au cœur de sa stratégie de recherche les enjeux à la fois environnementaux et économiques tels que : la diminution des polluants et des nuisances sonores et la réduction de consommation du carburant. Les progrès considérables enregistrés dans ce domaine sont particulièrement dus au développement de nouveaux moteurs à grand taux de dilution dont le fonctionnement s'effectue en régime globalement pauvre, ainsi qu'à l'amélioration du mélange dans les foyers. Dans ce domaine, le jet transverse à un écoulement principal bénéficie depuis longtemps d'une attention particulière : il constitue un cas intermédiaire représentatif d'une chambre de combustion et permet d'effectuer des comparaisons directes entre les simulations numériques et l'expérience. Dans ce contexte de développement industriel, la contribution de la simulation aux grandes échelles (LES) constitue un outil de recherche très performant dans la modélisation de tels écoulements. Le principal objectif de cette thèse vise à évaluer et à améliorer la qualité des prédictions LES sur des configurations de jets transverses isolés ou multiples. Un ensemble d'outils numériques et de techniques développés dans le code de calcul compressible AVBP est présenté dans ce travail. Les différents paramètres physiques et numériques à considérer pour l'étude de telles configurations sont également mis en évidence et des stratégies pouvant apporter des améliorations significatives sur les prédictions LES sont proposées. Les différents travaux étudiés dans cette thèse sont les suivants :

- Etude de l'influence des conditions aux limites et du système d'injection d'un jet transverse isolé libre.
- Etude d'un dispositif statique d'augmentation du mélange dans une configuration de jets transverses d'une turbine à gaz industrielle.
- Etude d'une configuration de jets transverses d'une conduite cylindrique représentant une chambre de dilution de moteur à faibles émissions polluantes.

Large eddy simulations of Jets In Cross Flow

Abstract

Nowadays, environmental and economic constraints require considerable research efforts from the gas turbine industry. Objectives aim at lowering pollutants emissions and fuel consumption. These efforts take a primary importance to satisfy a continue growth of energy production and to obey to stringent environmental legislations. Recorded progresses are linked to mixing enhancement in combustors running at lean premixed operating point. Indeed, industry shows itself to be attentive in the mixing enhancement and during the last years, efforts are concentrated on fresh and burned gas dilution. The Jet In Cross Flow (JICF), which constitutes a representative case to further the research effort. It has been to be widely studied both in experimentally and numerically, and is particularly well suited for the evaluation of Large Eddy Simulations (LES). This approach, where large scale phenomena are naturally taken into account in the governing equation while the small scales are modelled, offers the means to well-predict such flows. The main objective of this work is to gauge and to enhance the quality of the LES predictions in

JICF configurations by means of numerical tools developed in the compressible AVBP code. Physical and numerical parameters considered in the JICF modelisation are taken into account and strategies that are able to enhance quality of LES results are proposed. Configurations studied in this work are the following :

- Influences of the boundary conditions and jet injection system on a free JICF
- Study of static mixing device in an industrial gas turbine chamber.
- Study of a JICF configuration represented a dilution zone in low emissions combustors.

Remerciements

Je tiens à remercier, dans un premier temps, Thierry Poinso, mon directeur de thèse pour m'avoir guidé au cours de ces trois années passées au CERFACS. J'ai à la fois apprécié son dynamisme et sa franchise en tant que chef de l'équipe CFD mais aussi ses compétences scientifiques très diversifiées.

Je souhaite naturellement remercier messieurs Pierre Sagaut¹ et Eric Lamballais² pour avoir accepté d'être rapporteurs, ainsi que Patrick Chassaing³, Pierre Gajan⁴ et Dominique Bissières⁵ qui ont accepté d'évaluer mon travail.

Mes remerciements vont également à Pierre Gajan et Alain Strzelecki de l'ONERA avec qui j'ai entretenu d'excellentes relations par le biais du contrat européen MOLECULES.

Les personnes qui m'ont aidé dans mon travail sont nombreuses mais je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Laurent Gicquel, tant pour avoir suivi toutes les étapes de ce travail, pour son aide et les innombrables conseils qu'il m'a prodigués, que pour sa patience et sa sympathie qui se sont révélées très précieuses, notamment durant les périodes un peu plus difficiles.

L'administration et l'équipe CSG du support informatique du CERFACS n'échapperont pas à mes remerciements, en particulier Marie et Chantal qui sont restées disponibles à tout moment.

Je tiens à dire enfin que ce travail a été grandement facilité par l'ambiance chaleureuse et agréable que fait régner l'ensemble des thésards et des permanents qui travaillent au CERFACS.

¹Professeur à l'Université de Paris VI

²Professeur à l'Université de Poitiers

³Professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse

⁴ONERA, Centre de Toulouse, DMAE

⁵Turboméca, Division Etudes moteurs/Combustion

A mes parents et à Seb...

Table des matières

Introduction générale	11
1 Le mélange dans les écoulements turbulents et les turbines à gaz	15
1.1 Introduction	15
1.1.1 Le mélange à la stœchiométrie	15
1.1.2 Le mélange turbulent	16
1.1.3 La préparation du mélange	17
1.2 Le contexte industriel des turbines à gaz	17
1.2.1 Les spécificités des turbines à gaz	17
1.2.2 La formation et les émissions des polluants	21
1.2.3 La contribution du mélange dans les moteurs à faibles émissions polluantes	24
1.3 Etat de l’art dans la recherche des turbines à gaz	26
1.3.1 Résumé des méthodes expérimentales en formation du mélange . . .	26
1.3.2 La LES : un outil de base pour étudier le mélange	28
1.3.3 Exigences des TAG pour les simulations LES	30
1.4 Les objectifs de la thèse	31
1.4.1 Le concept de « coarse grid LES » :	31
1.4.2 Les configurations choisies pour la thèse	31
2 Le jet transverse isolé (JICF)	35
2.1 Introduction	35
2.2 Etude bibliographique d’un JICF	36
2.2.1 Comportement moyen du JICF et ses caractéristiques	37
2.2.2 Aspect instationnaire	41

2.2.3	Injection et mélange	48
2.2.4	Conclusions	52
3	L'approche LES	53
3.1	La méthodologie LES pour étudier le mélange en géométries complexes . .	53
3.1.1	Le filtre LES	53
3.1.2	Les équations Navier-Stokes non réactives	54
3.1.3	Les équations filtrées	57
3.1.4	Les modèles de sous-maille	57
3.1.5	Présentation du code de calcul AVBP	61
3.2	Les conditions aux limites	63
3.2.1	Les conditions aux limites dites caractéristiques	63
3.2.2	L'injection de turbulence	67
3.2.3	La loi de paroi	69
4	Validation de la LES et du code de calcul AVBP pour des cas académiques	73
4.1	La turbulence homogène isotrope	73
4.1.1	Formalisme statistique et THI	73
4.1.2	THI et DNS	83
4.1.3	THI et LES	94
4.1.4	Conclusions	101
4.2	Concept de « coarse grid LES »	103
4.2.1	Introduction	103
4.2.2	Cas d'un écoulement turbulent en conduite cylindrique	104
4.2.3	Visualisations de l'écoulement	106
4.2.4	Analyses statistiques	108
4.2.5	Conclusions	114
5	Article : <i>Large eddy simulation predictions of mixing enhancement for jets in cross-flows</i>	115
6	LES de jets de dilution transverses dans une configuration industrielle	117
6.1	La configuration MOLECULES	118

6.2	Simulations numériques de l'écoulement	120
6.2.1	Le domaine de calcul	120
6.2.2	Les conditions aux limites	124
6.2.3	Les paramètres de la simulation	127
6.3	Caractérisation de la dynamique de l'écoulement	128
6.3.1	Mise en évidence des structures caractéristiques du jet	128
6.3.2	Fréquences d'apparition des différentes structures	133
6.4	Comportement moyen de l'écoulement	141
6.4.1	Profils de vitesses	141
6.4.2	Trajectoires et décroissances	150
6.5	Conclusions	152
7	LES d'un JICF et validation de la loi de paroi	153
7.1	Introduction	153
7.2	Les simulations numériques	154
7.2.1	Les conditions aux limites	154
7.2.2	Les paramètres du domaine de calcul	155
7.2.3	Les paramètres des simulations	156
7.3	Le cas d'Andreopoulos & Rodi	157
7.3.1	Le domaine de calcul	157
7.3.2	Dynamique de l'écoulement en champ proche	158
7.3.3	Comportement moyen du jet	162
7.4	Le cas de Smith & Mungal	167
7.4.1	Le domaine de calcul	167
7.4.2	Dynamique de l'écoulement en champ proche	168
7.4.3	Comportement moyen du jet	170
7.5	Conclusions	173
	Conclusions	175
	A Diagnostics	183
A.1	Diagnostics pour le mélange	183

A.1.1 Les indices de mélanges	183
A.1.2 La fonction de densité de probabilité (pdf)	184
A.2 Diagnostic pour les vortex : le critère Q	185
Article 1	192
Article 2	193

Introduction générale

Depuis plusieurs années, l'industrie des turbines à gaz place au cœur de sa stratégie de recherche les enjeux environnementaux tels que : la réduction des nuisances sonores, des émissions de polluants ou encore la consommation de carburant. Ces enjeux prennent une importance déterminante pour assurer le développement durable, au rythme d'une croissance annuelle continue de la production d'énergie et du transport aérien. Par ailleurs, les nouvelles réglementations internationales plus sévères, les taxes locales au niveau des nations voire des aéroports, le poids croissant des associations de riverains et des opinions publiques ne font qu'accroître ses efforts sans oublier les engagements résultant de la conférence de Kyoto en terme d'émissions de CO_2 . Ces enjeux prennent aussi un caractère économique suite aux récents chocs pétroliers, la réduction de consommation du carburant devenant alors une réelle motivation.

L'amélioration des performances passe alors par une connaissance approfondie de toutes les étapes, intimement liées, qui concourent à une combustion plus efficace et plus propre. L'analyse et la modélisation des différents phénomènes comme la caractérisation du carburant, l'injection dans la chambre, l'allumage et la combustion en mélange turbulent ou encore le contrôle des instabilités de combustion constituent les grands axes de la recherche dans ce domaine. Le développement de nouveaux moteurs offre des possibilités de pratiques intéressantes, leur principale exigence étant de consommer moins de carburant tout en réduisant de façon significative les émissions polluantes. Les progrès considérables enregistrés ces dernières années sont particulièrement dus à de nombreux travaux réalisés sur d'une part, l'amélioration du mélange des gaz frais à l'admission et d'autre part, la dilution des gaz brûlés.

Concernant la préparation du mélange air/carburant, de nouvelles technologies telles les moteurs LPP ou RQL ont été développées ; elles sont basées sur la stratification de la charge de carburant et le fonctionnement en régime globalement pauvre et permettent d'aller plus loin dans la réduction des NO_x . En outre, ces moteurs à grand taux de dilution favorisent la réduction de la consommation de carburant, et donc des émissions de CO_2 qui contribuent à l'effet de serre.

La dilution des gaz brûlés concerne essentiellement les turbines à gaz aéronautiques où les contraintes de tailles et de poids réduisent considérablement l'étendue de la zone de dilution. Environ 20 à 40 % du flux total d'air sont destinés à refroidir la zone de dilution des gaz brûlés et à fournir une distribution de températures acceptable pour la turbine. En outre, la température de ces gaz brûlés est un facteur décisif dans la formation des émissions de NO_x . De fait, les motoristes sont amenés à améliorer la dilution des gaz brûlés en développant de nouvelles techniques de mélange (augmentation des performances des injecteurs, brassage de l'écoulement en aval du front de flamme...).

Ainsi, l'industrie se montre très attentive dans l'amélioration du mélange dans les foyers et depuis quelques années les efforts se tournent vers le développement de nouvelles techniques d'injection des gaz frais ou gaz de dilution. De nombreuses études tant expérimentales que numériques portent sur des géométries très simplifiées d'injection, relativement éloignées de configurations industrielles. L'une d'entre elles est l'injection transverse à un écoulement principal désignée aussi dans la littérature anglo-saxonne par Jet In Cross Flow (JICF). Le caractère académique de cette étude présente l'avantage de pouvoir obtenir des résultats facilement comparables afin de bien appréhender l'ensemble des phénomènes mis en jeu dans le processus de mélange. Dans ce contexte de développement industriel, la modification des différents paramètres tels que le rapport de vitesses ou la géométrie de l'injection mais aussi les configurations de jets transverses multiples doivent être testées afin de caractériser au mieux, l'ensemble des paramètres propices à l'amélioration du mélange. L'outil numérique permet de modifier facilement les conditions d'utilisations d'un injecteur et de réduire ainsi le coût et le temps d'étude. Un grand nombre de solutions peuvent ainsi être testées pour ne retenir que les plus pertinentes et les étudier expérimentalement.

Parmi les différentes approches numériques rencontrées, les simulations aux grandes échelles, ou Large Eddy Simulations (LES), constituent un outil très performant dans l'étude d'écoulements non réactifs (et réactifs) vis-à-vis d'autres méthodes de simulations directes (DNS) ou méthodes RANS. Le concept de base de l'approche LES consiste à distinguer les différentes échelles de l'écoulement ; les grandes échelles sont alors résolues tandis que les plus petites sont modélisées. A l'inverse des méthodes RANS, où les équations de Navier-Stokes sont moyennées en temps, le concept de la LES, est particulièrement adapté à l'étude du comportement instationnaire des écoulements turbulents. En outre, la LES requiert des coûts de calculs bien moindres que la DNS qui s'avère inutilisable dans la modélisation de configurations industrielles où les nombres de Reynolds rencontrés sont particulièrement élevés.

Les principaux objectifs de ce travail consistent à étudier le mélange dans des configurations simplifiées de jets transverses isolés ou multiples représentant des turbines à gaz et à valider les méthodes LES aux moyens de comparaisons avec des résultats expérimentaux. L'investigation de nouvelles configurations physiques visant à augmenter le mélange par jets est également présentée. Cette thèse s'articulera en plusieurs parties :

Chapitre 1- Ce chapitre caractérise l'importance du mélange dans les écoulements turbulents rencontrés dans les moteurs aéronautiques ou industriels. Une description détaillée des turbines à gaz, en particulier des moteurs à faibles émissions polluantes est entreprise. L'évolution des méthodes LES étroitement liée aux exigences industrielles est également présentée.

Chapitre 2- Le contenu du chapitre 2 est le fruit du travail de recherche bibliographique relatif au jet transverse isolé (JICF) et réalisé au cours de ces trois années. La synthèse de ces références s'est avérée rapidement nécessaire en raison de l'étendue des travaux expérimentaux et numériques effectués sur le jet transverse. Les nombreux paramètres qui influent sur la dynamique et le mélange du jet transverse sont décrits pour les comportements moyens et instationnaires. Enfin, des études plus récentes de configurations de jets transverses multiples sont introduites.

Chapitre 3- Ce chapitre décrit la méthodologie LES pour étudier le mélange en géométries

complexes. Les équations Navier-Stokes sont considérées dans le cas d'un écoulement non réactif, le filtrage et les différents modèles sous-maille sont décrits. Ce chapitre présente également les conditions aux limites caractéristiques implémentées dans le code de calcul AVBP et se concentre particulièrement sur les conditions aux limites de la loi de paroi de type loi logarithmique et de l'injection de turbulence. Enfin, les diagnostics pour quantifier et visualiser le mélange sont introduits.

Chapitre 4- Ce chapitre contient une série de cas-tests permettant la validation de la LES dans des cas académiques. Dans une première section, des calculs DNS et LES de turbulence homogène isotrope sont effectués ; ils visent à identifier les limites du code de calcul en terme de résolution numérique et à mettre en évidence la nécessité des modèles de sous-maille. La deuxième section traite du concept de « coarse grid LES ». Malgré une évolution continue de la puissance des calculateurs, les coûts de calculs requis pour la simulation de chambres de combustion sont de plus importants. Parallèlement, les temps de restitution des résultats exigés par les industriels sont de plus en plus courts. Il faut alors reconnaître qu'il est très difficile de réaliser une LES correcte dans tout le domaine de calcul. Afin d'améliorer la qualité des prédictions LES sans pour autant multiplier le nombre de nœuds, deux méthodes qui sont la loi de paroi et l'injection de turbulence sont utilisées. Des calculs réalisés sur une conduite cylindrique sont effectués avec ces deux méthodes et les résultats obtenus montrent une amélioration très nette des prédictions LES.

Chapitre 5- Cette partie correspond à l'article publié dans Journal Of Turbulence, "LES of mixing enhancement : LES predictions of mixing enhancement for jets in cross-flow." L'objectif de ce travail est d'estimer le taux de mélange dans deux configurations de jets transverses simulant une zone d'admission dans une turbine à gaz industrielle ; l'une est dotée d'un dispositif statique d'« augmenteurs » de mélange, l'autre non. Les différentes prédictions LES sont comparées avec des résultats expérimentaux obtenus à l'université de Bochum (Allemagne). Cette étude vise à montrer l'amélioration du mélange par le biais d'augmenteurs de mélange et met en évidence les capacités de l'approche LES à reproduire des écoulements fortement instationnaires.

Chapitre 6- Ce chapitre présente la modélisation et l'étude d'une configuration de jets transverses simulant une chambre de dilution de moteurs d'avions à faibles émissions polluantes. Ce travail s'inscrit dans le cadre du contrat européen MOLECULES (Modelling Of Low Emission Combustors Using Large Eddy Simulations) et est effectué en collaboration avec P. Gajan (ONERA). Le domaine de calcul considéré est un conduit cylindrique dans lequel sont placés, dans une même section, huit jets transverses isothermes. Une banque de données expérimentales fournie par l'ONERA a permis d'exploiter et de valider les prédictions obtenues par la LES.

Chapitre 7- Le dernier chapitre porte sur l'étude de jets transverses isolés. Ce travail consiste à montrer la nécessité d'utiliser la loi de paroi implémentée dans AVBP. La méthode est validée en comparant les prédictions LES avec les mesures expérimentales obtenus pour des rapports de vitesses $R=2$ (expériences d'Andreopoulos & Rodi) et $R=10$ (expériences de Smith & Mungal). Ce travail montre également l'importance de la géométrie du système d'injection.

Chapitre 1

Le mélange dans les écoulements turbulents et les turbines à gaz

1.1 Introduction

1.1.1 Le mélange à la stœchiométrie

D'une façon générale, la formation du mélange consiste à mettre en contact le combustible et le comburant sous des formes propices à l'initialisation et à la propagation de la combustion ainsi qu'à l'évacuation des produits de la réaction. Le mélange homogène à la stœchiométrie, entre le combustible et le comburant (généralement de l'air) constitue le cas idéal pour une combustion complète. A titre d'exemple, une mole de méthane de formule CH_4 requiert deux moles de dioxygène pour que la combustion complète soit réalisée (*cf.* Eq. 1.1).



En substituant par les masses atomiques de chaque réactif, on définit le rapport stœchiométrique air/carburant noté encore AFR (Air/Fuel Ratio) dans la littérature anglo-saxonne ; pour le méthane, ce rapport vaut 17.4. Pour une valeur inférieure à 17.4, c'est-à-dire plus basse que la valeur à la stœchiométrie, il y a une insuffisance en oxygène. Par ailleurs, il est utile de définir la richesse Φ du mélange qui correspond au rapport fuel/air effectif divisé par le rapport fuel/air à la stœchiométrie. $\Phi=1$ correspond à un mélange stœchiométrique, tandis que $\Phi<1$ et $\Phi>1$ désignent respectivement des mélanges pauvre et riche en carburant. En pratique, dans une chambre de combustion, ce rapport air/fuel est, d'un point de vue local, loin d'être stœchiométrique et la combustion complète reste une opération délicate voire impossible. L'amélioration du mélange s'opère alors par différentes techniques (fonctionnement en mélange pauvre, contrôle des mouvements brassage de l'écoulement, pulvérisation des gouttes...).

A l'heure actuelle, une des principales voies de développement des turbines à gaz (TAG) réside dans la réduction des polluants à l'échappement des moteurs. Depuis plus de 50 ans, la puissance des TAG a considérablement augmenté et atteint aujourd'hui des niveaux de l'ordre de $250MW/m^3$. En outre, du fait des normes environnementales de plus en plus sévères, les niveaux des émissions de NO_x ont été divisés par 20, passant de

500 ppm à 25 ppm par m^3 de gaz d'échappement. L'objectif primordial porte donc sur la réduction de ces émissions polluantes. Parallèlement, les efforts se concentrent sur une diminution de la consommation du carburant tout en préservant un allumage facile ainsi qu'une combustion efficace pour de larges gammes de richesses et de pressions. Une des solutions technologiques réside dans le fonctionnement en mélange pauvre : les conditions d'opération en milieu pauvre impliquent de faibles températures de flamme et favorisent ainsi la réduction des émissions polluantes. Cependant, le principal problème rencontré dans les chambres de combustion conventionnelles est que la moindre modification visant à réduire les oxydes d'azote (NO_x) et les fumées (suies) entraîne inévitablement une augmentation du monoxyde de carbone (CO) et des hydrocarbures (HC) imbrûlés. Pour pallier à ce problème, les efforts se tournent vers le design des chambres de combustion ; l'amélioration du mélange est effectuée par des mouvements de brassage contrôlés des flux entrant dans la chambre de combustion.

La formation du mélange air-combustible est à l'heure actuelle l'un des objectifs majeurs : elle conditionne la qualité de la combustion dans les moteurs thermiques et nécessite un contrôle complexe des flux alimentant la combustion et de la dynamique de l'écoulement dans la chambre de combustion.

1.1.2 Le mélange turbulent

L'objectif est d'augmenter la dynamique de l'écoulement par des mouvements de brassage permettant un mélange à grandes et à petites échelles et d'améliorer ainsi une homogénéité locale. La génération d'écoulements swirlés dans la zone primaire de la chambre (cf. Paragraphe 1.2.1) favorise le mélange entre les gaz frais et le combustible et permet aussi la recirculation des gaz chauds issus de la combustion. Ce mouvement de swirl contribue en outre, à la stabilisation de la flamme dans une zone fixée par le constructeur.

L'amélioration du mélange turbulent à petites échelles est aussi favorisée par l'augmentation du nombre de Reynolds de l'écoulement principal. Une conséquence directe de ceci est la réduction de l'épaisseur des couches limites de la chambre. Ces couches limites peuvent contenir des produits de la réaction mais aussi des HC imbrûlés, qui peuvent être à l'origine de « flashback » (cf. Paragraphe 1.2.3).

Depuis quelques années, différentes technologies fonctionnant en mélange pauvre sont développées. Les plus couramment rencontrées dans le domaine des TAG industrielles sont la chambre de combustion à géométrie variable et la combustion étagée. Concernant les applications aéronautiques, le LPP (Lean Premix Prevaporize) semble être la technologie la plus convaincante actuellement même si elle requiert un contrôle complexe de l'écoulement et des problèmes de « flashback ». Enfin, le moteur RQL (Reach-burn/Quick-lench/Lean-burn) répond lui aussi aux exigences actuelles. Toutes ces technologies de moteurs à faibles émissions polluantes sont également présentées au paragraphe 1.2.3.

1.1.3 La préparation du mélange

Dans le domaine des TAG industrielles, les considérations de dimensionnement (taille, poids...) ne constituent pas de contrainte majeure. Les combustibles, le plus souvent sous forme gazeuse, se mélangent assez facilement avec l'air. Toutefois la recherche d'un mélange optimal est requise de manière à éviter la formation d'instabilités de combustion qui sont susceptibles d'apparaître. En revanche, concernant les applications aéronautiques, le carburant se présente généralement sous forme liquide et parfois solide. La préparation du mélange consiste alors à traiter au préalable le combustible pour l'amener en phase gazeuse ou phase vapeur, une étape de liquéfaction étant parfois nécessaire. La pulvérisation de la phase liquide est un enjeu crucial dans la formation du mélange et dépend fortement du type d'injection et de la nature du combustible employé. L'objectif primordial est d'obtenir des gouttes les plus fines possibles qui seront par la suite évaporées par convection. En résumé, la principale difficulté rencontrée par les industriels, est l'obtention de l'évaporation complète du carburant ainsi que l'homogénéisation du mélange, ceci en des temps caractéristiques très courts. Dans ce travail, la formation du mélange ne concerne que des combustibles en phase gazeuse.

1.2 Le contexte industriel des turbines à gaz

1.2.1 Les spécificités des turbines à gaz

↗ Les exigences requises pour les turbines à gaz :

Le fonctionnement d'une turbine à gaz doit satisfaire de nombreux critères qui peuvent dépendre du type de moteur considéré. Les principales exigences requises par les constructeurs sont présentées dans le tableau 1.2.1. Ces considérations sont différentes s'il s'agit de turbines à gaz aéronautiques ou industrielles. Pour les premières, la taille et le poids constituent les principales contraintes tandis que pour les secondes, les exigences concernent d'avantage une fiabilité sur le long terme et une capacité à opérer avec différents types de fuel. Une consommation minimale de carburant associée à de faibles émissions de polluants sont bien-entendu exigées pour les deux catégories de moteurs. Les techniques de fonctionnement en mélange pauvre ainsi que la formation des polluants seront respectivement développées Paragraphes 1.2.3 & 1.2.2.

Allumage :	Les performances d'allumage des turbines aéronautiques sont établies dans des conditions thermodynamiques de vol, à débit d'air constant et après l'extinction de la flamme. La procédure habituelle est de faire varier la richesse et l'allumage est généralement réalisé avec une décharge électrique.
Combustion, stabilité du front de flamme :	Une combustion efficace implique que tout le carburant doit être consommé et que la totalité de son énergie chimique est libérée en chaleur. Les limites d'extinction de la flamme doivent être les plus larges possibles c'est-à-dire que la flamme doit rester allumée sur une large gamme de richesses et de pressions. Par ailleurs, le front de flamme doit être maintenu dans une zone fixe de la chambre et en aucun cas remonter l'écoulement (« flashback »). La manière la plus élégante, et la plus sûre pour stabiliser le front de flamme est le « vortex breakdown ». Cette zone de recirculation est présente dans les écoulements swirlés et favorise à la fois la stabilité de la flamme et l'accroissement de la turbulence, accélérant ainsi le mélange et la vaporisation des gouttelettes.
Instabilités de combustion :	Les instabilités de combustion sont généralement le résultat d'interactions entre le taux de dégagement de chaleur issu de la combustion et l'acoustique présente dans la chambre. Ce couplage provoque des oscillations dont l'amplitude croît très rapidement et peut amener à la détérioration de la turbine. Ce processus est d'autant plus présent que le mélange est inhomogène et présente des poches de fuel portées à de très fortes températures lors de la combustion. Parfois, ces instabilités sont causées par des perturbations aérodynamiques générées par la turbine ou par des variations de conditions d'entrée d'air ou de carburant. Des méthodes de contrôles passifs (perforation de la chambre, résonateurs de Helmholtz) ou actifs (perturbations contrôlées des flux d'air et/ou de carburant) sont souvent employées et permettent de dissiper l'énergie acoustique dans la chambre et de réduire ainsi les oscillations de pression.
Carburants :	Classiquement, les TAG industrielles fonctionnent au gaz (gaz naturel, méthane, ...); la combustion des gaz ne présente pas de problème particulier et les taux d'émissions de NO_x et de fumées sont relativement faibles. En revanche, l'étape de mélange s'avère être plus délicate; un taux de mélange trop élevé diminue les limites de stabilité, et à l'inverse, un taux de mélange trop faible favorise les instabilités de combustion. Différentes techniques d'injection du gaz sont aujourd'hui étudiées pour obtenir un taux de mélange optimum. Les carburants liquides sont quant à eux destinés aux applications aéronautiques. Les phases d'atomisation et d'évaporation du carburant sont des étapes très sensibles à la composition du fuel et aux types d'injecteurs utilisés. Les différents temps caractéristiques de la réaction chimique mais aussi de l'évaporation doivent être pris en compte dans le processus de combustion.
Réduction des émissions polluantes :	La réduction des émissions de fumées et de polluants est à l'heure actuelle, un objectif primordial et le fonctionnement en mélange pauvre s'avère être une stratégie très convaincante. Pour la plupart des TAG industrielles, cette stratégie est adoptée et des techniques de réductions catalytiques sont également employées. Les taux de NO_x et de CO à l'échappement sont alors considérablement réduites. Pour les TAG aéronautiques, les concepts LPP et RQL se distinguent pour leurs faibles émissions de NO_x .
Puissances, fiabilité :	Les capacités des turbines à gaz aéronautiques sont de l'ordre de $50 MW/m^3$. En revanche dans l'industrie, la puissance des TAG peut atteindre les $250 MW/m^3$. Fiabilité et durabilité sont exigées et la durée de vie moyenne des turbines actuelles est estimée entre 25 000 et 50 000 heures.

Table 1.2.1 : Principales exigences requises par les constructeurs pour les turbines à gaz.

↗ Les différents types de turbines :

Deux types de chambres de combustion sont essentiellement rencontrées dans le domaine des turbines à gaz : les chambres séparées ou tubulaires et les chambres annulaires. Un compromis entre ces deux types de moteurs est qualifié de chambre mixte ou tubo-annulaire.

Dans les chambres séparées, l'injecteur est généralement situé au centre de la veine d'air et l'injection se fait dans le sens de l'écoulement principal. Des mouvements tourbillonnaires sont créés par déflexion des gaz à proximité de la zone d'injection où le mélange est riche. Un écoulement secondaire d'air permet de diluer le mélange un peu plus loin, de le refroidir et de compléter la combustion issue du mélange riche de la veine principale. Le flux total du moteur peut être ainsi divisé dans plusieurs chambres ; les débits sont alors plus faibles et plus faciles à optimiser. Par contre, les pertes de charge sont plus importantes que dans les chambres annulaires. Le principal avantage des chambres séparées est un coût de développement relativement faible. En revanche, des contraintes de taille et de poids font qu'un tel type de chambre n'est pas envisageable pour des applications aéronautiques.

Dans les chambres annulaires tout le flux gazeux circule dans la même veine. Les injecteurs sont situés radialement autour de la chambre et injectent perpendiculairement à l'écoulement gazeux. Chacun injecte peu de combustible et la « pulvérisation » du carburant liquide est facilitée par le cisaillement du jet, la multiplication du nombre de jets favorisant l'homogénéisation du mélange. La mise au point de chambres de combustion de ce type pour des moteurs de taille importante est rendue difficile compte tenu des débits importants qui y circulent. En revanche, le caractère compact de cette géométrie impose un minimum de pertes de charge. Ces caractéristiques font de ce moteur une application essentiellement aéronautique. Une représentation de chambre annulaire du moteur CF6-50 de la compagnie General Electric est montrée en Fig. 1.1.

Enfin, les deux types de chambre peuvent être combinés, on parle alors de chambres mixtes ou chambres tubo-annulaires : la combustion a lieu dans plusieurs chambres séparées ou tubulaires. Ces chambres, généralement au nombre de six ou dix, sont disposées autour d'une chambre annulaire où la combustion se poursuit de manière à s'homogénéiser avant d'arriver sur la turbine. Cette conception de moteur associe à la fois la compacité d'une chambre annulaire et les faibles pertes de charge d'une chambre tubulaire.

↗ La chambre de combustion :

La figure 1.2 présente les principales zones qui constituent une chambre de combustion. A l'entrée du brûleur se situe la zone primaire qui a pour principal objectif de réaliser une combustion efficace du mélange entre les gaz frais et le carburant entrant dans la chambre. La méthode généralement employée consiste à générer un écoulement toroïdal, créant ainsi la recirculation des gaz brûlés et le maintien de la flamme dans la zone primaire. La plupart des brûleurs utilise un swirleur situé à l'entrée autour du nez de l'injection tandis que d'autres sont dotés d'une multitude de trous localisés sur la paroi permettant une injection radiale d'air. Ces deux techniques qui aboutissent à la recirculation des gaz brûlés

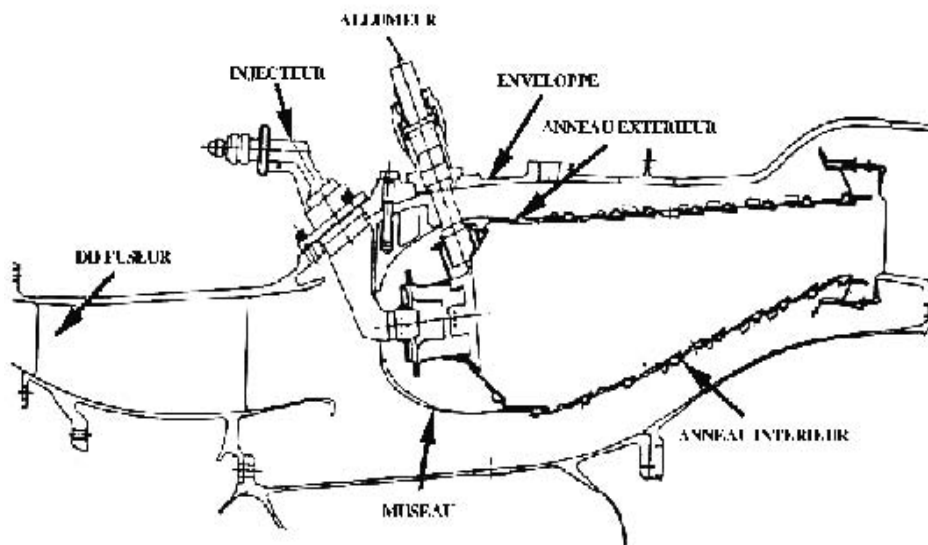


FIG. 1.1 – Schéma de la chambre annulaire du moteur CF6-50 (Compagnie General Electric).

sont généralement combinées et favorisent la stabilité du front de flamme dans la zone primaire. En aval de la flamme se situe une zone appelée zone intermédiaire dans laquelle

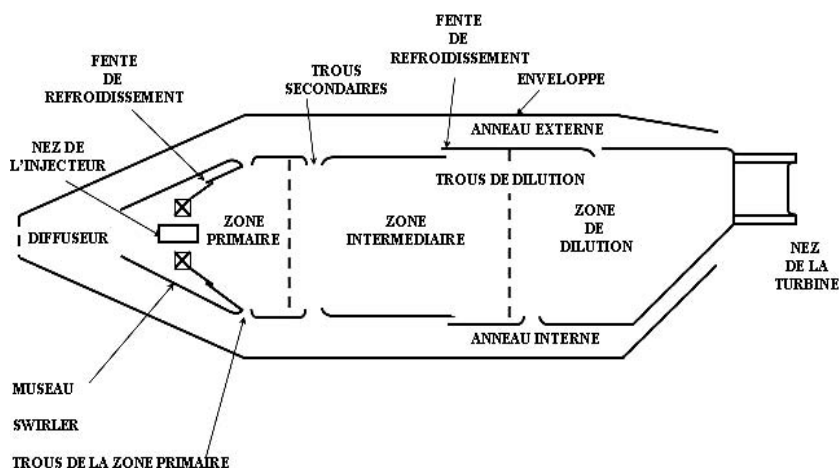


FIG. 1.2 – Schéma général des différents composants d'une chambre de combustion.

sont placés des trous de dilution encore appelés trous secondaires : la température pouvant atteindre des niveaux supérieurs à 2000 K dans la zone primaire, chute alors à un niveau intermédiaire provoquant ainsi la combustion du CO et des HC imbrûlés et favorisant la consommation des suies. Le refroidissement de la paroi s'avère être toutefois nécessaire dans cette zone ; il est effectué par l'intermédiaire de petites fentes inclinées par rapport à la paroi, dans lesquelles circule de l'air froid issu du compresseur. Cet air vient alimenter les couches limites de la zone intermédiaire protégeant ainsi localement la paroi des fortes

températures. Enfin, plus en aval se trouve une zone de dilution dont le rôle essentiel est d'obtenir un écoulement avec une distribution de températures de sortie acceptable par la turbine. Le flux d'air qui représente 20 à 40 % du flux total est injecté et la taille, la forme des trous d'injection mais aussi la pénétration des jets sont optimisés pour améliorer le mélange avec l'écoulement principal. En théorie, l'homogénéité du mélange est réalisée par l'utilisation de zones de dilution très longues mais les contraintes de taille et de poids des moteurs réduisent considérablement l'étendue de cette zone. Généralement le rapport longueur/diamètre de la zone de dilution est estimé à 1.5.

Enfin, il faut noter la présence du diffuseur en amont de la chambre de combustion. Il vise à réduire la vitesse en sortie du compresseur et assure ainsi un écoulement stable à l'entrée du brûleur. Parallèlement, l'augmentation de la pression dynamique de l'écoulement assure des taux de turbulence plus élevés.

1.2.2 La formation et les émissions des polluants

Du fait de normes environnementales de plus en plus contraignantes, les technologies de contrôle des émissions dans le domaine des turbines à gaz évoluent en permanence. La plupart des polluants produits dans les moteurs à flux continu sont le résultat de réactions chimiques faisant intervenir les constituants de l'air et du carburant ; les concentrations de ces polluants à l'échappement sont différentes de celles calculées à l'équilibre chimique. Dans ces conditions, les mécanismes détaillés conduisant à la formation de ces polluants et la cinétique de cette formation sont très importants. La table 1.2 répertorie les principaux polluants, appelées encore polluants primaires, présents à l'échappement des TAG.

Polluants	Origine	Commentaires
CO_2	Combustion des hydrocarbures.	Contribue à l'effet de serre, <i>réglementé</i> , normes différentes selon les pays (Kyoto, 1997).
CO	Combustion en mélange riche.	Toxique, <i>réglementé</i> .
NO	Réaction avec l'oxygène et l'azote de l'air à haute température.	Peu toxique mais précurseur du NO_2 , <i>réglementé</i> .
NO_2	Oxydation du NO .	Toxique pour le système pulmonaire. Précurseur de l'ozone, <i>réglementé</i> .
N_2O	Oxydation partielle de l'azote ou réduction partielle du NO .	« Gaz hilarant ». Gaz à effet de serre.
Hydrocarbures	Carburant non brûlé, oxydation partielle du carburant.	Produits plus ou moins toxiques, et réactifs, <i>réglementé</i> .
dont méthane	Dissociation du carburant.	Peu réactif, <i>réglementé</i> sauf aux US. Gaz à effet de serre, non toxique.
dont benzène	Carburant imbrûlé.	Toxique, cancérigène. Teneur limitée dans le carburant.
Particules, suies	Combustion en mélange très riche.	Les particules dues au plomb sont en nette diminution, <i>réglementé</i> .
SO_2	Oxydation du soufre contenu dans le carburant.	Irritant, précurseur de SO_3 puis du H_2SO_4 . Teneur en soufre des carburants <i>réglementée</i> . Présence de SO_2 dans les fuels lourds.

TAB. 1.2 : Présentation des principaux polluants présents à l'échappement des TAG.

Il est important de noter que les turbines à gaz opérant généralement à fortes charges, sont conçues pour fonctionner avec un rendement maximal. Cependant, le contrôle simultané des émissions est rendu difficile ; à fortes charges, les températures élevées de flamme impliquent une augmentation dramatique des NO_x et des fumées. A faibles charges, la combustion incomplète apparaît provoquant la formation de CO et de HC imbrûlés. Un diagramme représentatif des évolutions des principales émissions polluantes en fonction de la charge du moteur est montré en Fig. 1.3.

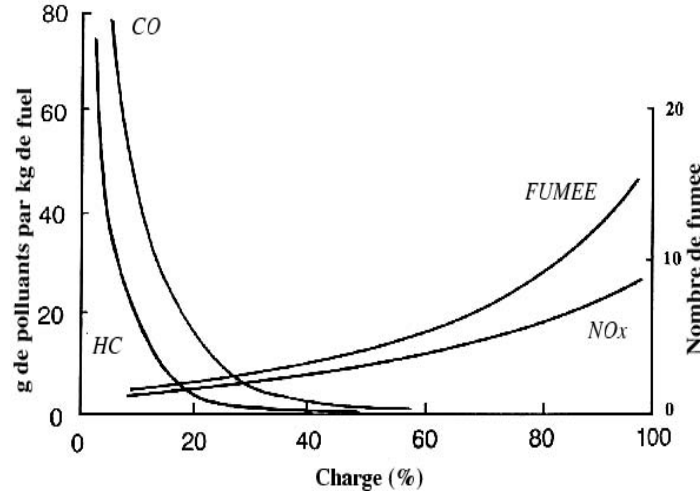


FIG. 1.3 – Evolution des principaux polluants en fonction de la charge du moteur.

↗ Les oxydes d'azote :

Le mécanisme de formation prédominant des NO_x dans les turbines à gaz est le NO thermique ; il est formé au sein des gaz brûlés en aval du front de flamme par les réactions chimiques entre les atomes et molécules d'oxygène et d'azote portés à hautes températures et qui n'atteignent pas leur équilibre chimique. La température de flamme et le temps de résidence du NO sont des facteurs essentiels de la formation du NO thermique. Plus la température des gaz brûlés est élevée et plus le taux de formation de NO est important. Dès que la combustion s'achève, les gaz brûlés se refroidissent rapidement, ce qui entraîne le figeage du NO . Le mécanisme de formation du NO à partir de l'azote atmosphérique est généralement décrit sous la forme du mécanisme de Zeldovich étendu, Eqs. 1.2-1.4 :



Ce mécanisme est valable pour la formation des NO dans les gaz issus de la combustion d'un mélange air-combustible au voisinage de la stœchiométrie. La réaction 1.4 se produit surtout en mélange très riche.

Les constantes du taux de réaction pour le mécanisme de formation du NO ont été déterminées expérimentalement ; elles sont exprimées dans le tableau suivant. k_i^+ et k_i^-

sont les constantes de la réaction i prises respectivement dans les sens direct et inverse.

Réaction i	Constantes de réaction k_i^+ et k_i^- ($\text{cm}^3/\text{mole-s}$)	Gamme de températures (K)
(1) $O + N_2 \rightarrow NO + N$	$7,6 \times 10^{13} \exp[-38000/T]$	2000-5000
(-1) $N + O_2 \rightarrow N_2 + O$	$1,6 \times 10^{13}$	300-5000
(2) $N + O_2 \rightarrow NO + O$	$6,4 \times 10^9 \exp[-3150/T]$	300-3000
(-2) $O + NO \rightarrow O_2 + N$	$6,4 \times 10^9 \exp[-3150/T]$	1000-3000
(3) $N + OH \rightarrow NO + H$	$4,1 \times 10^{13}$	300-2500
(-3) $H + NO \rightarrow OH + N$	$2,0 \times 10^{14} \exp[-23650/T]$	2200-4500

TAB. 1.5 : Constantes de réaction pour le mécanisme de formation du NO (déterminées expérimentalement).

Le taux de formation du NO est alors donné par la relation :

$$\frac{d[NO]}{dt} = k_1^+[O][N_2] + k_2^+[N][O_2] + k_3^+[N][OH] - k_1^-[NO][N] - k_2^-[NO][O] - k_3^-[NO][H] \quad (1.5)$$

Il faut noter que les températures d'activation des réactions (1), (-2) et (-3) sont très élevées, ce qui dénote une forte dépendance de la formation du NO à la température.

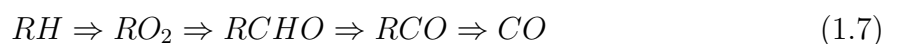
Un autre mécanisme de formation des NO_x est à prendre en considération ; c'est le « prompt » NO . Il se forme dans les zones riches du front de flamme et intervient via la réaction définie par la relation 1.6. Cependant les niveaux atteints restent peu élevés par rapport au NO thermique.



Enfin, si le carburant contient une quantité significative d'azote, plus de 1% pour certains fuels lourds, des émissions en faibles proportions de fuel- NO sont détectés à la sortie de certains moteurs tels que les moteurs Diesel marins lents.

↗ Le monoxyde de carbone et les hydrocarbures imbrûlés :

Le CO et les HC imbrûlés proviennent tous deux d'une combustion incomplète lors du fonctionnement des turbines à gaz à faibles charges (*cf.* Fig. 1.3). Une richesse $\Phi=0.8$ dans la zone primaire semble être la valeur optimale pour garder de faibles niveaux de CO et de HC imbrûlés. De plus, l'augmentation de l'atomisation du fuel et du temps de résidence du mélange dans la zone primaire semble aussi contribuer à leurs réductions. Les émissions de CO en aval du front de flamme sont le résultat d'un temps de résidence insuffisant à des températures élevées. La formation du CO est une des principales étapes de réaction du mécanisme de combustion des hydrocarbures qui peut être résumé par la relation suivante :



où R est un radical. Le CO formé suivant ce chemin est ensuite oxydé en CO_2 à un taux plus lent. La principale réaction d'oxydation du CO dans une flamme air-hydrocarbure est donnée par la relation 1.8. Bien que le CO_2 ne soit pas nocif pour la santé, il contribue toutefois à l'effet de serre et au réchauffement de la planète. Une réglementation du CO_2 , différente selon les pays a été déterminée au sommet de Kyoto (1997).



↗ Les suies :

La présence de suies est due à une combustion en mélange très riche et à une condensation de molécules légères. Les principaux facteurs gouvernant les émissions de suies sont la température de l'air issu du compresseur, les hautes pressions et la qualité de pressurisation du carburant. En pratique, la réduction des suies, favorisée par l'élimination des poches riches en fuel, est obtenue par l'augmentation des flux d'air dans la zone primaire associée à une amélioration du mélange. Cette opération implique malheureusement une augmentation des émissions de CO et des HC imbrûlés. Les efforts se tournent également vers de nouveaux designs des systèmes d'injection qui améliorent l'atomisation du carburant.

↗ Les oxydes de soufre :

Les oxydes de soufre (SO_x) dépendent fortement du type de combustible utilisé. Le soufre contenu dans les fuels réagit avec l'oxygène pour donner du SO_2 et du SO_3 . Cependant, en raison de la grande toxicité des composés sulfureux, les turbines à gaz fonctionnent aujourd'hui avec des fuels désulfurisés et émettent des niveaux de SO_x relativement insignifiants.

1.2.3 La contribution du mélange dans les moteurs à faibles émissions polluantes

Le principal problème dans la réalisation du design des chambres de combustion est d'obtenir une combustion efficace pour de larges gammes de richesses, une réduction de la consommation du carburant ainsi qu'un minimum d'émissions polluantes à l'échappement. Du fait de normes environnementales de plus en plus strictes, ce dernier point constitue désormais l'un des principaux axes de recherche. Aujourd'hui, le fonctionnement des moteurs en mélange pauvre semble avoir été adopté par la plupart des constructeurs. L'amélioration du mélange constitue alors une étape incontournable dans le développement des différentes technologies. Ces nouveaux designs de chambre permettent une diminution significative des NO_x et des fumées, sans pour autant augmenter les émissions de HC imbrûlés et de CO .

↗ Les technologies actuelles des moteurs fonctionnant en mélange pauvre :

Une première solution consiste à utiliser une chambre de combustion à géométrie variable afin de réguler l'air entrant dans la zone primaire. Ainsi, à hautes pressions, de larges quantités d'air sont employées pour minimiser la formation des NO_x et des suies. En revanche, à basses pressions, l'air est en partie supprimé ; la diminution de la vitesse de l'écoulement contribue à une réduction notable du CO et des HC imbrûlés. Ce type de géométrie variable, imposant en outre des contraintes de coût et de poids, est propice aux mécanismes de « flashback » et requiert par conséquent un contrôle complexe de l'écoulement. De fait, cette technologie largement employée dans le domaine des TAG industrielles, ne convient pas vraiment aux applications aéronautiques. Une autre alternative, désignée sous le nom de « combustion étagée », permet l'optimisation de la combustion et la réduction significative des polluants. Deux zones séparées sont considérées dans une même chambre ; des injections de mélange air-carburant sont effectuées dans chacune des deux zones. A faible puissance, la combustion se fait dans la zone principale amont à une richesse voisine de 0.8 permettant ainsi une production minimale de HC imbrûlés et de CO . Lorsque le moteur fonctionne à pleine puissance, les injections de mélange air-carburant sont effectuées dans la deuxième zone. Les efflux issus de la première zone agissent alors comme une source pilote de chaleur. Ces conditions de températures favorisent le bon déroulement et l'optimisation de la combustion dans la deuxième zone. En opérant ainsi, les richesses observées dans les deux zones sont voisines de 0.6 et les émissions de NO_x et de fumées sont sensiblement réduites.

Dans le domaine des TAG aéronautiques, le LPP (« Lean Premix Prevaporize ») apparaît être la technologie la plus avancée en matière de faibles émissions de NO_x . La figure 1.2 montre une représentation schématique du LPP. L'objectif de ce design est d'atteindre une évaporation complète du carburant liquide (fuel) évitant ainsi la présence de gouttes dans le processus de combustion. Ces gouttes constituent des zones locales riches où la température élevée favorise la production des NO_x et des fumées. Le mélange air-gaz s'opère alors à une richesse voisine de 0.8. Toutefois, les conditions de températures et de pressions impliquées dans l'évaporation du fuel sont susceptibles de développer les mécanismes d'auto-allumage et de « flashback ». Pour faire face à ces problèmes, une combustion étagée ou une géométrie variable est utilisée mais cela implique en contre-partie des difficultés et un coût supplémentaires de réalisation.

Une dernière technologie tout aussi convaincante que le LPP est présentée dans ce paragraphe : c'est le moteur RQL qui signifie « Reach-burn/Quick-lench/Lean-burn ». Ce concept présente une zone primaire riche en fuel (« Reach-burn ») où les taux de formation des NO_x sont très bas du fait des basses températures associées à un milieu pauvre en oxygène. En aval de la zone primaire, de l'air additionnel est injecté pour achever le processus de la combustion et réduire les niveaux de température des gaz. La qualité de l'injection d'air doit conditionner un mélange rapide et uniforme avec les efflux de gaz issus de la zone primaire. Cette étape de « Quick-lench » a une importance décisive dans le concept des moteurs RQL. Le fonctionnement global en mélange pauvre est désigné par le terme « Lean-burn ».

En définitive, le bon déroulement de la combustion est particulièrement sensible à la qualité du mélange dans les zones riches. Un aspect important réside dans la génération de mouvements de brassage effectués par des organes tels que des swirlers, des injections secondaires de mélange air-carburant ou des jets de dilution (air). L'utilisation de dispositifs statiques ou dynamiques destinés à augmenter le mélange fait aussi l'objet de

nombreux travaux. Il faut s'assurer cependant que leur utilisation n'impose pas une perte de charge trop importante. Enfin, l'un des problèmes majeurs des TAG fonctionnant en prémélange réside dans l'apparition des mécanismes de « flashback » pouvant causer des conséquences dramatiques pour le fonctionnement des moteurs.

↗ Le « flashback » :

Deux principaux types de « flashback » sont identifiés. Le plus fréquemment rencontré apparaît dans l'écoulement principal suite à une inversion des flux. Les différentes causes responsables de ce phénomène sont soit la présence d'instabilités de combustion dans la chambre, soit une poussée non contrôlée du compresseur. Dans des conditions de pressions et de températures élevées, associées à des temps de résidence des gaz trop longs, une remontée du front de flamme dans la zone de prémélange est également possible provoquant elle aussi l'apparition d'un « flashback ». Un second type de « flashback » est impliqué dans les couches limites le long des parois de la section de prémélange. Ces couches limites peuvent contenir des *HC* imbrûlés qui sont susceptibles d'initier la combustion.

1.3 Etat de l'art dans la recherche des turbines à gaz

Les progrès enregistrés ces dernières années dans le domaine des turbines à gaz sont en partie dus au développement des méthodes de simulations numériques qui jouent un rôle important dans le design des chambres de combustion mais aussi grâce à l'évolution des techniques de mesures. La comparaison expériences/simulations devient une étape incontournable dans le développement des moteurs actuels. Cette section fait un bilan de l'ensemble des outils (expérimentaux et numériques) destinés à étudier le mélange dans les turbines à gaz. Dans un premier temps, les différentes techniques de mesures expérimentales sont présentées. Puis, une description du concept de l'approche LES est réalisée en comparaison avec d'autres méthodes numériques type DNS ou RANS. Les capacités de cette approche à prédire des écoulements turbulents sur des configurations industrielles sont également mises en évidence dans cette section.

1.3.1 Résumé des méthodes expérimentales en formation du mélange

Pour valider la LES, il est indispensable de disposer de résultats expérimentaux. Ce paragraphe présente les techniques de mesures expérimentales les plus employées dans les moteurs à flux continus. Il faut distinguer les mesures qui peuvent s'appliquer à chacune des phases constituant le mélange, ainsi qu'aux grandeurs physiques (vitesse, température, pression, concentration) qui les caractérisent. Les moyens de mesure applicables dans le domaine des turbines à gaz sont limités par les valeurs importantes de certaines grandeurs telles que la pression ou la température dans les chambres de combustion, mais aussi par le temps réduit dans lesquels ont lieu certains phénomènes. Seules les techniques de mesures en phase gazeuse les plus couramment utilisées sont développées ici.

↗ **La vitesse :**

Les mesures de vitesses de la phase gazeuse ont longtemps été effectuées de façon efficace avec la technique de fil chaud où les composantes de la vitesse sont obtenues. Comme pour la température, la taille du fil sensible détermine la sensibilité de la mesure aux fluctuations de vitesses. La durée de vie du capteur peut être très courte si l'écoulement comporte des impuretés.

Les techniques optiques se sont développées et les plus rencontrées sont l'anémométrie laser Doppler (LDA) et la vélocimétrie par images de particules (PIV). Ces deux techniques nécessitant l'installation d'accès optiques vers la zone de mesure, sont basées sur la diffusion de la lumière par des particules de l'écoulement. Très souvent donc il fautensemencer l'écoulement avec des traceurs, c'est-à-dire des particules de petites tailles (quelques μm au plus) qui suivent bien l'écoulement sans s'agglomérer ni brûler dans le cas où il y a combustion.

Dans le cas de la LDA, deux faisceaux laser monochromatiques convergent vers un volume où ils interfèrent. Cela donne lieu à des franges d'interférence régulièrement espacées. La distance entre deux franges est fixée par la longueur d'onde des faisceaux. Une particule traverse donc successivement des zones lumineuses et sombres, et diffuse la lumière vers les détecteurs. La mesure du temps entre deux impulsions lumineuses permet de remonter à une mesure locale d'une composante de vitesse. La mise en jeu de plusieurs couples de faisceaux de couleurs différentes permet d'accéder aux autres composantes.

Dans la PIV, des clichés photographiques successifs sont réalisés d'une même zone éclairée par un plan lumineux. L'intervalle de temps entre deux clichés est réduit le plus possible et connu avec précision. A l'aide de méthodes statistiques, la distance entre deux images d'une même particule est mesurée et le vecteur vitesse est déduit.

↗ **La concentration :**

Tout comme pour la vitesse, des méthodes optiques sont aussi développées pour les mesures de concentration. La tomographie laser consiste à éclairer une zone plane où circule un mélange dont un des composants possède des particules (ensemencement) qui diffuse la lumière reçue. En mesurant l'intensité lumineuse, on accède à la concentration des particules. Le problème de la taille et des caractéristiques de diffusion des particules se pose comme pour les mesures de vitesse.

Une autre technique de mesure de concentration est la fluorescence induite par laser (LIF). Un laser éclaire un mélange dont un des composants fluoresce sous l'effet de l'excitation lumineuse. En sélectionnant bien la longueur d'onde du laser et du composé qui fluoresce, on peut détecter la présence de ce dernier à l'aide d'un détecteur lumineux centré sur la longueur de fluorescence. Il faut pour cela mélanger parfaitement au combustible un composé dont les caractéristiques de fluorescence sont bien connues. Par contre, le phénomène ayant lieu à l'échelle moléculaire, le problème de la taille des particules ne se pose pas.

↗ La température :

Les sondes à résistance ou les thermocouples sont des appareils couramment utilisés qui fournissent sur une large gamme, des données locales de température. Les éléments sensibles sont noyés au sein de l'écoulement. Il faut noter que les dimensions de l'élément sensible sont d'autant plus petites que la vitesse du gaz et sa fluctuation sont élevées. En conséquence, il est difficile de faire des mesures dans la durée sans changer fréquemment de capteur.

↗ La pression :

La pression statique est mesurée dans la chambre au moyen de capteur piézo-électriques. La principale difficulté de la mesure est l'implémentation du capteur. Celui-ci doit être situé le plus près possible des parois de la chambre. Dans le cas contraire, le canal de communication entre le capteur et la chambre se comporte comme un résonateur et donne lieu à des distorsions du signal de pression.

1.3.2 La LES : un outil de base pour étudier le mélange

Les méthodes de type Large Eddy Simulations (LES) [23] [49] [54] [72] [74] sont capables de simuler des écoulements turbulents réactifs ou non et instationnaires dans des géométries complexes et en des temps de calcul raisonnables. Aujourd'hui, la LES satisfait de nombreux objectifs déterminés par les industriels.

Le concept de base de cette approche réside dans la distinction des différentes échelles présentes dans un écoulement turbulent. Les petites structures (qui possèdent des propriétés universelles) sont modélisées de façon statistique tandis que les plus grosses, qui dépendent généralement de la géométrie considérée, sont résolues. Ce concept fait de la LES un compromis intermédiaire entre les codes RANS [45], dans lesquels l'écoulement moyen est résolu et où l'ensemble des fluctuations turbulentes est modélisé, et les codes DNS où toutes les fluctuations turbulentes sont résolues.

↗ Les petites structures sont modélisées :

La principale difficulté dans la simulation et la modélisation d'écoulements turbulents réside dans le fait que l'étendue du spectre des fréquences rencontrées dans l'écoulement est très large. Pour donner une idée, le rapport entre les structures les plus énergétiques de taille caractéristique L et les plus petites, encore appelées échelles de Kolmogorov η ou échelles de dissipation, varie avec $Re_u^{3/4}$ où $Re_u = u' L / \nu$. u' est la fluctuation caractéristique de la vitesse et ν la viscosité cinématique. Considérons un écoulement dans un canal avec un nombre de Reynolds basé sur la hauteur du canal de 10^6 . Reynolds (1989) a estimé que $Re_u \sim Re^{0.9}$. En DNS aucune modélisation n'est effectuée et toutes les échelles de l'écoulement sont résolues. La simulation d'un tel écoulement nécessiterait plusieurs années de calcul. Ceci semble bien loin des objectifs déterminés par les industriels

qui effectuent aujourd'hui des simulations de plus en plus coûteuses (brûleurs, chambres de combustion...). Dans l'approche LES, seules les grosses structures sont résolues et l'influence des fines échelles sur les plus grosses est prise en considération à l'aide d'un modèle de sous-maille (*cf.* paragraphe 3.1.4). Il est à noter par ailleurs, que la modélisation LES nécessite de connaître les niveaux d'énergie dans l'écoulement et d'estimer les ordres de grandeurs des échelles résolues et ceux pris en compte par le modèle. Une attention particulière doit être alors portée sur la résolution du maillage qui reste inférieure à la celle d'une DNS mais qui permet une estimation de la solution en des temps raisonnables quant aux contraintes industrielles. A titre d'exemple, la figure 1.4 compare un calcul LES en 3D d'un brûleur d'une turbine à gaz aéronautique avec un calcul 2D en DNS d'une fente d'injection inclinée. Ces calculs, réalisés au CERFACS, montrent des perspectives différentes entre l'approche LES et la DNS.

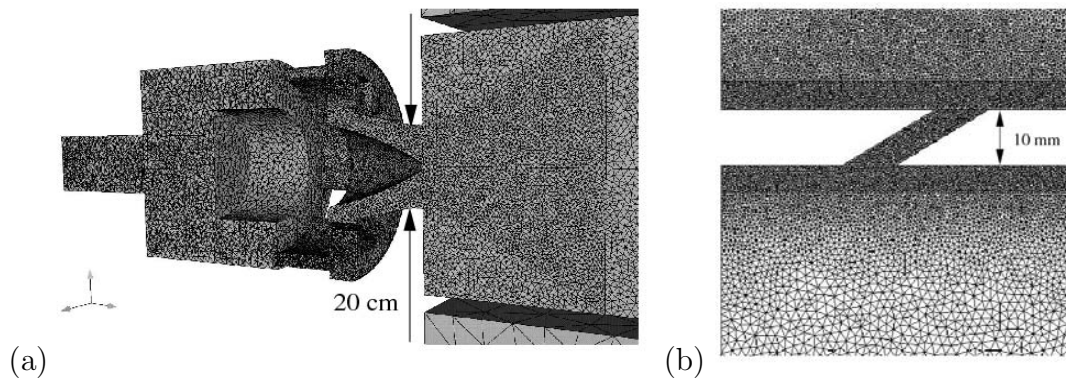


FIG. 1.4 – (a) : maillage (3D, 400000 nœuds) pour la simulation LES d'un écoulement swirlé dans une chambre de turbine à gaz aéronautique. (b) : maillage (2D, 20000 nœuds) pour la simulation DNS d'une fente inclinée dans une paroi perforée. Calculs réalisés au CERFACS.

↗ Les grosses structures sont résolues :

En LES, le caractère instationnaire des grandes échelles est simulé au lieu d'être moyenné comme dans la modélisation RANS ; cette approche constitue un atout très important de la LES vis-à-vis des méthodes RANS qui s'avèrent généralement insuffisantes pour l'étude d'écoulements complexes, fortement rotationnels ou compressibles. En revanche, la LES donne accès aux mouvements instationnaires dominants ; elle permet ainsi la détection des structures instationnaires telles que l'ensemble des structures cohérentes discernables dans un jet transverse à un écoulement principal. Cette approche permet aussi la détection du « vortex shedding », structure instationnaire rencontrée dans les écoulements swirlés. La LES s'avère en outre, être un outil puissant pour prédire les instabilités de combustion résultant du couplage entre les ondes acoustiques et le taux de dégagement de chaleur. Ces instabilités peuvent être à l'origine de « flashback », phénomène particulièrement dangereux qui peut entraîner la détérioration de la turbine.

1.3.3 Exigences des TAG pour les simulations LES

Les méthodes LES, qui se développent de manière exponentielle, représentent aujourd'hui la rupture technologique pour l'avenir proche. Les capacités prédictives de la LES sont confirmées dans les domaines courants tandis que de nouveaux objectifs sont définis tels que l'aéroacoustique, l'interaction fluide/structure, ou encore l'allumage et l'extinction. Ces enjeux nécessitent de gros efforts comme le coût CPU, la parallélisation massive, l'optimisation ou même l'introduction de nouveaux modèles.

↗ Les capacités de la LES aujourd'hui :

Jusqu'à présent, pour des raisons de coût de calcul ou de complexité, la LES des écoulements réactifs a été limitée à des configurations simples 2D (Angelberger *et al.* [4], Légier *et al.* [46]...) ou axi-symétriques (Pitsch & Steiner [66]...) et à la modélisation d'écoulements en régime simple (faibles vitesses d'écoulements, écoulements complètement prémélangés ou flammes en écoulements non prémélangés, effets compressibles négligés...). Ces différentes études ont permis de se concentrer sur la physique de la LES et le développement de modèles tels que les modèles de sous-maillages, les modèles d'interaction flamme/turbulence... Les schémas numériques sont alors totalement structurés d'ordre élevés (4 à 6 en espace). Ces approches académiques constituent une étape indispensable pour effectuer des comparaisons avec l'expérience ou avec d'autres approches de simulations numériques et valider ainsi les modèles.

La modélisation des turbines à gaz est aujourd'hui l'un des objectifs principaux pour les industriels. Cependant, de nombreux efforts sont à fournir dans la simulation de chambres réelles. D'une part, cela implique généralement l'utilisation de maillages non structurés, indispensables à la modélisation de certains écoulements en géométries complexes (une illustration en est donnée Fig. 1.4(a)) qui apportent des difficultés supplémentaires à la réalisation ; par exemple la complexité des schémas numériques pour des maillages non structurés ou encore la nécessité d'un filtrage spatial plus complexe dans le cas de maillages fortement irréguliers et anisotropes font encore aujourd'hui l'objet de nombreux travaux.

D'autre part l'augmentation de la taille des domaines de calcul, associé à un raffinement local nécessaire dans certaines zones du maillage (le front de flamme, les injecteurs localisés dans les différentes zones de la chambre, les zones de swirl), nécessite des coûts de calcul encore importants. Malgré des capacités indéniables de la LES par rapport à d'autres approches telles que la DNS à simuler des écoulements en géométries complexes, l'évolution de la puissance des ordinateurs, les coûts de calculs (en temps et en nombre de processeurs) sont de plus en plus élevés. Il faut reconnaître cependant, que dans la plupart des chambres de combustion, il est impossible de réaliser une LES correcte dans tout le domaine de calcul et certaines régions telles que les vannes du swirlleur, les jets de dilution où encore l'écoulement dans les zones proches de la paroi, ne bénéficient pas d'une résolution suffisante pour reproduire correctement la physique.

En outre, dans la modélisation d'écoulements à hauts nombres de Reynolds, l'utilisation de conditions aux limites à l'entrée ne reproduisent pas de manière convenable les niveaux de fluctuation ; en d'autres termes, la turbulence n'est pas pleinement développée dans les régions proches des entrées du domaine de calcul. La comparaison à l'entrée du domaine

des champs prédits par la LES avec l'expérience s'avère délicate et nécessite alors un prolongement conséquent du domaine de calcul.

1.4 Les objectifs de la thèse

Le cadre de cette thèse est l'étude du mélange dans les turbines à gaz aussi bien pour la préparation du mélange que pour les jets de dilution. Pour cela, on utilise des méthodes LES et un ensemble de résultats expérimentaux. La configuration de base est celle du JICF (Jet in Cross-Flow) isolé ou multiple. Le premier objectif est d'évaluer l'état de maturité des outils LES en termes de géométries complexes, de précision des modèles de mélange et le coût de calcul nécessaire à la simulation. Le second objectif est d'investiguer différentes configurations physiques de mélange par jets où la LES doit pouvoir apporter un diagnostic poussé. Enfin, on étudiera aussi comment augmenter le mélange dans certaines configurations.

1.4.1 Le concept de « coarse grid LES » :

Afin d'améliorer la qualité des prédictions LES sans pour autant augmenter la taille et le nombre de nœuds du domaine de calcul, deux modèles, implémentés dans le code de calcul AVBP, sont présentés ici. Le premier est une loi de paroi de type loi logarithmique qui a pour but de modéliser l'écoulement dans les régions proches des parois et de mimer ainsi les effets de la paroi sur l'écoulement. La reproduction des champs de vitesses et de températures dans l'écoulement près des murs est proprement établie et ne nécessite pas une résolution très fine du maillage. Les améliorations fournies par ce type de modélisation sont respectivement illustrées aux chapitres 4 & 7 pour un conduit cylindrique et un jet transverse isolé. Cette loi de paroi a par ailleurs été utilisée pour la simulation de jets de dilution dans une chambre de combustion (*cf.* Chapitre 6) et le comportement prédit à la paroi est en très bon accord avec les mesures. Le second type de modélisation est désigné sous le nom d'injection de turbulence. Il correspond à une condition aux limites pour laquelle un profil de fluctuations turbulentes associé à des profils de vitesses, de températures et d'espèces est imposé. Le réel avantage apporté par l'injection de turbulence est que, pour des écoulements à hauts nombres de Reynolds, la turbulence est rapidement établie ; la reproduction de profils expérimentaux dès l'entrée du domaine de calcul ne nécessite pas d'accroître alors la taille du domaine de calcul afin de déstabiliser l'écoulement de manière temporelle. L'injection de turbulence est également employée pour la configuration industrielle au chapitre 6 et les prédictions LES obtenues avec et sans injection de turbulence sont comparées. Pour le conduit cylindrique, Section 4.2, des résultats relatifs à l'injection de turbulence sont également présentés.

1.4.2 Les configurations choisies pour la thèse

Le point commun des configurations investiguées dans ce rapport est l'injection perpendiculaire à l'écoulement principal. Les aspects qualitatifs (structures cohérentes du jet

transverse) comme les aspects quantitatifs (trajectoires, taux de concentration, fréquences de passage des structures dans la région proche injection...) sont étudiés.

Les chapitres 5 & 6 sont tous deux consacrés à des configurations industrielles. La première étude, Fig. 1.5, se réfère à une turbine à gaz industrielle dans laquelle le mélange est analysé. La mise en place d'un dispositif statique dans l'écoulement est effectuée et les effets sur le mélange sont évalués.

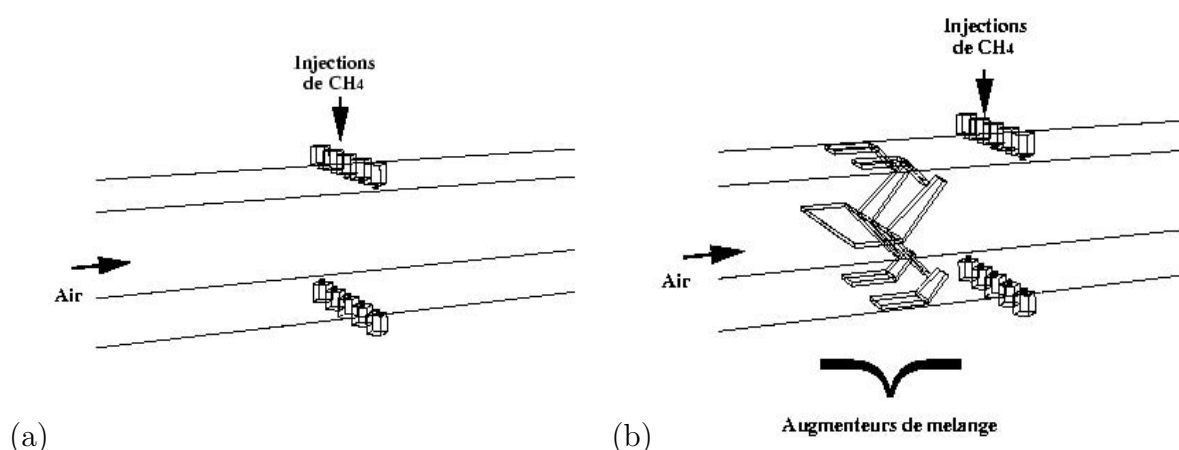


FIG. 1.5 – (a) Représentation d'une chambre de prémélange d'une turbine à gaz industrielle (SIEMENS). Comparaison des cas sans dispositif statique d'« augmenteurs » de mélange (a) et avec (b).

La seconde étude, Fig. 1.6, vise à prédire les fortes interactions engendrées par les jets avec l'écoulement principal, dans la zone de dilution d'une chambre de combustion d'une turbine aéronautique. Ce travail a pour but d'évaluer la capacité des codes de calculs LES à reproduire des résultats issus d'investigations expérimentales, représentatives de turbines réelles.

Enfin, un dernier chapitre est consacré à la comparaison avec des résultats expérimentaux d'un jet transverse isolé. L'objectif principal de cette étude est de montrer la nécessité de l'utilisation d'une loi de paroi de type loi logarithmique, et de mettre en évidence une amélioration des prédictions LES grâce à ces lois de paroi.

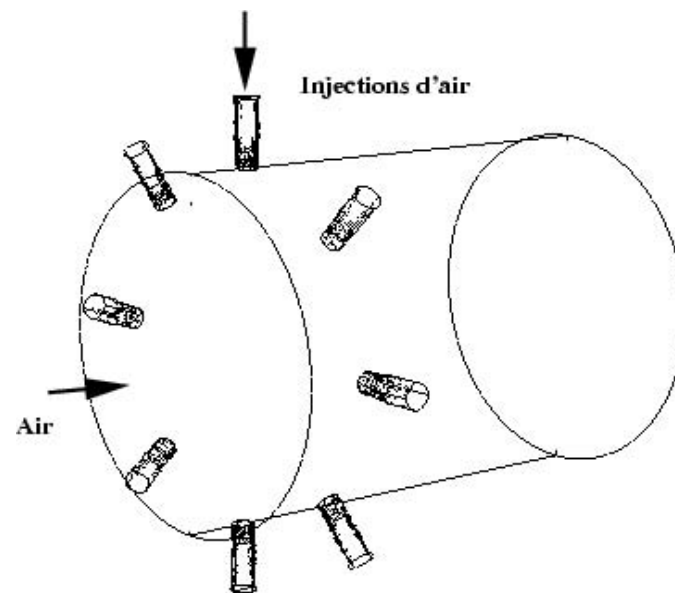


FIG. 1.6 – Représentation d’une zone de dilution d’une chambre de combustion d’une turbine aéronautique (projet européen MOLECULES).

Chapitre 2

Le jet transverse isolé (JICF)

2.1 Introduction

Le jet transverse ou « Jet In Cross-flow » (JICF) est une configuration très simplifiée d'un fluide, en général du carburant sous forme liquide ou gazeuse, injecté dans un écoulement transversal.

C'est dans les années 1930 qu'apparaissent les premières études relatives aux JICF. Elles ont pour but d'évaluer la dispersion, mais aussi les conséquences sur l'environnement, du jet s'échappant des cheminées. Depuis, de nombreux travaux sont reliés à l'étude du jet transverse et présentent les différentes caractéristiques du JICF : la plupart d'entre elles portent sur les trajectoires et les décroissances de la vitesse de l'écoulement principal et le comportement moyen des champs de vitesses (Keffer & Baines (1963), Chassaing *et al.* (1974)). La paire de vortex contrarotatifs située dans le champ lointain a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux (Keffer & Baines (1963), Fearn & Weston (1974)). Kuso (1995) observe à l'aide de mesures par imagerie des particules (PIV), que cette paire de vortex n'est pas nécessairement symétrique. Gordier (1959) et McAllister (1968) étudient la fréquence de passage des vortex dans la région de sillage du jet et les nombres de Strouhal caractéristiques sont mesurés par McMahon (1971) et Moussa *et al.* (1977). L'origine de ces tourbillons de sillage est largement détaillée par Fric & Roshko (1994) tandis que Kelso & Smits (1995) se penchent sur la dynamique des champs de vorticité dans le sillage. Enfin, Cortelezzi *et al.* (2001) simulent (DNS) un jet transverse et observent la formation de la paire de vortex contrarotatifs en trois dimensions ; ils mettent en évidence les différents paramètres qui influent sur la paire de vortex contrarotatifs. Ils estiment, notamment, que l'épaisseur de la couche limite de l'écoulement principal, et par conséquent le nombre de Reynolds, influence clairement la formation des structures de la couche cisailée amont du jet.

Les investigations relatives aux champs scalaires sont moins courantes que pour les champs de vitesses. Les travaux d'Andreopoulos & Rodi (1984) présentent des mesures expérimentales de concentration déduites de champs de températures et ce pour plusieurs rapports de vitesses. Les trajectoires moyennes, la décroissance de la concentration et la représentation des structures dans le mélange sont étudiées par Smith & Mungal (1998). Yuan *et al.* (1997) utilisent la Large Eddy Simulations (LES) pour décrire l'évolution des

jets transverses. Enfin Su & Mungal (1999) établissent des comparaisons entre champs de vitesses et de scalaires pour les trajectoires, les décroissances de jets transverses et le taux d'ouverture du jet.

Aujourd'hui, du fait de l'évolution des techniques de mesures expérimentales et de l'utilisation croissante de la simulation numérique (notamment de la LES), de nouveaux objectifs sont définis dans l'étude des JICF. En effet, un intérêt grandissant est porté sur les jets turbulents transverses, mais aussi sur des jets dans des écoulements multi-espèces et diphasiques, très présents dans les turbines à gaz.

Les applications industrielles sont elles aussi nombreuses : les plus courantes se réfèrent par exemple au refroidissement des turbines, aux inverseurs de poussée dans les fusées ou encore au « V-STOL air-craft », c'est-à-dire les avions « Vertical-Short Take-Off/Landing », (décollage court et atterrissage vertical). Dans le milieu confiné d'une chambre de combustion, la recherche sur le JICF permet un meilleur contrôle de la dynamique de l'écoulement et du mélange des gaz frais et gaz brûlés. Les enjeux actuels sont la réduction des émissions de polluants dits primaires tels que les NO_x , les fumées, le CO et les HC imbrûlés (*cf.* Paragraphe 1.2.2), imposée par des normes environnementales de plus en plus sévères, mais aussi la réduction des quantités de carburant à injecter favorisant ainsi la combustion en mélange pauvre (*cf.* Paragraphe 1.2.3).

Le travail qui suit, présente une étude bibliographique détaillée du jet transverse isolé. Les comportements moyens et instationnaires de l'écoulement sont étudiés. Enfin, l'aspect mélange est investigué pour des configurations de jets transverses isolés et multiples. Il faut préciser aussi, qu'un JICF isolé est étudié dans la section 7 de ce travail ; les prédictions LES seront comparées à des expériences issues de la littérature et les efforts porteront sur le type de conditions aux limites à utiliser dans la modélisation des jets. L'utilisation d'une loi de paroi de type loi logarithmique (détaillée au paragraphe 3.2.3) semble être une solution très convaincante.

2.2 Etude bibliographique d'un JICF

Dans ce paragraphe les différentes caractéristiques d'un JICF isolé sont présentées. Dans un premier temps les caractéristiques générales sur le jet transverse sont fournies : la représentation moyenne d'un jet, les trajectoires basées sur la vitesse et le scalaire, la longueur de pénétration ou encore le taux d'ouverture du jet constituent les éléments principaux d'une étude de JICF. Puis une analyse de l'aspect instationnaire est investie ; les principales structures de vorticité sont mises en évidence dans de nombreux travaux et sont présentées ; la dynamique du jet est mise en évidence et les fréquences de passage des structures sont évaluées. Enfin, des études sur des configurations de jets transverses multiples ou de jets à section non circulaire sont citées. Tous ces résultats sont issus à la fois de l'expérience et de simulations numériques.

2.2.1 Comportement moyen du JICF et ses caractéristiques

↗ Représentation moyenne du JICF :

Une représentation moyenne de jet transverse est illustrée Fig.2.1; elle est issue des travaux expérimentaux de Rajaratnan [70] réalisés sur un jet isolé de vitesse U_j , perpendiculaire à un écoulement principal de vitesse U . L'angle formé par le jet et l'écoulement est δ_j et vaut 90 degrés. L'évolution du jet selon l'abscisse curviligne s est associée à trois régions distinctes; tout d'abord, un coeur potentiel (*I*) où la vitesse est proche de la vitesse d'injection et où la concentration du jet est pure. Le jet se courbe alors sous l'influence de la quantité de mouvement de l'écoulement principal. Cette région de déflexion maximale (*II*) du jet dépend fortement du rapport des vitesses R , défini par la suite. Dans cette région, le jet perd son caractère axi-symétrique pour prendre une forme de « haricot ». Enfin, le développement de la paire de vortex contrarotatifs (présentée au paragraphe 2.2.2) s'effectue dans une zone appelée zone tourbillonnaire (*III*) située dans le champ lointain. Les courbes (*BE*) et (*AD*) représentent respectivement les frontières

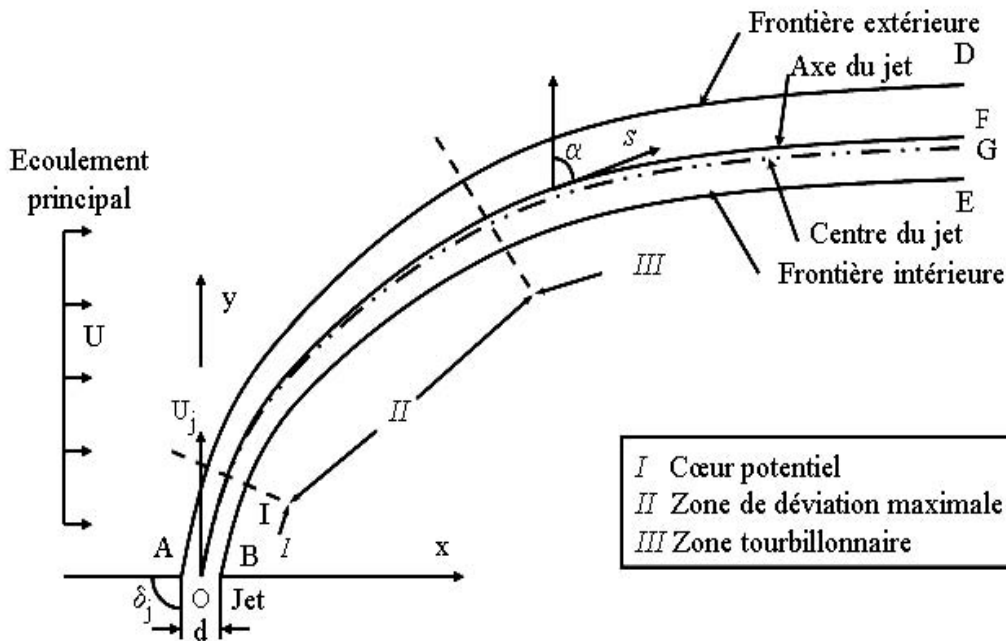


FIG. 2.1 – Schéma d'un jet transverse axi-symétrique d'après Rajaratnan [70].

intérieure et extérieure du jet; elles sont définies par certains auteurs (Patrick [64]) comme les limites pour lesquelles la concentration C équivaut à la moitié la concentration initiale C_0 du jet. Notons aussi que la courbe (*AD*) est parfois associée à la longueur de pénétration du jet. La courbe (*OG*) est définie comme le centre du jet pour lequel la vitesse axiale est maximale tandis que la courbe (*OF*) correspond à l'axe du jet. Toutefois, il faut noter que certains auteurs considèrent l'axe du jet (*OF*) comme le lieu des vitesses maximales. Enfin, l'angle α formé par la normale y et l'abscisse curviligne s du jet est appelé angle de déflexion du jet et varie essentiellement avec R , le rapport des vitesses.

↗ **Rapport des vitesses :**

Dès les premières investigations sur les JICF, le rapport entre la vitesse d'injection U_j et la vitesse de l'écoulement principal U_∞ est introduit par la relation $R=U_j/U_\infty$. Un meilleur paramètre prenant en compte les effets de température et de compressibilité des gaz est proposé par Williams & Wood [90] ; il correspond au rapport des quantités de mouvement J et suit la relation 2.1 :

$$J = \frac{\rho_j U_j^2}{\rho_\infty U_\infty^2} \quad (2.1)$$

↗ **Entraînement :**

L'échange des quantités de mouvement entre le jet et le fluide environnant se traduit par l'entraînement de l'écoulement principal vers l'intérieur du jet. Cet entraînement est essentiellement dû aux frottements qui dépendent des gradients de vitesses situés aux frontières du jet et du coefficient d'échange (ou viscosité) lié à la turbulence, très grand devant le coefficient d'échange moléculaire. La figure 2.2 présente le volume de contrôle (en trait discontinu) d'un jet transverse d'après Hasselbrink [31]. Les quantités respectivement issues du jet (direction y) et de l'écoulement principal (direction x) sont indiquées par les indices j et ∞ .

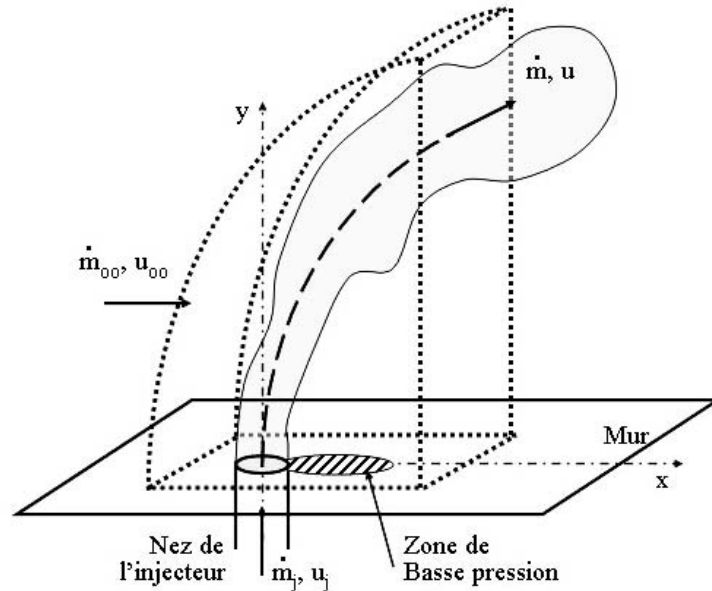


FIG. 2.2 – Schéma du volume de contrôle d'un jet transverse d'après Hasselbrink [31].

Les équations classiques de conservation de la masse (Eq. 2.2) et de la quantité de mouvement selon x et y (Eq. 2.3 & Eq. 2.4) sont fournies ci-dessous. La pression exercée sur le volume de contrôle (représentée par la zone hachurée, Fig. 2.2) est faible pour des rapports de vitesses élevés. En effet, les termes de gauche et de droite de l'équation 2.4

sont respectivement proportionnels à $\rho_j u_j^2 d^2$ et $\rho_\infty u_\infty^2 d^2$. Par conséquent, la contribution de la force de pression dans l'équation 2.4 est négligée si $J = \rho_j u_j^2 / \rho_\infty u_\infty^2 \gg 1$. Enfin, la force de pesanteur est aussi négligée, pour de grands nombres de Froude (utilisé pour quantifier l'influence relative des forces de gravité, $Fr = V/(2gd)$), et le profil de vitesses du jet issu de la section en aval est considéré uniforme.

$$\dot{m}_j + \dot{m}_\infty = \dot{m}, \quad (2.2)$$

$$\dot{m}_\infty u_\infty = \dot{m} u_x, \quad (2.3)$$

$$\dot{m}_j u_j = \dot{m} u_y. \quad (2.4)$$

Afin de résoudre le système d'équations ci-dessus, une équation supplémentaire reliée à l'espace des coordonnées est nécessaire; elle est basée sur la loi de similarité des jets turbulents (Pitts 1991), où le débit initialement injecté est conservé et où u est la norme de la vitesse, $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$. En se plaçant loin en aval, c'est-à-dire pour $y > Rd$, l'hypothèse de similarité traduit le fait que la largeur du jet δ est proportionnelle à sa hauteur ou, en d'autres termes, $\delta = c_1 y$. Le flux massique total, lorsque $\rho \rightarrow \rho_\infty$, s'écrit alors :

$$\dot{m} = 2\pi \int_0^\infty \rho u^2 r dr = \rho_\infty u \frac{\pi}{4} c_1^2 y^2 \quad (2.5)$$

En combinant les quatre équations (Eq. 2.5, Eqs. 2.2-2.4), l'expression du flux massique est déduite Eq. 2.6 :

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_j} \left[\frac{u_\infty}{u_j} - \sqrt{\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_j} \frac{\rho_j}{\rho_\infty} \frac{d^2}{c_1^2 y^2} \right)^2 - \left(\frac{\dot{m}_j}{\dot{m}} \right)^2} \right] = \frac{u_\infty}{u_j} \quad (2.6)$$

Dans le cas où u_∞ est égal à zéro, c'est-à-dire pour un jet libre, la relation 2.6 fournit la loi d'entraînement de Ricou & Spalding (1961) définie en 2.7, où la constante c_1 est obtenue par l'expérience et vaut 0.32 :

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_j} = c_1 \sqrt{\frac{\rho_\infty y}{\rho_j d}} \quad (2.7)$$

Il n'existe pas de loi d'entraînement expérimentale pour les jets transverses. Cependant, les trajectoires peuvent être déterminées à partir du taux d'entraînement. En considérant $u = u_\infty$ dans le champ lointain, et en posant $u_Y/u_X = dy/dx$, l'allure de la trajectoire est telle que :

$$\frac{y}{Rd} = A \left(\frac{x}{Rd} \right)^B \quad (2.8)$$

où $A = (3/c_1^2)^{1/3}$ et $B = 1/3$. Si c_1 est égal 0.32, A prend la valeur de 3.08. Le tableau suivant (Tab. 2.10) référence plusieurs expressions analytiques issues de la littérature. L'ensemble de ces relations fournit cependant une valeur de A inférieure à celle déterminée par Ricou & Spalding.

↔ Trajectoires du jet :

La détermination de la trajectoire du jet transverse a suscité dès les premières investigations sur le JICF un grand intérêt. Les maxima de la vitesse U (prise dans la direction

de l'écoulement principal) et de la concentration sont utilisés. Différents résultats issus de la littérature sont présentés dans la table suivante, Tab. 2.10 ; ces expressions analytiques sont obtenues à partir d'études expérimentales et concernent des jets perpendiculaires à l'écoulement, c'est-à-dire, δ_j égal à 90 degrés (*cf.* Fig. 2.1). La prise en considération de l'angle δ_j a été réalisée par différents auteurs ; l'expression empirique donnée par l'équation 2.9 semble être la plus robuste et provient des travaux effectués par Ivanov [36] :

$$\frac{x}{d} = \left(\frac{1}{R}\right)^{2.6} \left(\frac{y}{d}\right)^3 + \frac{y}{d} \cot(\delta_j) \quad (2.9)$$

où d est le diamètre d'injection, x la direction principale de l'écoulement et y l'axe du jet. Le rapport des vitesses est désigné par R .

Les différentes expressions analytiques de trajectoires basées sur le maximum de la vitesse axiale U , Tab. 2.10(a), et sur le maximum de la concentration (ou fraction massique injectée), Tab. 2.10(b), sont issues de la littérature. Ces expressions sont déterminées à partir de travaux réalisés pour un jet transverse isolé. Elles seront comparées, dans ce travail, à des résultats obtenus pour des configurations de JICF isolés et multiples.

	Auteurs	Rapport R	Equation de la trajectoire
(a)	Patrick (1967) [64]	$6 < R < 50$	$\frac{y}{d} = R^{0.85} \left(\frac{x}{d}\right)^n$
	Margason (1968) [53]	$2 < R < 10$	$\frac{x}{d} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{R}\right)^2 \left(\frac{y}{d}\right)^3$
	Kamotani (1971) [41]	$3.87 < R < 7.75$	$\frac{y}{d} = 0.89 R^{0.94} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.36}$
	Chassaing <i>et al.</i> (1974) [11]	$2.37 < R < 6.35$	$\frac{x}{d} = \left(2.351 + \frac{4}{R}\right)^{0.385} \left(\frac{1}{R}\right)^{2.6} \left(\frac{y}{d}\right)^{2.6}$
	Fearn (1978) [22]	$3 < R < 10$	$\frac{y}{d} = 0.975 R^{0.9085} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.3385}$
(b)	Kamotani (1971) [41]	$3.87 < R < 7.75$	$\frac{y}{d} = 0.73 R^{1.04} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.29}$
	Karagosian (1986) [42]	non défini	$\frac{y}{d} = 0.527 R^{1.178} \left(\frac{x}{d}\right)^{0.314}$
	Smith <i>et al.</i> (1993) [82]	$5 < R < 35$	$\frac{x}{Rd} = A \left(\frac{z}{Rd}\right)^{0.28}$
	Su & Mungal (1999) [87]	$6 < R < 50$	$\frac{x}{Rd} = 1.95 \left(\frac{y}{Rd}\right)^{0.302}$

Table 2.10 : Expressions analytiques de trajectoires basées sur, (a) : le maximum de la vitesse axiale U , et (b) : le maximum de la fraction massique injectée. *NB* : dans l'expression définie par Patrick, n est égal à 0.38 pour les mesures de U et 0.34 pour les mesures de concentration. Concernant l'expression de Smith *et al.*, A est égal à 2.63 et 1.35 pour les frontières extérieure et intérieure du jet, et 2.05 pour l'axe du jet.

Par ailleurs, il est utile de mentionner deux caractéristiques supplémentaires : d'une part, la pénétration du jet qui correspond à la frontière supérieure du jet (*cf.* Fig. 2.1) et

qui constitue une information importante dans la configuration de JICF et d'autre part, le taux d'ouverture du jet associé à l'intervalle pris entre les deux frontières. Selon Smith *et al.* [82], ces deux paramètres augmentent avec le rapport des vitesses R .

↗ Décroissances de jets :

Les décroissances de vitesses et de concentrations font elles aussi l'objet de nombreuses études ; elles sont généralement exprimées en fonction de l'abscisse curviligne s basée sur la trajectoire du jet. Su & Mungal ont montré une décroissance rapide de la concentration en s^{-1} (courbes exprimées en valeurs logarithmiques) dans le coeur potentiel (appelé aussi le noyau du jet) analogue à celle d'un jet libre. En dehors de cette région, lorsque l'angle de déflexion devient non négligeable (*cf.* Fig. 2.1) et que le jet se courbe sous l'influence de l'écoulement principal, la décroissance est alors brusquement ralentie ; elle suit alors la pente d'équation $s^{-2/3}$ et fait apparaître un point de branchement. Ce comportement est également observé dans les expériences de Smith & Mungal [83] pour des rapports de vitesses compris entre 5 et 25. Ils constatent en outre, que la position du point de branchement varie en fonction du rapport de vitesses R . En revanche, ils estiment que pour un R fixé, cette position ne dépend pas du Reynolds d'injection, Re variant de 8400 à 33000. Enfin, en normalisant par R^2d , ils font l'observation suivante : le point de branchement apparaît à la même position, $s/R^2d = 0.3$, position pour laquelle le champ proche se distingue du champ lointain.

Deux expressions (Eqs. 2.10 & 2.11) sont liées aux décroissances de la vitesse et de la concentration le long de l'axe et sont issues des expériences de Patrick [64] ; elles sont fonctions de l'abscisse curviligne s adimensionnée :

$$\frac{U_\infty}{U_m} = k_1 + k_2 \left(\frac{s}{d} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{C_\infty}{C_m} = \left[\left(\frac{s}{d} \right) \exp\left(7.8 \left(\frac{1}{R} \right) - 1.85\right) \right]^{1.18} \quad (2.11)$$

où U_m et C_m sont la vitesse axiale et la concentration mesurées tandis que l'indice ∞ se réfère à l'écoulement principal. d est le diamètre d'injection et R le rapport des vitesses. k_1 est une constante et k_2 est fonction de R avec $6 < R < 50$.

2.2.2 Aspect instationnaire

↗ Caractérisation des structures du JICF :

Le Jet In Cross-Flow est largement utilisé dans des applications techniques impliquant les turbines à gaz, l'injection de carburant dans les moteurs, les conduits de cheminées... En comparaison avec d'autres écoulements cisailés (couches de mélange, jets libres), le JICF est le résultat d'une interaction tridimensionnelle entre le jet et l'écoulement principal. En outre, il présente un comportement très complexe dans la région proche injection comme dans la région située plus en aval. La littérature propose de nombreux travaux sur

les structures de vorticité rencontrées dans les JICF. Une visualisation détaillée du comportement du JICF a été réalisée par différents auteurs (Fric & Roshko [24], Andrepoulos & Rodi [2], Kelso *et al.* [43], Rivero [71]...) et quatre structures de vortex distinctes ont été identifiées (*cf.* Fig. 2.3) :

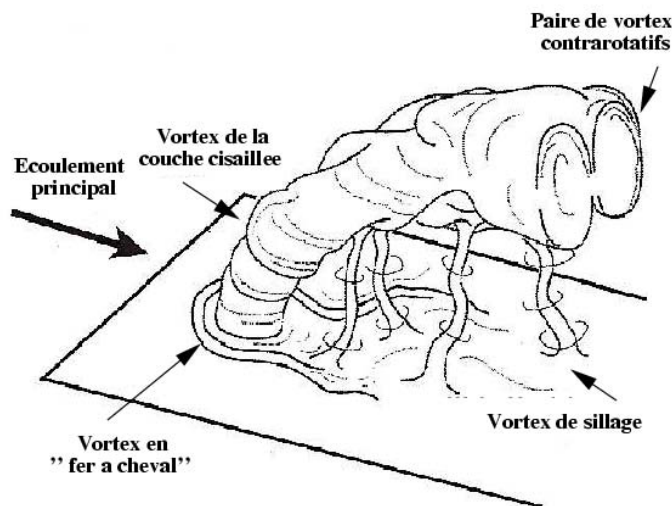


FIG. 2.3 – Représentation d’un JICF pour de faibles rapports de vitesses R et identification des structures cohérentes de vorticité, Fric & Roshko [24].

- Les structures situées dans la couche cisailée des faces amont et aval du jet apparaissent sous la forme d’un enroulement tourbillonnaire. Elles sont dues à une instabilité de Kelvin-Helmholtz entre le jet et l’écoulement principal et sont convectées de façon quasi-périodique le long de la colonne du jet. Ces structures, qualifiées parfois de tourbillons stationnaires et reconnues comme une caractéristique de l’écoulement moyen, peuvent être décelées à l’intérieur de l’injecteur et ne doivent pas être confondues avec le tourbillon en « fer à cheval » présenté ci-dessous. En revanche les faces latérales du jet ne présentent pas ce type de structures. Selon Yuan *et al.* [91], les tourbillons de la face amont se forment plus tôt et plus régulièrement que ceux de la face aval du fait de la présence d’un gradient de pression transverse. Les expériences de Kelso *et al.* [43] montrent que l’enroulement de la couche cisailée contribue directement à la formation de la paire de vortex contrarotatifs (CVP), la structure dominante du JICF. La figure 2.4 illustre les vortex de la couche cisailée et leur contribution à la formation du CVP ; l’orientation des vecteurs vitesses contribue dès la sortie du jet à l’enroulement de la colonne de fluide.

- Le vortex dit en « fer à cheval », présenté en Fig. 2.5, contourne la colonne de jet au niveau de la paroi. Ce comportement est assimilé, selon Kelso *et al.* [43], à celui d’un écoulement autour d’un système cylindre-paroi. Il est le résultat de l’interaction entre la couche limite de l’écoulement principal et le gradient de pression induit par le point de stagnation imposé par le jet. En d’autres termes, ceci se traduit par l’apparition d’un décollement et la formation d’un tourbillon qui s’enroule autour du jet. Le vortex en « fer à cheval » s’apparente lui aussi parfois au régime stationnaire et ce, pour des nombres de

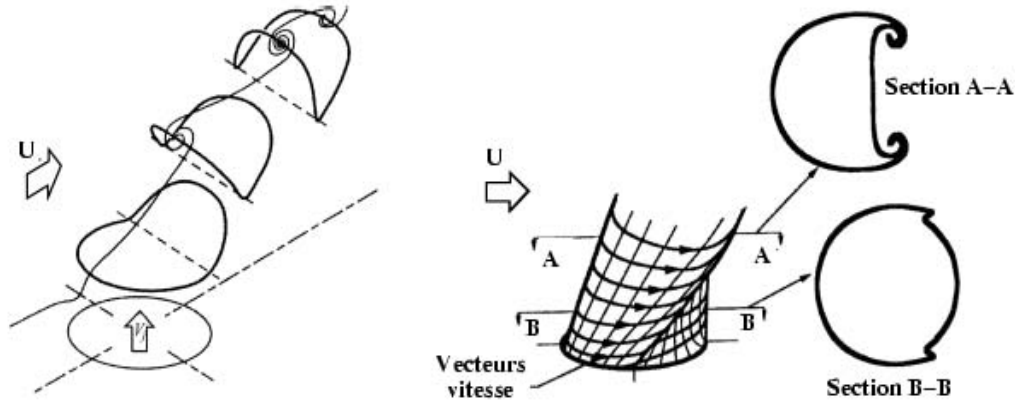


FIG. 2.4 – Représentation des structures de vortex dans la couche cisailée amont et aval du JICF et réorientation de la vorticité selon Kelso *et al.* [43].

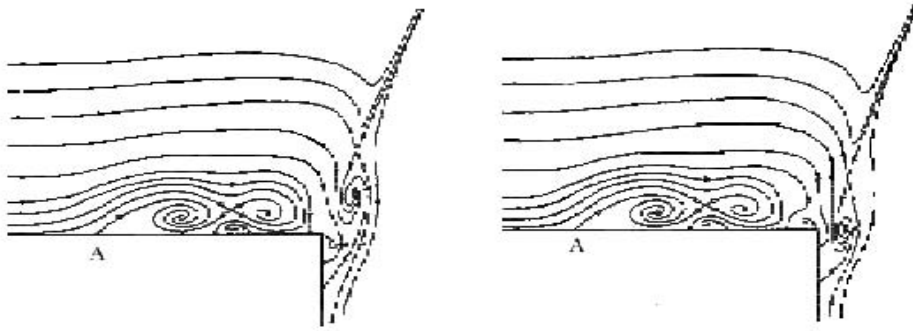


FIG. 2.5 – Visualisation en régime stationnaire du vortex en « fer à cheval » selon Kelso *et al.* [44] pour un faible rapport de vitesses R et pour un Re inférieur à 2000.

Reynolds de l'écoulement principal faibles de valeurs inférieures à 2000 (Fig. 2.5). Deux tourbillons sont générés en aval du point de séparation A (Fig. 2.5). La présence d'un enroulement de la couche cisailée entraîne alors une oscillation de faible amplitude du vortex en « fer à cheval ». Cette amplitude diminue avec l'augmentation de R . Lorsque le Reynolds augmente, la fréquence d'oscillation du vortex en « fer à cheval » apparaît être en phase avec la fréquence d'enroulement de la couche cisailée et un troisième tourbillon est alors détecté (Fig. 2.6).

- Les structures de sillage se forment derrière la colonne de jet, et sont convectées dans la direction de l'écoulement principal. Cette région de sillage est constituée d'un ensemble de structures complexes et tridimensionnelles, et les paramètres tels que le rapport des vitesses R ou la trajectoire du jet influencent fortement le comportement de ces structures. Leur formation suscite encore aujourd'hui de nombreux travaux. Fric & Roshko [25] (mais aussi Kelso *et al.* [43]) observent que pour des rapports de vitesses compris entre 2 et 10, les vortex de sillage ont leur origine dans la couche limite laminaire du mur d'où est issu le jet ; ils ne seraient pas dus au détachement de l'écoulement principal derrière le jet mais à la différence de pression entre le mur et l'écoulement contournant le jet (tourbillon en

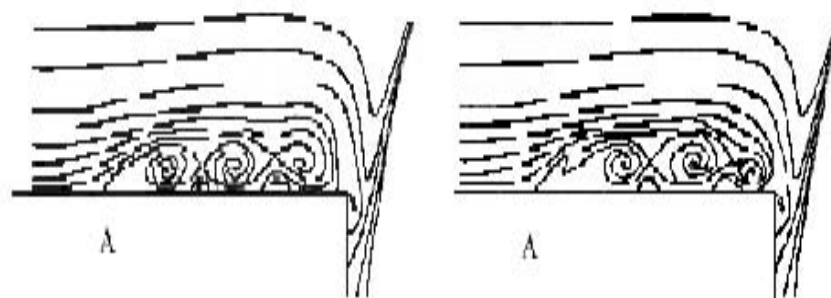


FIG. 2.6 – Visualisation en régime oscillatoire du vortex en « fer à cheval » selon Kelso *et al.* [44] pour un faible rapport de vitesses R et pour de larges nombres de Reynolds.

« fer à cheval »). Ceci se traduit par le détachement vertical de colonnes de fluide dans la couche limite favorisant ainsi la formation de ces structures.

- La paire de vortex contrarotatifs (CVP) est la structure de vorticité dominante d'un JICF. Lorsque le jet pénètre normalement dans l'écoulement principal, il se crée une interaction complexe entre les deux fluides, amenant à la déflexion du jet dans la direction principale. Le CVP se forme alors et se développe dans le champ lointain. Il serait issu de la région de couche limite   la paroi au niveau de l'injection. Une illustration de l'influence de l'épaisseur de couche limite δ , c'est-à-dire du nombre de Reynolds de l'écoulement principal, sur la paire de vortex contrarotatifs est montrée Fig. 2.7. Elle est issue de simulations numériques (DNS) réalisées par Cortelezzi *et al.* [15] sur un jet transverse dans un écoulement en conduite cylindrique pour un rapport de vitesses $R=5.4$. Les figures 2.7(a), (b), (c) et (d) représentent respectivement des visualisations du jet à un temps donné pour des épaisseurs de couche limite adimensionnées de l'écoulement principal, $\delta/D = 0.25, 0.5, 1.0$ et 2.0 , D étant le diamètre de la conduite. Le profil de vitesse U de l'écoulement principal dans la région proche paroi est fonction de la couche limite (laminaire) d'épaisseur constante δ et de U_∞ . Les résultats montrent que la pénétration du jet augmente fortement avec l'épaisseur de couche limite. La deuxième observation est relative au processus de formation des anneaux de vorticité et par conséquent aux évolutions de la couche cisailée et de la paire de vortex contrarotatifs. La fréquence de formation du second vortex semble être elle aussi influencée par l'épaisseur de couche limite, la période de formation des anneaux de vorticité augmentant avec δ . Ceci semble consistant avec le fait que pour un δ grand, la faible inclinaison du jet associée à une plus forte pénétration conduisent l'écoulement à contourner le jet et à se comporter comme un écoulement autour d'un cylindre. Enfin, Smith & Mungal [83] ont observé dans leur expériences que la formation du premier vortex est retardée lorsque le rapport de vitesses R augmente.

Il faut noter enfin que la paire de vortex contrarotatifs joue un rôle significatif dans le processus de mélange entre le jet et l'écoulement principal dans le champ lointain. Les larges niveaux de vorticité contribuent à l'entraînement de l'air environnant à l'intérieur du jet (*cf.* paragraphe 2.2.1) et à l'amélioration du mélange.

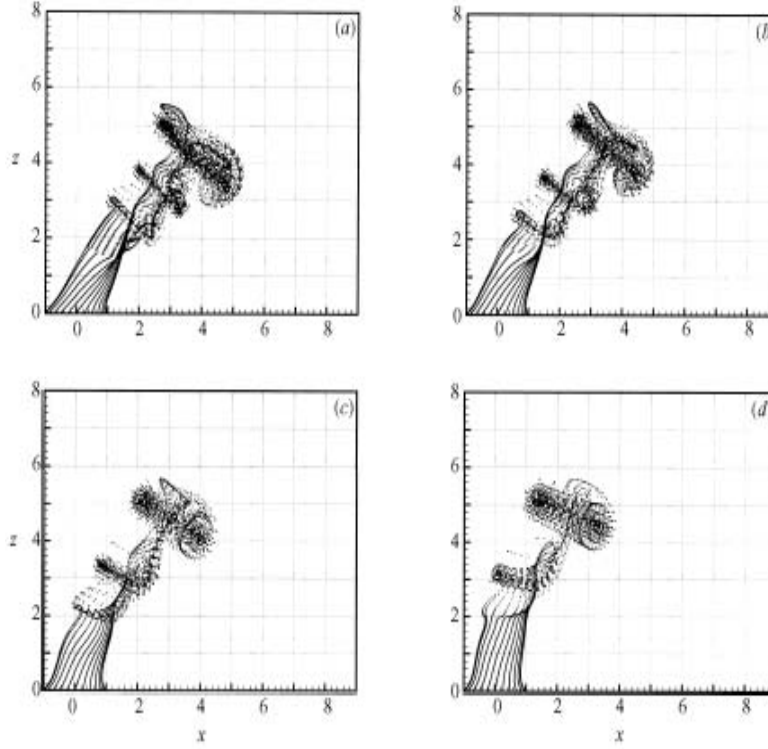


FIG. 2.7 – Caractérisation de l'effet de l'épaisseur de la couche limite sur le jet transverse ($R=5.4$). (a) : $\delta/D = 0.25$, (b) : $\delta/D = 0.5$, (c) : $\delta/D = 1.0$, (d) : $\delta/D = 2.0$, d'après Cortelezzi *et al.* [15].

↗ Fréquences hydrodynamiques et nombre de Strouhal :

L'étude des fréquences des structures de vorticité évoluant dans le champ proche a suscité de nombreux travaux. Elles sont mesurées dans différentes régions telles que la région du sillage située juste derrière la colonne du jet ou dans la couche de cisaillement en aval du jet. La détermination d'un nombre de Strouhal est généralement effectuée pour décrire la fréquence de passage des structures. Ce nombre sans dimension (Eq. 2.12), est basé sur la vitesse U_∞ de l'écoulement principal et le diamètre D de la conduite principale. Le diamètre de l'injecteur est parfois utilisé pour la détermination du Strouhal notamment dans les résultats expérimentaux de Fric & Roshko [25].

$$St = \frac{fD}{U_\infty} \quad (2.12)$$

L'inconvénient de cette formulation est que le nombre de Strouhal ne dépend que de U_∞ (ou parfois de U_j) et qu'elle ne semble pas appropriée à la caractérisation de l'enroulement de la couche cisailée. Or, ce processus est fonction de la dynamique de l'écoulement c'est-à-dire des deux vitesses U_∞ et U_j , mais aussi de l'épaisseur de la couche limite de l'écoulement principal, du diamètre de l'injection, de la position des points de mesure... Kelso *et al.* [43], Schuller *et al.* [78] et Cortelezzi *et al.* [15] prennent en compte les vitesses U_∞ et U_j et définissent un nombre de Strouhal moyen tel que, $St_{moyen} \equiv 2fD/(U_j + U_\infty)$.

Quelques résultats d'analyse fréquentielle estimés pour les différentes structures de vorticité rencontrées dans des jets transverses non forcés sont présentés dans ce paragraphe.

La détermination des fréquences d'enroulement des tourbillons dans la couche cisailée d'un jet non forcé est entreprise par Kelso *et al.* [43] ; ils mesurent un nombre de Strouhal ($St_\infty \equiv fD/U_\infty$) de 0.65 pour un rapport de vitesses $R=2.2$ et un Reynolds de 6200 et en déduisent une fréquence caractéristique de 7.1 Hz . Shapiro *et al.* [80] calculent les fréquences, toujours en l'absence d'excitation acoustique, de jets transverses : le nombre de Strouhal, fonction du diamètre D , $D=7.62\text{ mm}$, et de U_j , est déterminé pour différents cas : pour un rapport de vitesses $R=4$, ils trouvent des nombres de Strouhal égaux à 3.31 et 2.88 pour des vitesses U_∞ égales à 2 et 1.2. Dans le cas $R=2.58$, ils évaluent cette fois-ci des nombres de Strouhal égaux à 1.9 et 1.39 pour des vitesses U_∞ égales à 2.4 et 1.2. Dans leurs simulations numériques, Cortelezzi *et al.* [15] estiment le nombre de Strouhal moyen ($St_{moyen} \equiv 2fD/(U_j + U_\infty)$), pour une épaisseur de couche limite $\delta/D = 0.5$,   0.89, 0.92 et 1.14 pour des rapports de vitesses de $R=2.5$, 5.4 et 10.8. Enfin, la détermination du nombre de Strouhal a été effectuée en trois points localisés de 1 à 1.5 diamètre de jet en aval dans la couche cisailée par Narayanan [60] : il trouve trois valeurs égales à 0.18, 0.48 et 0.6 pour un rapport de vitesses $R=6$ et un Reynolds égal à 27500.

Concernant les tourbillons de la région du sillage du jet, Moussa *et al.* (1977) [57] déterminent le nombre de Strouhal à partir du diamètre du jet, et trouvent $St=0.15$ pour R compris entre 2 et 8 tandis que le Strouhal chute à 0.06 pour $R=20$. Fric & Roshko [25] ont montré dans leurs expériences la dépendance du nombre de Strouhal avec divers paramètres tels que le Reynolds ($3800 < Re < 11400$), le rapport des vitesses ($2 < R < 4$). Ils trouvent un nombre de Strouhal de 0.13 pour un $R=4$ et un $Re=3800$, valeur inférieure à celle bien connue de l'écoulement autour d'un cylindre ($St=0.21$). Il faut noter que les variations du nombre de Strouhal n'évoluent pas de façon significative lorsque le rapport des vitesses est compris entre 3 et 5. La figure 2.8 présente les valeurs

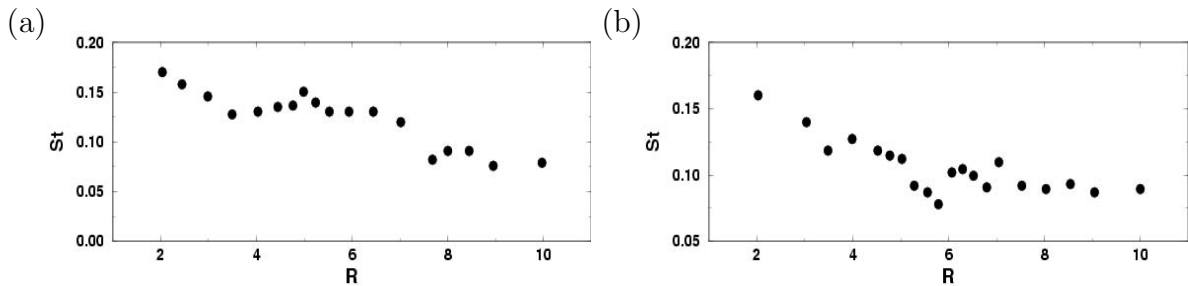


FIG. 2.8 – Mesures du nombre de Strouhal (pour la région de sillage) en fonction du rapport des vitesses R , pour (a) : un Re_∞ de 7600 et (b) : un Re_∞ de 11400, Fric & Roshko [24].

des nombres de Strouhal issues de leurs expériences pour plusieurs rapports de vitesses et pour deux nombres de Reynolds différents, $Re = 7600$, Fig. 2.8(a) et $Re = 11400$, Fig. 2.8(b).

Enfin, Kelso *et al.* ont évalué les valeurs des nombres de Strouhal du système de tourbillons en « fer à cheval » pour différents jeux de paramètres R et Re . St est égal à 0.13 pour des R égaux à 2 et 4 et pour un $Re=2500$. Pour des Reynolds supérieurs (3800 et

4600) les nombres de Strouhal varient entre 0.23 et 0.28. Un bon accord est trouvé avec des résultats obtenus pour un écoulement autour d'un cylindre.

Les différents nombres de Strouhal caractéristiques de jets non forcés sont répertoriés dans les tables suivantes, Tab. 2.2.2(a) & (b) :

(a)

Auteurs	R	Caractéristiques	Définition du Strouhal
Kelso <i>et al.</i> [43]	2.2	$Re_\infty = 6\,200$	$St = \frac{fd}{U_\infty} = 0.65$
Shapiro <i>et al.</i> [80]	4.0 4.0 2.58 2.58	$U_j \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}) = \begin{cases} 2.0 \\ 1.2 \\ 2.4 \\ 1.2 \end{cases}$	$St = \frac{fd}{U_j} = \begin{cases} 3.31 \\ 2.88 \\ 1.9 \\ 1.39 \end{cases}$
Cortelezzi <i>et al.</i> [15]	2.5 5.4 10.8	$\delta/D = \begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$	$St = \frac{2fd}{U_j + U_\infty} = \begin{cases} 1.14 \\ 0.92 \\ 0.89 \end{cases}$
Narayanan [60]	6.0	$Re_\infty = 27\,500$ de $1d$ à $1.5d$ en aval	$St = \frac{fd}{U_\infty} = \begin{cases} 0.18 \\ 0.48 \\ 0.6 \end{cases}$

(b)

Auteurs	R	Caractéristiques	Définition du Strouhal
Fric & Roshko [25]	4 2	$3\,800 < Re_\infty < 11\,400$	$St = \frac{fd}{U_\infty} = \begin{cases} 0.13 \\ 0.16 \end{cases}$
Moussa <i>et al.</i> [57]	$2 < R < 8$ 20	$Re_\infty = 8000$ $2.7\,d$ en aval	$St = \frac{fd}{U_\infty} = \begin{cases} 0.15 \\ 0.06 \end{cases}$

Table 2.2.2 : Tables récapitulatives des nombres de Strouhal associés aux fréquences de passage des structures en champ proche. (a) : tourbillons de la couche cisailée, (b) : tourbillons de sillage.

De récentes études expérimentales sont aussi consacrées au contrôle et à l'optimisation de jets forcés (Kelso *et al.* [43], Shapiro *et al.* [80], Closkey *et al.* [13], Blossey [8]...). Certaines conditions d'excitation (pulsation, excitation acoustique...) favorisent la pénétration du jet. En outre, un accroissement du taux d'ouverture, associé à une formation plus importante des structures de vorticité sont observés. La conséquence directe de cette optimisation est une amélioration du processus de mélange.

La figure 2.9 présente des visualisations issues des expériences de M'Closkey *et al.* [13] d'un jet transverse pulsé. Ils observent des différences très distinctes sur la pénétration et le taux d'ouverture du jet pour une excitation proche des subharmoniques de la fréquence naturelle (ou caractéristique) f_n d'enroulement de la couche cisailée. Fig. 2.9(a), le jet n'est pas pulsé tandis que Fig. 2.9(b) & (c), les subharmoniques de la pulsation sont respectivement de l'ordre de un tiers ($85\,Hz$) et un demi ($110\,Hz$) de f_n . La formation

des anneaux de vorticité est elle aussi clairement mise en évidence lorsque la fréquence d'excitation baisse. Schuller *et al.* [78] imposent une excitation inférieure à l'excitation

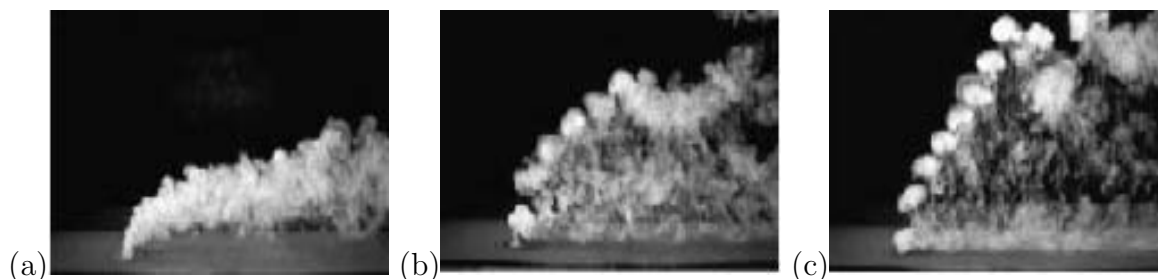


FIG. 2.9 – Visualisations issues des expériences de M'Closkey *et al.* [13] d'un jet transverse ($R=2.58$, $U_\infty=1.2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). (a) : jet non forcé (fréquence naturelle de 220 Hz), (b) : excitation à 85 Hz , (c) : excitation à 110 Hz .

caractéristique (7.1 Hz) d'enroulement de la couche cisillée et montrent une meilleure pénétration du jet ainsi qu'un taux d'ouverture du jet plus grand.

L'étude des fréquences de passage des structures rencontrées dans un jet transverse semble susciter un grand intérêt. Certes, la détermination de fréquences caractéristiques du jet non forcé et des nombres de Strouhal correspondants s'avère être une opération délicate tant au niveau de la mesure expérimentale que de la simulation numérique. La comparaison nécessite de prendre un certain nombre de précautions du fait des nombreux paramètres qui influent sur la dynamique du jet (nombres de Reynolds de l'écoulement, rapport des vitesses, positions des mesures...). En revanche, de plus en plus d'études consacrées à l'amélioration du mélange, c'est-à-dire à la modification de la dynamique du JICF, sont publiées.

2.2.3 Injection et mélange

Un des objectifs essentiels dans une configuration de jet transverse quelle qu'elle soit, est d'accéder au mélange parfait le plus rapidement possible. En général, ce taux de mélange est influencé par les paramètres suivants, paramètres qui ont suscité et suscitent encore une grande attention :

- ↪ Le rapport J des quantités de mouvement ou R le rapport des vitesses.
- ↪ Le diamètre des injecteurs.
- ↪ L'angle initial de pénétration du jet.
- ↪ La présence d'autres jets, adjacents ou opposés.
- ↪ La géométrie du système d'injection.
- ↪ Les profils de vitesses des jets et les Reynolds correspondants.
- ↪ La longueur de mélange.
- ↪ La proximité des murs.
- ↪ ...

Les deux premiers points semblent être les principaux facteurs gouvernant l'efficacité

du mélange. L'étude de l'influence de ces paramètres nécessite de caractériser le mélange et différentes méthodes sont énumérées dans la suite du paragraphe. Puis, une description des techniques de contrôle des jets favorisant le mélange est présentée.

↗ La paramétrisation du mélange :

La fraction de mélange ξ (Eq. 2.13) ainsi que le taux de dissipation χ correspondant (Eq. 2.14) sont généralement utilisés pour définir le mélange.

$$\xi = \frac{m_j X_j}{m_j X_j + m_{air}(1 - X_j)}, \quad (2.13)$$

$$\chi = 2D \left(\frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right)^2. \quad (2.14)$$

X_j est la fraction molaire locale du jet, m_j et m_{air} sont les masses moléculaires du jet et de l'air et D est le coefficient de dissipation. Le taux de mélange dépend fortement de la forme de l'injection, du rapport des vitesses R ou encore du niveau de turbulence. Il a été constaté par ailleurs, que le taux de mélange augmente avec les gradients d'espèces c'est-à-dire dans des régions hétérogènes.

Afin d'obtenir une description quantitative du mélange, quelques méthodes ont été développées pour le contrôle et la prédiction du mélange et, des indices de mélange appelés dans la littérature anglo-saxonne *SMD* (Spatial Mixing Deficiency) et *TMD* (Temporal Mixing Deficiency), sont couramment utilisés (*cf.* Annexe A.1.1). Ils sont directement reliés à la fluctuation de la concentration et caractérisent les inhomogénéités spatiales et temporelles du mélange à travers des sections considérées. Une utilisation de ces indices est effectuée au paragraphe A.1.1 dans l'étude d'une zone d'injection d'une turbine à gaz industrielle.

Une autre caractérisation du mélange, non présentée dans ce rapport, est basée sur des considérations entropiques (Everson *et al.* [20]). Dans leurs expériences, ils estiment que l'entropie est ici fonction de la distribution des concentrations moléculaires dans un plan considéré. Lorsque le taux de mélange est faible, c'est-à-dire lorsque les niveaux d'entropie sont faibles, les molécules sont concentrées sur quelques cellules tandis que dans le cas d'un mélange homogène le nombre de molécules est le même pour chaque cellule (taux élevés de l'entropie).

Muruganandam *et al.* [59] définissent dans leurs expériences une longueur de mélange \mathcal{L} pour un jet transverse qui est fonction du degré de mélange. Ils établissent des corrélations entre \mathcal{L} et le rapport des vitesses R pour une configuration de jets multiples en opposition. Selon Cortelezzi *et al.* [15], lorsque la pénétration du jet augmente de façon significative, l'entraînement de l'écoulement principal à l'intérieur du jet semble être réduit et le degré de mélange diminue.

↗ Amélioration du mélange pour un jet isolé :

Un problème crucial est l'apparition fréquente d'instabilités de combustion dans les écoulements réactifs, résultats d'un couplage entre la combustion et l'acoustique. Si la résonance acoustique apparaît dans la turbine, des conséquences désastreuses peuvent surgir. Le processus de formation d'instabilités de combustion est caractérisé par la formation de poches inhomogènes de fuel, le détachement périodique des grosses structures de l'écoulement, et enfin une amplification naturelle des ondes acoustiques dans le front de flamme. Ces mécanismes conduisent à l'apparition de fortes oscillations de la pression. Afin de limiter ces instabilités de combustion, de nombreuses techniques de contrôle (passifs ou actifs) sont développées pour les jets transverses.

- Influence du profil des vitesses d'injection :

Généralement, la plupart des études expérimentales comme numériques s'effectuent sur des profils d'injection plats. D'une part les écoulements dans les conduits sont turbulents et d'autre part, les couches limites sont éliminées et cela simplifie l'analyse théorique et numérique. Cependant, il faut noter que la forme du système d'injection (conduit cylindrique, plénum d'admission, ...) influence fortement le profil de vitesse.

Certains auteurs ont montré que la couche cisailée d'un profil plat s'enroule plus rapidement que celle d'un profil parabolique, les tourbillons de la couche cisailée se forment deux à trois diamètres plus tôt. Cette instabilité peut avoir une certaine influence sur le processus de mélange. En revanche, la pénétration du jet dans l'écoulement principal, semble plus importante dans le cas d'un profil parabolique. De fait, la force des tourbillons contrarotatifs semble être supérieure à celle induite par un profil plat et favoriser le mélange.

- Influence de la géométrie de l'injection :

L'amélioration du processus de mélange dans une configuration de jets transverses dans un milieu confiné est l'un des objectifs primordiaux. L'utilisation de méthodes passives telles que la modification de la forme de l'orifice d'injection (orifices à section carrée, ovales...), l'ajout d'une protubérance triangulaire ou encore la mise en rotation de l'écoulement du jet augmenterait le mélange de façon significative.

Schadow *et al.* [75] ont étudié l'influence d'un jet transverse à section triangulaire, l'injection étant réalisée aux coins, et ont comparé les niveaux de fluctuations de pressions avec un jet à section circulaire. Ils ont constaté la formation de structures cohérentes issues du jet à section circulaire, tandis que de la turbulence à petite échelle est générée aux coins de l'injection triangulaire. L'amplitude des fluctuations est alors estimée à 10% de la pression moyenne tandis qu'elle s'élève à plus de 30% pour l'injection circulaire.

Su & Mungal [87] ont évalué les concentrations scalaires pour deux jets transverses : l'un classique, l'autre protubérant. Ils ont alors estimé les longueurs de pénétration et les ouvertures de jets. Ils montrent que l'ajout d'une protubérance triangulaire à l'intérieur de l'écoulement en sortie du jet implique une meilleure efficacité du mélange.

Liscinsky *et al.* [52] ont testé plusieurs formes d'orifice sur un jet transverse ($J=8.5$, $Re=24000$). Ils constatent que l'ajout de protubérances ne génère pas de vorticités significative comparée à celle engendrée par un écoulement transverse. En outre, ils observent

que la pénétration du jet diminue avec l'augmentation du nombre de swirl.

Il existe de nombreuses études se référant à des jets non perpendiculaires à l'écoulement principal, c'est-à-dire inclinés par rapport à la normale à l'écoulement principal. Les jets forcés font notamment l'objet de nombreuses investigations. Enfin, la littérature propose aussi une multitude de travaux relatifs aux actuateurs ou augmenteurs de mélange statiques ou dynamiques (voir aussi Chapitre 5).

↗ Le mélange en configuration complexe :

Un facteur important sur la pénétration des jets et le mélange est le nombre d'orifices employé. Zu *et al.* ont estimé que pour un J constant le mélange augmente avec le nombre de trous. Ces résultats ont également été confirmés par Liscinsky *et al.* [52]. Holdeman *et al.* [34] ont estimé une corrélation entre le taux de mélange, le rapport J et l'espacement S entre chaque orifice :

$$C = [S/H_0] \sqrt{J} \quad (2.15)$$

où H_0 est la hauteur du conduit, indépendante de la taille des orifices. Holdeman *et al.* ont trouvé, pour une seule rangée d'injecteurs, une distribution de températures uniforme pour une constante C égale à 2.5. Ainsi, pour une géométrie donnée, la valeur optimale de J peut alors être déterminée. Il faut noter aussi, que pour des valeurs de C inférieures à 1.25 et supérieures à 5.0, les jets se « sous-pénètrent » et se « sur-pénètrent ». Dans le cas de deux rangées opposées de jets, la constante optimale C prend la valeur de 1.25 et 5.0 lorsque ces rangées sont décalées.

Cette corrélation relative à un canal rectangulaire a été extrapolée à un conduit cylindrique par Holdeman [34]. Le fait d'augmenter le nombre d'orifices n autour d'une conduite avec un rapport de quantité de mouvement J constant, revient à diminuer J pour n constant.

$$n_{opt} = \pi \sqrt{2J}/C \quad (2.16)$$

En prenant C égal à 2.5, le rapport J optimal pour une configuration donnée est donnée par la relation suivante, $J_{opt}=0.32n^2$. Smith *et al.* [86] ont validé la relation 2.16 et supposent que pour la plupart des formes d'orifices, le nombre optimum d'orifices d'injection, n_{opt} , augmente avec J . En revanche, la même forme d'orifice peut ne pas être la meilleure pour tous les taux de quantité de mouvement donnés.

Enfin, on peut citer des études expérimentales relatives au développement de corrélations pour décrire le mélange optimal en fonction des conditions géométriques (H/d , S) :

$$J_{opt} = 0.045 \times [H/d]^2 + \frac{3.08 \times [H/d]^{1.65}}{[S/d + 0.26]^{1.29}} \quad (2.17)$$

Cette corrélation, valable pour des rangées de jets opposés, semble traduire le fait que

le meilleur mélange a lieu lorsque les jets opposés pénètrent au milieu du canal sans se heurter les uns avec les autres.

2.2.4 Conclusions

Dans cette section, les caractéristiques moyenne et instantanée du jet transverse ont été représentées. Les structures cohérentes semblent dominer le comportement du jet surtout dans le cas d'écoulements turbulents et la paire de vortex contrarotatifs est sans conteste la principale structure du JICF. Toutefois, son origine ne fait pas l'unanimité des différents auteurs et suscite encore aujourd'hui de nombreuses questions.

Actuellement, les moyens mis en œuvre se tournent davantage vers des configurations plus complexes de JICF. Dans les milieux confinés des turbines à gaz, le jet transverse s'avère être un élément essentiel et les méthodes de simulations LES présentent une source d'informations utiles car elles permettent d'une part, de valider des constatations expérimentales et d'autre part, d'examiner des données difficilement accessibles à la mesure.

Chapitre 3

L'approche LES

3.1 La méthodologie LES pour étudier le mélange en géométries complexes

L'objectif principal de la LES est de calculer de manière explicite les grosses structures de l'écoulement tandis que les structures plus petites sont modélisées (Moin [55], Sagaut [74]...). Ainsi, le caractère instationnaire est pris en compte, ce qui constitue un atout majeur vis-à-vis des modélisations RANS [45] (Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulations) qui ne traitent que l'écoulement moyen et aux simulations DNS où toutes les échelles de la turbulence sont résolues. C'est à l'aide d'une opération de filtrage que les grandes échelles seront distinguées des plus petites.

3.1.1 Le filtre LES

Dans l'approche LES, les quantités appropriées Q sont filtrées dans l'espace physique avec une moyenne pondérée sur un volume donné. Un second filtre qui ne sera pas traité dans cette étude, est déterminé dans le contexte d'une analyse spectrale ; il a pour but de supprimer toutes les composantes supérieures à une fréquence donnée. L'opération de filtrage [1] dans l'espace physique est donné dans l'Eq. 3.1 :

$$\overline{Q}(\mathbf{x}) = \int_D Q(\mathbf{x}') \overline{F}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3.1)$$

où \overline{F} est le filtre LES. Les filtres standards investis dans l'espace physique sont de type boîte (Eq. 3.2) ou Gaussien (Eq. 3.3). (x_1, x_2, x_3) sont les coordonnées de l'espace et Δ est la longueur de la boîte.

$$\overline{F}(\mathbf{x}) = \overline{F}(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 1/\Delta^3, & \text{si } x_i \leq \Delta/2, \quad i = 1, 2, 3. \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\overline{F}(\mathbf{x}) = \overline{F}(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{6}{\pi\Delta^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{6}{\pi\Delta^2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \right] \quad (3.3)$$

Dans le code compressible AVBP, le filtre est implicite et est relatif à la discrétisation du maillage sur les nœuds du maillage. Dans les écoulements à densités variables, une opération de Favre [21], introduite dans l'Eq. 3.4, est nécessaire :

$$\bar{\rho}\tilde{Q}(\mathbf{x}) = \int_D \rho Q(\mathbf{x}') \bar{F}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3.4)$$

\tilde{Q} et $\bar{\rho}$ représentent des quantités filtrées. Dans les écoulements réactifs, la moyenne de Favre est généralement introduite de la façon suivante :

$$\tilde{Q}(\mathbf{x}) = \frac{\overline{\rho Q}(\mathbf{x})}{\bar{\rho}(\mathbf{x})} \quad (3.5)$$

Chaque quantité Q peut être décomposée en une composante filtrée \tilde{Q} et une composante de fluctuation Q' tel que, $Q(\mathbf{x}) = \bar{Q}(\mathbf{x}) + Q'(\mathbf{x}) = \tilde{Q}(\mathbf{x}) + Q''(\mathbf{x})$. Contrairement aux simulations RANS, le filtrage LES implique les relations suivantes (Eqs. 3.6 & 3.7) :

$$\tilde{\tilde{Q}} \neq \tilde{Q} \quad ; \quad \tilde{Q''} \neq 0 \quad (3.6)$$

$$\overline{\tilde{Q}} \neq \bar{Q} \quad ; \quad \overline{Q'} \neq 0 \quad (3.7)$$

avec,

$$\tilde{Q''} = \frac{\overline{\rho Q''}}{\bar{\rho}} = \frac{\overline{\rho(Q - \tilde{Q})}}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{\rho}\tilde{Q} - \overline{\rho\tilde{Q}}}{\bar{\rho}} = \frac{\bar{\rho}\tilde{Q} - \bar{\rho}\tilde{Q}}{\bar{\rho}} \quad (3.8)$$

Précisons enfin que le filtrage des équations nécessite une opération de permutation entre l'opérateur de dérivation et le filtre. Ces définitions mènent à un ensemble d'équations similaires aux équations moyennées de Reynolds. Elles sont présentées dans le paragraphe suivant.

3.1.2 Les équations Navier-Stokes non réactives

↪ Les données relatives à la dynamique du champ sont généralement exprimées par les tensions visqueuses, Eqs. 3.9 & 3.10. Le fluide est supposé Newtonien, c'est-à-dire que le tenseur visqueux τ_{ij} est donné par la loi de Newton. μ est la viscosité dynamique qui dépend des propriétés du fluide et qui suit la loi de Sutherland, $\mu = c_1 \frac{T^{3/2}}{T + c_2}$. δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2/3 \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (3.9)$$

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2/3 \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}. \quad (3.10)$$

↪ Concernant les données relatives à la thermodynamique, la loi d'état pour un mélange de gaz parfaits s'écrit $p = \bar{\rho} \bar{r} T$ où $\bar{r} = R/\bar{M}$ est la constante du mélange variant en temps et

3.1 La méthodologie LES pour étudier le mélange en géométries complexes

en espace, et W_k et Y_k sont respectivement la masse moléculaire et la fraction massique de l'espèce k . \bar{W} est la masse moléculaire moyenne du mélange.

$$\frac{1}{\bar{W}} = \sum_{k=1}^N \frac{Y_k}{W_k} \quad (3.11)$$

La constante des gaz \bar{r} et les chaleurs spécifiques sont alors décomposées ainsi :

$$\bar{r} = \frac{R}{\bar{W}} = \sum_{k=1}^N \frac{Y_k}{W_k} \mathcal{R} = \sum_{k=1}^N Y_k r_k \quad (3.12)$$

$$\bar{C}_p = \sum_{k=1}^N Y_k C_{p,k} \quad \text{et} \quad \bar{C}_v = \sum_{k=1}^N Y_k C_{v,k} \quad (3.13)$$

avec \mathcal{R} la constante universelle égale à 8.3143 J/mol/K . L'exposant adiabatique pour le mélange est donné par $\bar{\gamma} = \bar{C}_p / \bar{C}_v$. On posera les variables suivantes, fonctions de la fraction massique locale $Y_k(x, t)$ telles que :

$$\bar{r} = \bar{r}(x, t), \quad \bar{C}_p = \bar{C}_p(x, t), \quad \bar{C}_v = \bar{C}_v(x, t) \quad \text{et} \quad \bar{\gamma} = \bar{\gamma}(x, t). \quad (3.14)$$

\rightsquigarrow Avec ces hypothèses, les équations de Navier-Stokes sous la forme non réactives s'écrivent alors :

- Equation de conservation de la masse :

Dans le cas d'un mélange de plusieurs espèces Y_k l'équation de conservation de la masse avec une correction sur la vitesse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \sum_{k=1}^N Y_k V_k^i \right) = 0 \quad (3.15)$$

où V_k^i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de diffusion des espèces et $\sum_{k=1}^N Y_k V_k^i = 0$. On exprime généralement cette relation par la loi de Fick comme une fonction des gradients d'espèces :

$$X_k V_k^i = -D_k \frac{W_k}{\bar{W}} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} \quad \text{avec} \quad X_k = Y_k \frac{\bar{W}}{W_k} \quad (3.16)$$

où D_k est la diffusivité moléculaire qui exprime le rapport du transport de quantité de mouvement sur le transport de masse pour l'espèce k . D_k est calculé par la relation 3.17. Les coefficients D_{ij} sont des fonctions complexes d'intégrales de collision et des variables thermodynamiques.

$$D_k = \frac{1 - Y_k}{\sum_{j \neq k}^N X_j / D_{jk}} \quad (3.17)$$

Cependant, une forme approchée de D_k est donnée par la relation, $D_k = \mu / \rho S_{c,k}$ où $S_{c,k}$ est le nombre de Schmidt de l'espèce k et est supposé constant pour toutes les espèces ($S_{c,k} = 0.7$). Les équations 3.15 & 3.16 amènent à l'expression suivante :

$$Y_k V_k^i = -D_k \frac{W_k}{\bar{W}} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} \quad (3.18)$$

Cette équation vérifie 3.15 si tous les coefficients de diffusion D_k sont égaux à D sans quoi l'équation de masse n'est pas conservée. Afin d'assurer la conservation de la masse, une vitesse de correction \vec{V}^c est apportée et est ajoutée à la vitesse de convection.

$$V_i^c = -D_k \frac{W_k}{\bar{W}} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} \quad (3.19)$$

- Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \sum_{k=1}^N Y_k f_{k,i} \quad (3.20)$$

\leadsto $f_{k,i}$ est la force volumique agissant sur l'espèce k dans la direction i .

- Equation de conservation des espèces :

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho (u_i + V_i^c) Y_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \right) \quad (3.21)$$

\leadsto Comme pour l'équation de la conservation de la masse, la vitesse de correction \vec{V}^c est ajouté à la vitesse de convection pour assurer la conservation. La vitesse de diffusion est la même pour toutes les espèces.

\leadsto Le flux diffusif laminaire J_i^k de l'espèce k est alors classiquement exprimé par :

$$J_i^k = -\rho \left(D_k \frac{W_k}{\bar{W}} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} + Y_k V_i^c \right) \quad (3.22)$$

Des expressions plus complexes sont parfois utilisées pour décrire la diffusion moléculaire des espèces. L'effet Soret (diffusion des espèces due aux gradients de températures) et le transport moléculaire dû aux gradients de pressions sont généralement négligés.

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i e_t}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} u_i) + \dot{Q} + \rho \sum_{k=1}^N Y_k f_{k,i} (u_i + V_{k,i}) \quad (3.23)$$

\leadsto e_t est l'énergie totale et est définie telle que, $e_t = \int_{T_0}^T C_{v,k} dT + 1/2 u_i^2$.

\leadsto \dot{Q} est le flux radiatif et généralement négligé. $\rho \sum_{k=1}^N Y_k f_{k,i} (u_i + V_{k,i})$ correspond aux forces volumiques de l'espèce k .

\leadsto Le flux d'énergie q_i , décrit dans l'équation suivante, implique un terme de diffusion de la chaleur exprimé selon la loi de Fourier ($\lambda \partial T / \partial x_i$) et un terme de diffusion des espèces.

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho \sum_{k=1}^N \left(D_k \frac{\partial W_k}{\partial \bar{W}} \frac{\partial X_k}{\partial x_i} + Y_k V_i^c \right) h_{s,k} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^N J_i^k h_{s,k} \quad (3.24)$$

où $\lambda = \mu \bar{C}_p / Pr$ est la conductivité thermique et où le nombre de Pr est supposé être constant et égal à 0.7. $h_{s,k}$ est l'enthalpie sensible de l'espèce k et est donnée par la relation, $h_{s,k} = \int_{T_0}^T C_{p,k} dT$.

Il faut noter que pour des écoulements à hauts nombres de Reynolds, les flux diffusifs laminares des espèces J_j^k et de la chaleur q_i sont généralement petits devant le transport turbulent.

3.1.3 Les équations filtrées

Le jeu d'équations (Eqs. 3.25) présente les équations filtrées de masse, de quantité de mouvement, de transport des espèces et d'énergie pour des écoulements non réactifs. Les flux incompressibles (F^I), visqueux (F^V) et turbulents (F^t) sont mis en évidence et les notations $-$ et \sim dénotent les quantités filtrées.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} & + & \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} & = & 0 & & \\
 \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} & + & \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} & = & \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} & + & \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}^t}{\partial x_j} \\
 \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial t} & + & \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{Y}_k}{\partial x_j} & = & - \frac{\partial \tilde{J}_{i,k}}{\partial x_i} & - & \frac{\partial J_{i,k}^t}{\partial x_i} \\
 \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}_t}{\partial t} & + & \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{e}_t + \bar{p}) \tilde{u}_i}{\partial x_i} & = & - \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} & - & \frac{\partial \tilde{q}_i^t}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij}^t}{\partial x_j}
 \end{array} \quad (3.25)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Termes
 instationnaires

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Termes
 non visqueux (F^I)

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Termes
 visqueux (F^V)

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Termes
 turbulents (F^t)

Dans les équations filtrées on retrouve les différents termes visqueux qui sont le tenseur filtré des vitesses les flux de diffusion des espèces et de la chaleur (Eqs. 3.26-3.28) filtrés.

$$\tilde{\tau}_{ij} = 2\bar{\mu}(\tilde{S}_{ij} - 1/3\tilde{S}_{ll}\delta_{ij}) \quad \text{avec} \quad \tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.26)$$

$$\tilde{J}_k = - \left(\frac{\bar{\mu}}{S_{c,k}} \frac{W_k}{\bar{W}} \nabla \tilde{X}_k + \bar{\rho}_k \tilde{V}^c \right) \quad \text{avec} \quad \tilde{V}^c = - \sum_{k=1}^N \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho} S_{c,k}} \frac{W_k}{\bar{W}} \nabla \tilde{X}_k \quad (3.27)$$

$$\tilde{q} = - \frac{\bar{\mu} \bar{C}_p}{Pr} \nabla \tilde{T} + \sum_{k=1}^N \tilde{J}_k \tilde{h}_{s,k} \quad (3.28)$$

Le filtrage LES fait apparaître des corrélations d'ordre deux, $\tilde{u}_i \tilde{u}_j$, $\tilde{u}_i \tilde{Y}_k$ et $\tilde{u}_i \tilde{e}$ qui sont à modéliser pour clore le système. Ces inconnues sont :

- \rightsquigarrow Le tenseur des contraintes de Reynolds : $\tilde{\tau}_{ij}^t = \bar{\rho}(\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$,
- \rightsquigarrow Le flux de sous-maille des espèces : $\tilde{J}_{i,k}^t = \bar{\rho}(\tilde{u}_i \tilde{Y}_k - \tilde{u}_i \tilde{Y}_k)$,
- \rightsquigarrow Le flux de sous-maille de chaleur : $\tilde{q}_i^t = \bar{\rho}(\tilde{u}_i \tilde{e} - \tilde{u}_i \tilde{e})$ où e est l'énergie sensible.

3.1.4 Les modèles de sous-maille

1. Concept de viscosité de sous-maille

Dans le concept de viscosité de sous-maille une hypothèse essentielle est à considérer : *le mécanisme de transfert d'énergie des échelles résolues vers les échelles de sous-maille est analogue au mécanisme moléculaire représenté par le terme de diffusion pour lequel une viscosité moléculaire apparaît.* L'action primordiale des petits tourbillons est d'absorber

de l'énergie pour la dissiper. Lorsque ces petites échelles sont absentes, il faut renforcer de façon directe la dissipation en augmentant la valeur de la viscosité de manière à conserver une dissipation énergétique suffisante. En LES, les échelles plus petites que la taille de la maille ne sont pas résolues mais prises en compte à travers le tenseur de sous-maille $\tilde{\tau}_{ij}^t$. Dans la formulation mathématique de Boussinesq, $\tilde{\tau}_{ij}^t$ est basé sur une hypothèse de viscosité turbulente de sous-maille notée ν_{SGS} , la notation « *SGS* » signifiant dans la littérature anglo-saxonne sub-grid scales. Une telle approche implique que les effets du champ « *SGS* » sur le champ résolu est purement dissipatif. $\tilde{\tau}_{ij}^t$ est décrit de manière générale Eq. 3.29 (Smagorinsky [81]) :

$$\tilde{\tau}_{ij}^t = 2 \nu_{SGS} \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tilde{T}_{ll} \delta_{ij} \quad \text{avec} \quad \tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 3 \quad (3.29)$$

où \tilde{S}_{ij} correspond au taux de déformation local basé sur les vitesses résolues. L'établissement d'un modèle pour ν_{SGS} passe par une analyse dimensionnelle traduisant le fait que $\nu_{SGS} \propto l_{SGS}^2/t_{SGS}$ où l_{SGS} est l'échelle de longueur caractéristique et t_{SGS} le temps caractéristique pour décrire les échelles de sous-maille. Avec L_0 et T_0 les échelles caractéristiques résolues de longueur et de temps, on suppose une séparation totale des échelles en considérant que :

$$\frac{l_{SGS}}{L_0} \ll 1, \quad \frac{t_{SGS}}{T_0} \ll 1 \quad (3.30)$$

Or, dans le filtrage associé à la LES, le spectre d'énergie turbulente est continu et la séparation entre les échelles résolues et les échelles de sous-maille n'est pas introduite. Cette continuité du spectre d'énergie est liée au fait que la région de cut-off contenant les plus petites échelles résolues et les grandes échelles de sous-maille est complètement représentée par la viscosité. Ainsi la viscosité de sous-maille n'est pas une caractéristique du fluide, comme l'est la viscosité moléculaire, mais une caractéristique de l'écoulement.

Les flux turbulents des espèces $\tilde{J}_{i,k}^t$ et enthalpique \tilde{q}_i^t seront modélisés de manière analogue et sont donnés dans les équations 3.31 & 3.32 :

$$\tilde{J}_{i,k}^t = -\bar{\rho}(\widetilde{u_i Y_k} - \tilde{u}_i \tilde{Y}_k) = - \left(\frac{\overline{\mu_{SGS}}}{S_{c,k}^t} \frac{W_k}{\overline{W}} \nabla \tilde{X}_k + \bar{\rho}_k \tilde{V}^{c,t} \right) \quad (3.31)$$

$$\text{avec} \quad \tilde{V}^c = - \sum_{k=1}^N \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho} S_{c,k}^t} \frac{W_k}{\overline{W}} \nabla \tilde{X}_k$$

$$\tilde{q}^t = -\bar{\rho}(\widetilde{u_i e} - \tilde{u}_i \tilde{e}) = \frac{\gamma}{Pr^t} \mu_{SGS} \frac{\overline{C_p}}{\gamma} \nabla \tilde{T} \quad (3.32)$$

où $D_t = \nu_{SGS}/S_{c,k}^t$ est la diffusivité turbulente de la fraction massique de sous-maille et $S_{c,k}^t$, le nombre de Schmidt turbulent $S_{c,k}^t$ pris égal à 0.71. La conductivité thermique turbulente λ_t du mélange du gaz est définie par $\lambda_t = \nu_{SGS}/Pr^t$. Le nombre de Prandtl turbulent, Pr^t , est fixé 0.9.

2. Modélisation de ν_{SGS}

De nombreux travaux ont été réalisés sur la modélisation de ν_{SGS} (Sagaut [74], Lesieur [48], Ferziger [23]). Les modèles les plus rencontrés et les plus faciles à implémenter dans un code de calcul sont basés sur les échelles résolues ; les échelles de sous-mailles sont déterminées pour tous les nœuds du maillage et à chaque instant à partir des caractéristiques des échelles résolues. Les modèles décrits dans ce paragraphe sont les modèles de Smagorinsky, de Smagorinsky filtré et de WALE. Le modèle dynamique de Germano est aussi introduit. Deux autres classes de modèles moins répandues sont utilisées mais ne sont pas présentées ici : les modèles directement basés sur les transferts d'énergie avec les échelles de sous-maille et les modèles basés sur une longueur de cut-off dans l'espace spectral.

Il faut noter par ailleurs que les différents modèles de sous-maille de la LES, présentés dans ce paragraphe, sont développés pour prédire la turbulence dans les écoulements instationnaires. L'approche filtrée est basée sur le volume de la cellule ($\Delta = V_{cell}^{1/3}$) et le raffinement du maillage nécessite une attention toute particulière pour obtenir une bonne efficacité du modèle LES.

↗ Le modèle de Smagorinsky :

Le modèle de Smagorinsky [81] est le plus fréquemment utilisé en LES. Basé sur les grandes échelles, il correspond à une modélisation de ν_{SGS} dans l'espace physique et ν_{SGS} est directement proportionnelle à S_{ij} , le taux de déformation local défini dans l'Eq. 3.29 :

$$\nu_{SGS} = (C_{sm}\Delta)^2 \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \quad (3.33)$$

La taille du filtre Δ fixe l'échelle de longueur de sous-maille et correspond à la racine cubique du volume de la cellule ($\Delta = V_{cell}^{1/3}$). La valeur de C_{sm} est généralement voisine de 0.18 [81]. Cette constante est obtenue en considérant le spectre d'énergie de Kolmogorov, $E(k) = C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$, et en proposant un nombre de cut-off, $k_c = \pi/\Delta$, tel que la dissipation sous-maille soit identique à la dissipation ε . La constante C_{sm} est alors approchée par la relation suivante :

$$C_{sm} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3C_K}{2} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (3.34)$$

Dans cette formulation classique, le problème du comportement à la paroi se pose ; en effet, le modèle de Smagorinsky impose une valeur non nulle de ν_{SGS} dès qu'il y a un gradient de vitesses. Cependant, près des murs, toutes les fluctuations sont amorties et la viscosité turbulente doit être ramenée à zéro. Plusieurs modèles ont été proposés, modèles qui imposent un ν_{SGS} avec une constante de Smagorinsky plus petite près des parois ($C_{sm}=0.1$) [16]. Ces modèles ne sont pas acceptables pour des géométries complexes. Il faut noter enfin que dans cette formulation, seul le taux de déformation S_{ij} est pris en compte ; de fait, ce modèle est difficilement acceptable dans les zones où l'écoulement est fortement rotationnel et où l'énergie de dissipation est concentrée dans les zones tourbillonnaires.

↗ **Le modèle de Smagorinsky filtré :**

Dans l'espace spectral, le modèle de Smagorinsky filtré est basé sur un filtre passe-haut du champ de vitesses filtré, $HP(\tilde{S}_{ij})$ (Ducros [19], Nicoud [61]) :

$$\nu_{SGS} = (C_2 \Delta)^2 \sqrt{2HP(\tilde{S}_{ij})HP(\tilde{S}_{ij})} \quad (3.35)$$

La constante C_2 est déterminée de la même façon que la constante de Smagorinsky C_{sm} et sa valeur est de l'ordre de 0.37. Ce modèle a été développé afin d'obtenir une meilleure représentation des phénomènes locaux des écoulements turbulents. En appliquant le modèle de sous-maille à un champ de vitesse modifié, obtenu par l'application du filtre passe-haut, le modèle de Smagorinsky filtré permet une meilleure détection de l'existence de modes de sous-maille.

↗ **Le modèle WALE :**

Les deux idées principales du modèle WALE [62] [61] (Wall Adaptating Local Eddy-viscosity) sont les suivantes : d'une part, la viscosité de sous-maille ν_{SGS} est reliée à la fois au taux de déformation et au taux de rotation des structures turbulentes. D'autre part, ν_{SGS} tend naturellement vers zéro près de la paroi et l'ajustement d'une constante (dynamique ou fonction d'amortissement) n'est donc pas nécessaire. Enfin, dans le cas d'un cisaillement pure, la viscosité turbulente est nulle et permet de reproduire la transition laminaire-turbulent à travers l'accroissement des modes linéaires instables. L'expression de ν_{SGS} est donnée dans la relation 3.36 :

$$\nu_{SGS} = (C_w \Delta)^2 \frac{(s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2}}{(\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4}} \quad (3.36)$$

où,

$$s_{ij}^d = \tilde{S}_{ik} \tilde{S}_{kj} + \tilde{\Omega}_{ik} \tilde{\Omega}_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} [\tilde{S}_{mn} \tilde{S}_{mn} - \tilde{\Omega}_{mn} \tilde{\Omega}_{mn}] \quad (3.37)$$

où $\tilde{\Omega}_{ij}$ est le taux de rotation du champ filtré :

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.38)$$

La constante du modèle C_w vaut 0.55 et donne sensiblement la même dissipation d'énergie cinétique de sous-maille que pour le modèle de Smagorinsky (cf. Paragraphe 4.1.3).

Les trois modèles de sous-maille présentés ci-dessus sont implémentés dans le code de calcul AVBP. Ces modèles sont tous fonction du volume de la cellule ($\Delta = V_{cell}^{1/3}$), et la constante déterminée pour chacun d'entre eux est invariante en espace et en temps. Leur efficacité a été montrée dans de nombreux travaux (Ducros [19], Légier [46]...) et leur utilisation semble tout à fait justifiée pour des études LES sur des géométries complexes. Toutefois la variation de la taille du filtre due à des maillages non uniformes n'est pas directement prise en compte dans le modèle. En effet, la contribution sous-maille serait la même pour deux cellules de même volume mais de topologie complètement différente. Le

modèle dynamique, développé par Germano *et al.* (1991), permet de réduire les erreurs en déterminant une information des échelles résolues, en particulier celles proches des échelles de cut-off.

↗ Le modèle dynamique de Germano :

En raison de l'importance attribuée au modèle de sous-maille dans la fermeture des équations, des efforts ont été fournis à ce sujet. Le modèle de Smagorinsky reste le plus largement utilisé mais il a ses limites : les principales faiblesses de ce modèle sont qu'il ne s'adapte pas au caractère de d'écoulement et ne disparaît pas dans les zones où l'écoulement est laminaire. Il s'avère être aussi trop dissipatif dans les régions de transition laminaire-turbulent et ne prend pas en compte la remontée d'énergie des petites échelles vers les grandes (phénomènes de « backscatter » où les tourbillons non résolus fusionnent pour générer des tourbillons plus gros) (Bertoglio [5], Ghosal *et al.* [32]...). En outre, il possède un mauvais comportement près des murs et n'inclut pas les effets de compressibilité. Les modèles de Smagorinsky filtré et WALE remédient en partie à ces problèmes.

L'idée introduite par Germano [30] est une formulation dynamique du modèle de Smagorinsky. Les travaux sont nombreux à ce sujet : Ghosal [32], Lilly [51], Moin [55], Moin *et al.* [56]... La principale idée est d'adapter le modèle aux structures locales de l'écoulement c'est-à-dire, adapter automatiquement la constante de Smagorinsky en chaque point du maillage et à chaque instant. C_{sm} devient alors une fonction de x et de t . Cette procédure implique l'utilisation de deux filtres. L'avantage d'une telle modélisation est que la constante du modèle de Smagorinsky n'est plus déterminée par l'utilisateur mais par le modèle lui-même. La valeur de C est alors automatiquement réduite dans les régions situées près de la paroi, et disparaît dans les écoulements laminaires correctement résolus.

3.1.5 Présentation du code de calcul AVBP

1. Les simulations numériques présentées dans ce travail sont réalisées avec le solveur AVBP. Ce code de calcul compressible résout les équations laminaires et turbulentes de Navier-Stokes en deux et trois dimensions et ce, pour des écoulements stationnaires et instationnaires (Schönfeld [77], Colin [14]...).

2. AVBP possède une grande flexibilité vis-à-vis du maillage et traite aisément des maillages structurés, non structurés et hybrides.

3. Le code est parallélisé et a été porté sur un grand nombre de plate-formes parallèles (Compaq Alpha Server, Silicon Graphics, SUN...) fournissant ainsi un gain appréciable de rapidité en temps de calcul. AVBP est basé sur la librairie parallèle *COUPL* (*Cerfacs and Oxford University Parallel Library*). Les routines sont écrites dans les formats standards de FORTRAN 77 mais des extensions en langage C et FORTRAN 90 sont nécessaires pour permettre une gestion dynamique des tableaux.

Ce paragraphe contient une description sommaire de la technique cell-vertex [73] [77],

des différents schémas implémentés dans le code AVBP et du calcul du pas de temps.

↗ **L'approche cell-vertex :**

Dans le code calcul AVBP, la méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation spatiale. Dans cette méthode, la formulation des lois de conservation est intégrée de façon approximée. Cette discrétisation numérique des équations s'apparente à la technique cell-vertex ; les valeurs discrètes des variables conservatives sont stockées aux nœuds de la cellule. Le vecteur \mathbf{W} des variables conservatives est défini par :

$$\mathbf{W} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]^T \quad (3.39)$$

En considérant les équations Navier-Stokes en laminaire sous la forme conservative :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{F} = 0 \quad (3.40)$$

où \mathcal{F} est le tenseur des flux, fonction de \mathbf{W} et $\nabla \mathbf{W}$. Le terme spatial de l'équation 3.40 est approximé sur chaque volume de contrôle Ω_j pour donner le résidu R_{Ω_j} :

$$R_{\Omega_j} = \frac{1}{V_{\Omega_j}} \int_{\partial \Omega_j} \mathcal{F} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.41)$$

Le résidu est dans un premier temps calculé pour chaque élément en utilisant une loi d'intégration appliquée aux faces. La valeur du résidu s'obtient en supposant que chaque composante du flux varie linéairement sur ces faces. Les résidus sont alors calculés en chaque cellule et les inconnues sont déterminées aux nœuds. On définit alors le schéma semi-discret de la forme suivante :

$$\frac{dW_k}{dt} = -\frac{1}{V_k} \sum_{j|k \in \Omega_j} D_{\Omega_j}^k V_{\Omega_j} R_{\Omega_j} \quad (3.42)$$

où $D_{\Omega_j}^k$ est la distribution matricielle de pondération de la cellule Ω_j vers le nœuds k et V_k est le volume de contrôle associé à chaque nœud.

↗ **Les schémas numériques :**

Dans le cas d'un calcul LES, les schémas numériques doivent être capables de convecter les échelles turbulentes sur une large gamme de fréquences, c'est-à-dire des structures à petites comme à grandes échelles. Les viscosités moléculaire et turbulente sont relativement faibles et impliquent, en première approximation, que le tenseur des contraintes visqueuses n'a d'influence que sur les petites structures. A l'inverse les grandes échelles, c'est-à-dire les structures essentielles, sont convectées correctement et les erreurs de dissipation et de dispersion sont relativement faibles. En général, l'erreur de dispersion aux hautes fréquences est importante pour des schémas de types différences et volumes finis. Toutefois cette erreur n'est pas très pénalisante en LES dans la mesure où les petites échelles sont convectées sur des distances très courtes.

Le schéma utilisé pour l'étude des configurations industrielles est le schéma centré de Lax-Wendroff en volumes finis ; il est d'ordre deux en espace et en temps. Les schémas centrés du second ordre ont l'inconvénient de générer des oscillations au voisinage des discontinuités telles les ondes de choc. Des termes de dissipation artificielle (Jameson [37]) peuvent être ajoutés pour lisser ces oscillations. Par ailleurs, ils permettent une convection correcte des gros tourbillons mais présentent une erreur dispersive pour les structures plus petites. Il est alors nécessaire d'utiliser une résolution du maillage plus fine sans quoi les erreurs commises sur la convection des grandes échelles seraient trop importantes.

Cette réduction de l'erreur par le raffinement du maillage implique une augmentation importante du coût CPU requis. C'est le problème clef qui demande un bon compromis entre la taille minimale des cellules, le nombre de cellules et le temps nécessaire de calcul.

Un autre schéma numérique est implanté dans le code AVBP spécifiquement pour la LES. Il s'agit du schéma éléments-finis TTGC [14] du troisième ordre en temps et en espace. Ce schéma de type Taylor-Galerkin est peu dissipatif et peu dispersif et permet d'obtenir des résultats plus précis que ceux obtenus avec le schéma Lax-Wendroff.

Enfin, les schémas de Runge-Kutta de types volumes finis et d'ordre plus élevé en temps que les schémas TTGC sont implantés dans le code AVBP. Pour des raisons de coût, ils ne sont pas employés à la simulation des configurations industrielles étudiées dans ce travail.

↯ Le pas de temps :

Le pas de temps est déterminé par le minimum des pas de temps convectif et diffusif. Le pas de temps est relatif au temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance entre deux nœuds successifs à la vitesse $u + c$. On parle encore de condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), où Δ est la taille de la cellule.

$$\Delta t_{max} < CFL \text{ Min} \left(\frac{\Delta}{|\vec{u}| + c} \right) \quad (3.43)$$

Le pas de temps diffusif est imposé par un critère de type Fourier. Il correspond au temps nécessaire à la diffusion pour traverser la cellule :

$$\Delta t_{max} < F_0 \text{ Min} \left(\frac{\Delta^2}{\nu + \nu_t} \right) \quad (3.44)$$

où le nombre de Fourier F_0 est de l'ordre de 0.5. Le pas de temps de référence est le minimum des pas de temps convectif et diffusif.

3.2 Les conditions aux limites

3.2.1 Les conditions aux limites dites caractéristiques

Ce paragraphe présente de façon succincte les conditions aux limites utilisées dans le code AVBP et traitées pour un écoulement mono-espèce. Au même titre que le modèle LES

ou le schéma numérique, les conditions aux limites ont une influence importante sur les prédictions LES. En outre, dans les codes compressibles, il est nécessaire de tenir compte des ondes entropiques et acoustiques dans le domaine comme aux frontières. Or, pour beaucoup de codes, le comportement acoustique des limites est peu clair. Ce problème est peu critique dans les simulations de type RANS mais le devient en LES.

La méthode NSCBC [63] basée sur l'analyse des ondes (entropiques et acoustiques) traversant les frontières du domaine permet un traitement correct des CL. Cette méthode construite dans un premier temps pour les équations d'Euler (formulation LODI) est ensuite étendue à l'analyse des équations Navier-Stokes.

↗ La formulation LODI :

Ce paragraphe présente de façon succincte la forme matricielle des équations d'Euler et leur décomposition en ondes. Il fournit une meilleure compréhension sur l'approche de la résolution des équations de Navier-Stokes et du traitement des conditions aux limites dans le code AVBP.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, & \text{Conservation de la masse} \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + P) = 0, & \text{Quantité de mouvement} \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho E + P)u = 0. & \text{Conservation de l'énergie} \end{array} \right. \quad (3.45)$$

où l'énergie totale (avec C_p constant) et la loi d'état des gaz parfaits sont respectivement données par $\rho E = P/(\gamma - 1) + 1/2 \rho u^2$ et $P = \rho r T$.

La forme conservative relative au système d'équations 3.45 est la suivante (\mathbf{U} est le vecteur des variables conservatives et \mathbf{F} le flux associé) :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho E]^T \quad \text{et} \quad \mathbf{F} = [\rho u, \rho u^2 + P, (\rho E + P)u]^T \quad (3.46)$$

De manière analogue, en notant $\alpha = u^2/2$ et $\beta = \gamma - 1$, la forme semi-conservative s'écrit :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = 0 \quad (3.47)$$

avec,

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_\rho}{\partial \rho} & \frac{\partial F_\rho}{\partial \rho u} & \frac{\partial F_\rho}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial F_{\rho u}}{\partial \rho} & \frac{\partial F_{\rho u}}{\partial \rho u} & \frac{\partial F_{\rho u}}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial F_{\rho E}}{\partial \rho} & \frac{\partial F_{\rho E}}{\partial \rho u} & \frac{\partial F_{\rho E}}{\partial \rho E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \alpha\beta - u^2 & (3 - \gamma)u & \beta \\ (\gamma E + 2\alpha\beta)u & \gamma E - \alpha\beta - \beta u^2 & \gamma u \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Bien que le calcul du vecteur \mathbf{U} soit réalisable, l'analyse théorique peut être grandement simplifiée si l'on repart non plus de la forme conservative, Eq. (3.46), mais de la forme

primitive, Eq. (3.49), des équations d'Euler, où \mathbf{V} est le vecteur des variables primitives $[\rho, u, P]^T$ relié au vecteur des variables conservatives \mathbf{U} par la relation $\partial\mathbf{U}=\mathbf{M}\partial\mathbf{V}$. La matrice \mathbf{A}_v est alors définie telle que :

$$\frac{\partial\mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{A}_v \frac{\partial\mathbf{V}}{\partial x} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{A}_v = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M} = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 \\ 0 & u & 1/\rho \\ 0 & \rho c^2 & u \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

et où,

$$\mathbf{M} = \frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 \\ \alpha & \rho u & 1/\beta \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -u/\rho & 1/\rho & 0 \\ \alpha\beta & -u\beta & \beta \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

En effectuant un dernier changement à partir de l'équation 3.49, la matrice \mathbf{A}_v est diagonalisée, et les valeurs propres λ_v^i et les vecteurs propres \mathcal{L}_v^i de \mathbf{A}_v sont les suivants :

$$\boldsymbol{\lambda}_v = \begin{bmatrix} \lambda_v^1 \\ \lambda_v^2 \\ \lambda_v^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ u+c \\ u-c \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mathcal{L}}_v = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_v^1 \\ \mathcal{L}_v^2 \\ \mathcal{L}_v^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1/c^2 \\ 0 & -1 & 1/\rho c \\ 0 & 1 & 1/\rho c \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

On obtient enfin la forme caractéristique des équations d'Euler où la matrice \mathbf{D}_v fait clairement apparaître trois ondes dans l'espace monodimensionnel.

$$\frac{\partial\mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{D}_v \frac{\partial\mathbf{W}}{\partial x} = 0 \quad \text{avec} \quad \partial\mathbf{W} = \begin{cases} \partial W_1 = \partial\rho - \partial P/c^2 \\ \partial W_2 = -\partial u - \partial P/\rho c \\ \partial W_3 = -\partial u + \partial P/\rho c \end{cases} \quad (3.52)$$

$$\text{et} \quad \mathbf{D}_v = \boldsymbol{\mathcal{L}}_v \mathbf{A}_v \boldsymbol{\mathcal{L}}_v^{-1} = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u+c & 0 \\ 0 & 0 & u-c \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

- ↪ L'onde entropique \mathcal{L}_2 , correspondant à la variable W_1 , aussi appelée onde de densité, se propage à la vitesse u .
- ↪ L'onde progressive \mathcal{L}_1 , correspondant à la variable W_2 , se propage à la vitesse $u+c$.
- ↪ L'onde rétrograde \mathcal{L}_3 , correspondant à la variable W_3 , se propage à la vitesse $u-c$.

En réexprimant en termes d'ondes le système d'équations (3.45), les relations dites "*Local One Dimensional Inviscid*" (LODI) prennent la forme suivante (Eq. 3.54). Elles sont complétées en 3D par deux ondes \mathcal{L}_3 et \mathcal{L}_4 représentant les deux ondes de vorticité se propageant à une vitesse u .

$$\begin{cases} \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{c^2}[\mathcal{L}_2 + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1)] = 0, \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2\rho c}(\mathcal{L}_5 - \mathcal{L}_1) = 0, \end{cases} \quad \text{et, en 3D,} \quad \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + \mathcal{L}_3 = 0, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \mathcal{L}_4 = 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

C'est sur ces considérations physiques que s'appuient les méthodes de codage des conditions aux limites NSCBC.

↗ Les équations de Navier-Stokes :

Considérons les équations Navier-Stokes en $3D$ pour un écoulement laminaire. Elles se présentent, hormis les termes visqueux, comme les équations d'Euler sous leur forme conservative (Eq. 3.46), c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]^T \quad (3.55)$$

Le tenseur \mathbf{F} se décompose en une partie visqueuse (notée V) et une partie non visqueuse (notée I) selon $\mathbf{F} = \mathbf{F}^I(\mathbf{U}) + \mathbf{F}^V(\mathbf{U}, \nabla \mathbf{U})$. La partie I étant identique à celle exprimée dans le cas 1D pour les équations d'Euler, et les termes visqueux (*cf.* Eq. 3.25) sont pris en compte.

La simulation d'écoulements dans une turbine à gaz, implique de considérer l'écoulement turbulent et parfois réactif. Dans de tels écoulements, la contribution des effets visqueux a une influence limitée sur les conditions aux limites NSCBC. Dans le cas réactif, un terme source est rajouté dans les équations Navier-Stokes, mais ne modifie en rien leur nature intrinsèque.

↗ Les conditions NSCBC :

Une attention particulière est exigée dans l'écriture des conditions aux limites pour un code compressible, particulièrement pour des méthodes LES ou DNS. Les schémas numériques peuvent fournir une précision d'ordre élevé et une faible dissipation numérique. Cependant, cette précision dépend fortement de la qualité des CL. Dans la plupart des simulations DNS, des conditions périodiques sont généralement employées ; le domaine est alors « replié » sur lui même, et aucune condition aux limites n'est requise. La LES nécessite quant à elle, l'emploi de conditions d'entrées, de sorties, et de murs pour la simulation de problèmes concrets. Ainsi, le bruit, tant acoustique que numérique devient un élément préoccupant. En cherchant à imposer « en dur » les valeurs aux limites, les équations Navier-Stokes aux bords ne sont pas résolues, et ainsi, les phénomènes acoustiques ne sont pas correctement traités. Aucun contrôle sur ces derniers n'est possible. C'est sur ce point particulier que les conditions dites « Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions » (NSCBC) sont novatrices.

La démarche pour spécifier les conditions aux limites est d'exprimer l'amplitude des ondes entrantes comme si le problème était localement monodimensionnel et non visqueux (Poinot & Lele [68]). On peut ainsi déterminer le nombre de conditions requises pour une entrée ou une sortie, comme présenté dans la table 3.2.1. En effet, pour un écoulement subsonique, les ondes \mathcal{L}_1 à \mathcal{L}_4 traversent l'entrée du domaine tandis que seule l'onde \mathcal{L}_5 sort du domaine. Pour un écoulement supersonique, aucune onde ne remonte l'écoulement et les conditions sur les ondes ne sont imposées qu'en entrée.

↗ Tableau des conditions aux limites utilisées dans ce rapport :

Type de conditions aux limites	Nombres de variables à spécifier	Mots clefs AVBP
Entrée subsonique	5 u, v, w, T, Y	INLET_RELAX_UVW_T_Y
Sortie subsonique	1 p	OULET_RELAX_P
Sortie subsonique	6 u, v, w, T, p, Y	INOUT_FREESTREAM
Mur non glissant isotherme	4 $u=v=w=0, T=cste$	WALL_WAVE_NOSLIP_ISOT
Mur non glissant adiabatique	4 $u=v=w=0, q=cste$	WALL_WAVE_NOSLIP_ADIAB

Table 3.2.1 : Type de conditions aux limites caractéristiques utilisées dans ce travail.

Il faut noter aussi que des conditions aux limites non caractéristiques sont implémentées dans AVBP mais ne sont pas développées dans ce travail.

3.2.2 L'injection de turbulence

L'objectif de la LES est de résoudre explicitement les fluctuations turbulentes. Du fait du comportement instationnaire des quantités résolues de l'écoulement, des conditions d'entrée ne variant pas avec le temps peuvent reproduire l'écoulement moyen mais pas la turbulence et de ce fait ne reproduisent pas convenablement les résultats expérimentaux. Ce problème devient crucial pour les écoulements très turbulents dans les configurations industrielles. Dans de tels cas, deux possibilités sont à envisager : la première est de simuler un domaine suffisamment long afin de déstabiliser temporellement l'écoulement. Cette approche, envisagée par Pierce & Moin, 1998, Schlüter, 2001, est peu envisageable car elle nécessite un coût supplémentaire de calcul non négligeable.

La deuxième possibilité est de perturber dès l'entrée et de façon artificielle l'écoulement avec une turbulence adaptée ; une turbulence pleinement développée s'établit alors rapidement réduisant considérablement les dimensions du domaine de calcul. L'injection de turbulence est obtenue en modulant les amplitudes d'un champ homogène isotrope turbulent à l'entrée du domaine de calcul. L'injection de turbulence est implémentée dans le code AVBP et est associée à une condition aux limites d'entrée NSCBC. Des comparaisons avec l'expériences sont effectuées sur un conduit cylindrique en trois dimensions, Section 4.2, et montre une amélioration significative des résultats réalisés avec l'injection de turbulence par rapport au cas sans injection de turbulence. La méthode sera également employée sur la configuration industrielle d'une chambre de dilution, Chapitre 6.

↗ Théorie et méthodologie :

La méthode employée ici, est appelée « Random Flow Generation » (RFG) (Smirnov *et al* [84] [85]) ; elle consiste à ajouter une forme de perturbation à l'écoulement et a pour but de générer dès l'entrée du domaine de calcul, un écoulement turbulent satisfaisant les conditions de continuité, d'inhomogénéité et d'anisotropie. Cette procédure est basée sur les travaux de Kraichnan (1970) qui introduit un champ $v_i(x_i, t)_{i,j=1,2,3}$ homogène et

isotrope comme une superposition de fonctions harmoniques (Eq. 3.56) :

$$v_i(\vec{x}, t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N [p_i^n \cos(\Psi_j) + q_i^n \sin(\Psi_j)] \quad (3.56)$$

avec,

$$\Psi_j = K_j^n \left(\frac{v'}{v'_{(j)}} \right) \tilde{x}_j + \omega_n \tilde{t} \quad (3.57)$$

et,

$$p_i^n = \varepsilon_{ijm} \zeta_j^{(n)} K_m^{(n)}, \quad q_i^n = \varepsilon_{ijm} \xi_j^{(n)} K_m^{(n)}, \quad (3.58)$$

$$\zeta_j^{(n)}, \xi_j^{(n)}, \omega_n \in N(0, 1), \quad K_i^n \in N(0, 1/2) \quad (3.59)$$

où, $\tilde{x}_j = x/l$ et $\tilde{t} = t/\tau$ sont les échelles caractéristiques adimensionnées de longueur et de temps et $v' = l/\tau$ est la fluctuation de vitesse. ε_{ijm} est le tenseur de permutation utilisé dans l'opération de produit vectoriel, et $N(M, \sigma)$ est une distribution normale de moyenne M et d'écart type σ . Les nombres K_j^n et ω_n représentent un échantillonnage de n vecteurs d'ondes et n fréquences du spectre de turbulence $E(K)$. Ce spectre est défini en Eq. 3.60 et est représenté sur la figure 4.1 en ligne continue.

$$E(k) = 16 (2/\pi)^{1/2} K^4 e^{(-2K^2)} \quad (3.60)$$

Le champ v_i homogène isotrope généré par la méthode Kraichnan est à divergence nulle et le tenseur de corrélation correspondant est par construction diagonal :

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad \overline{v_i v_j} = \delta_{ij}. \quad (3.61)$$

La méthode RFG consiste alors à appliquer au champ considéré un scaling (Eq. 3.62), puis une transformation orthogonale (Eq. 3.63) à chaque instant t et en tout point localisé sur la condition limite d'entrée; le champ résultant u_i devient alors non homogène et anisotrope.

$$w_i = v'_{(i)} v_{(i)}, \quad (3.62)$$

$$u_i = a_{ik} w_k. \quad (3.63)$$

Dans le scaling de v_i , le vecteur $v'_{(i)}$ représente la fluctuation turbulente dans la direction i et est indépendant du temps. Les coefficients a_{ij} de la matrice de transformation vérifient les relations 3.64 & 3.65 et sont des fonctions connues de l'espace :

$$a_{mi} a_{nj} r_{ij} = \delta_{mn} v_{(n)}'^2 \quad (3.64)$$

$$a_{ik} a_{kj} = \delta_{ij} \quad (3.65)$$

où les coefficients de corrélation r_{ij} ($r_{ij} \equiv \overline{u_i u_j}$) sont fonctions de l'espace. Cette procédure a été implémentée dans le code AVBP; elle est appliquée à la condition aux limites caractéristique d'entrée et nécessite de spécifier les paramètres suivants : N , le nombre de modes injectés en entrée, l_e , la taille du tourbillon le plus énergétique et l_{cutoff} , la taille du plus petit tourbillon.

Le spectre d'énergie cinétique turbulente $E(K)$ est représenté en Fig. 4.1. $K=2\pi/l_t$ est le nombre de modes et l_t l'échelle de longueur turbulente. K est réparti de façon aléatoire selon une distribution normale de variance K_e , où K_e est le vecteur nombre d'onde du tourbillon le plus énergétique injecté en entrée. l_e défini par $l_e=2\pi/K_e$ vaut approximativement un tiers de la dimension caractéristique de l'entrée. Un nombre d'onde de coupure K_{cutoff} détermine quant à lui la taille du plus petit tourbillon injecté en entrée. l_{cutoff} est généralement prise égale à deux fois la taille minimale de la cellule en entrée.

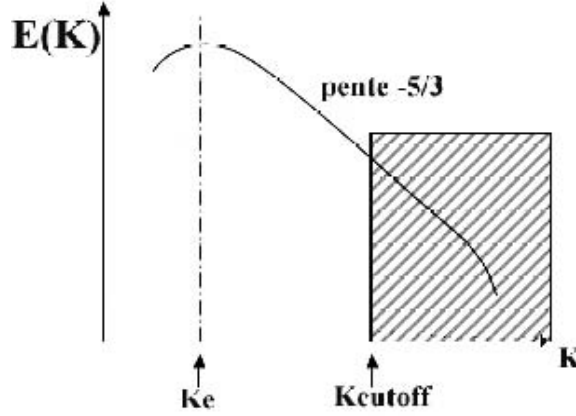


FIG. 3.1 – Spectre d'énergie cinétique turbulente $E(K)$.

3.2.3 La loi de paroi

1. Quelques rappels

Dans le cas d'écoulements de turbulence pleinement développée dans un conduit cylindrique, les quantités sont statistiquement indépendantes des directions longitudinale et transversale (x et z). Le nombre de Reynolds, basé sur le diamètre de la conduite et sur la vitesse moyenne débitante \bar{U} de l'écoulement suit la relation 3.66. R est le rayon du conduit et ν est la viscosité cinématique. Il faut rappeler notamment que la transition laminaire/turbulent dans un conduit cylindrique s'effectue à un nombre de Reynolds proche de 1200.

$$Re \equiv \bar{U} \cdot D/\nu \quad \text{où} \quad \bar{U} \equiv \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \langle U \rangle 2\pi r dr \quad (3.66)$$

où $\langle U \rangle$ est la moyenne temporelle de U . Pour un écoulement incompressible, quasi-isotherme et stationnaire, l'équation de quantité de mouvement selon x , prise dans le repère des coordonnées cylindriques, et en supposant une symétrie circulaire s'écrit sous la forme suivante :

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \langle uv \rangle) + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial r} \right) \quad (3.67)$$

En multipliant l'équation 3.67 par r et en intégrant, on obtient alors :

$$\rho \langle uv \rangle - \rho \nu \frac{d \langle U \rangle}{dr} = -\frac{1}{2} r \frac{d \langle p \rangle}{dx} \quad (3.68)$$

Il faut noter aussi que d'après l'équation selon r de la quantité de mouvement, le gradient de pression axial moyen est uniforme à travers chaque section de la conduite. Cette déduction importante permet d'écrire :

$$\frac{\langle \partial p \rangle}{dx} = \frac{dp_w}{dx} \quad (3.69)$$

Les équations 3.68 & 3.69 mènent à la relation suivante :

$$\tau(r) = -\frac{1}{2}r \frac{dp_w}{dx} \quad (3.70)$$

$\tau(r)$ correspond au tenseur de cisaillement total. Au mur, lorsque $r=R$, on obtient la relation suivante :

$$-\frac{dp_w}{dx} = 2 \frac{\tau_w}{R} \quad \text{où} \quad \tau_w = -\tau(R) \quad (3.71)$$

2. La loi logarithmique de mur

Pour un écoulement turbulent dans un conduit, la vitesse de frottement u_τ , Eq. 3.72, et la longueur visqueuse y^+ , Eq. 3.73, sont généralement introduites :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.72)$$

$$y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu} = \frac{y}{\delta_v} \quad (3.73)$$

où τ_w est le cisaillement au mur (défini par l'équation 3.71 ci-dessus), et δ_v est l'échelle de longueur visqueuse.

La loi de paroi implémentée dans AVBP impose le profil de vitesse axiale près des murs. La vitesse adimensionnée $u^+ = u/u_\tau$, appelée encore vitesse réduite, est une fonction de y^+ et peut être calculée soit avec une relation linéaire soit avec la loi logarithmique de mur :

$$y^+ \leq 11.445 : \quad u^+(y^+) = y^+ \quad (3.74)$$

$$y^+ > 11.445 : \quad u^+(y^+) = \kappa^{-1} \ln[Ey^+] \quad (3.75)$$

où κ est la constante de von Kàrmàn (1930) égale à 0.41 et E est une constante d'intégration fixée à 9.2. $u=u(y)$ se réfère à la vitesse dans la couche limite.

De façon similaire, on définit T^+ , la température adimensionnée telle que $T^+ = \frac{T_w - T}{T_\tau}$. T_w est la température au mur, $T(y)$, la température dans la couche limite et T_τ est telle que $T_\tau = q_w / \rho C_p u_\tau$. C_p est la chaleur spécifique à pression constante et q_w le flux de chaleur au mur. T^+ suit comme pour u^+ les relations suivantes :

$$y^+ \leq 11.445 : \quad T^+(y^+) = Pr y^+ \quad (3.76)$$

$$y^+ > 11.445 : \quad T^+(y^+) = \kappa^{-1} Pr_t \ln[Fy^+] \quad (3.77)$$

où Pr et Pr_t sont les nombres de Prandtl laminaire et turbulent, (Pr_t est fixé à 0.9) et F est une constante d'intégration égale à 2.96.

Il faut enfin noter que ni les lois au mur sur la vitesse (Eqs. 3.74 & 3.75) ou sur la température (Eqs. 3.76 & 3.77) ne sont valides pour des larges valeurs de y^+ .

Pour des écoulements à hauts nombre de Reynolds, et compte tenu de la résolution du maillage proche de la paroi, ce modèle de loi de paroi améliore considérablement le comportement des profils de vitesses au niveau de la paroi. Des validations de cette loi logarithmique seront effectuées sur un conduit cylindrique, Section 4.2, ainsi que sur un jet transverse isolé au chapitre 7. Cette loi de paroi sera également utilisée pour la simulation de la configuration industrielle d'une chambre de dilution, Chapitre 6.

Chapitre 4

Validation de la LES et du code de calcul AVBP pour des cas académiques

4.1 La turbulence homogène isotrope

4.1.1 Formalisme statistique et THI

↗ Quelques notions de turbulence :

Plutôt que de donner une définition précise de la turbulence, il est préférable d'en donner les principales caractéristiques. L'origine de la turbulence est le résultat d'une instabilité de l'écoulement laminaire qui intervient lorsque le nombre de Reynolds dépasse une certaine valeur critique. Une première constatation évidente, est qu'un écoulement turbulent présente de fortes irrégularités ; les variables comme la vitesse, la température ou la pression possèdent un comportement aléatoire et peuvent être décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante :

$$f = F + f' \quad \text{avec} \quad \langle f' \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle f \rangle = F \quad (4.1)$$

où, la notation $\langle \rangle$ représente l'opérateur de la moyenne statistique défini comme une moyenne sur N réalisations du phénomène étudié.

Cependant, la turbulence n'est pas simplement un phénomène aléatoire : des mouvements organisés sont identifiables au sein du fluide même à haut nombre de Reynolds. Le caractère rotationnel de l'écoulement prédomine et une multitude de tourbillons de toutes tailles et d'orientations différentes est distribuée de façon aléatoire.

Les écoulements turbulents présentent une large gamme d'échelles de longueurs, de vitesses et de temps ; une simple analyse dimensionnelle permet de dégager les propriétés énergétiques de la turbulence et les tourbillons responsables de la dissipation. Ainsi la production de la turbulence s'effectuera à grandes échelles (principalement liées à la géométrie de la configuration de l'écoulement) tandis que les petits tourbillons réalimentés par l'in-

teraction des plus grands, seront responsables de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Ces structures cohérentes jouent un rôle majeur dans les mécanismes de transfert d'énergie. On parle encore de cascade d'énergie des grandes échelles, où elle est produite, vers les petites où elle est dissipée. Ce phénomène, connu sous le nom d'hypothèse d'équilibre de Kolmogorov (1941), se produit lorsque la turbulence est pleinement développée, c'est-à-dire pour des écoulements à hauts nombres de Reynolds. Notons enfin que la turbulence accélère considérablement le processus de mélange et augmente le caractère diffusif qui devient très grand devant la diffusivité moléculaire.

Dans un écoulement turbulent, il est important de dissocier les différentes échelles qui entrent en jeu. Les relations suivantes permettent de décrire convenablement les échelles liées à la production et celles liées à la dissipation de l'énergie. Enfin, il sera aussi utile de présenter l'échelle de Taylor (ou micro-échelle) afin d'établir une représentation complète de l'évolution d'un tourbillon.

Les échelles de longueur l_p , de vitesse v_p et de temps τ_p sont liées à la production d'énergie et correspondent aux échelles des plus gros tourbillons. L'hypothèse de Kolmogorov se traduit par le fait que la production d'énergie, notée P , est du même ordre de grandeur que la dissipation ε . Ce terme de production P peut être défini comme le rapport entre l'énergie cinétique u'^2 contenue dans les gros tourbillons et le temps caractéristique de retournement τ_p des tourbillons.

$$\begin{cases} l_p = l \\ v_p = u' \\ \tau_p = l/u' \end{cases} \quad P \approx \frac{u'^2}{\tau_p} = u'^3/l = \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} l_p = u'^3/\varepsilon \\ v_p = u' \\ \tau_p = u'^2/\varepsilon \end{cases} \quad (4.2)$$

Les échelles de longueur l_d , de vitesse v_d et de temps τ_d correspondent à la dissipation et sont encore appelées échelles de Kolmogorov η .

$$\begin{cases} l_d = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \\ v_d = (\nu\varepsilon)^{1/4} \\ \tau_d = (\nu/\varepsilon)^{1/2} \end{cases} \quad (4.3)$$

Dans la suite de ce travail, les variables l_p et τ_p liées à la production seront respectivement notées l_t pour la longueur turbulente et τ_ε pour le temps de retournement des gros tourbillons. Quant aux variables indicées d liées à la dissipation, on parlera de longueur de Kolmogorov η pour l_d et de temps de retournement des petits tourbillons τ_η pour τ_d .

La détermination des différents nombres de Reynolds obtenus à partir de ces échelles, Eq. 4.4, s'avère nécessaire pour la description d'un écoulement turbulent. Une étude dimensionnelle permet d'évaluer les différentes échelles comme une fonction du nombre de Reynolds turbulent Re_t . Les relations sont exprimées en Eq. 4.5.

$$Re_t = \frac{lu'}{\nu} = \frac{u'^4}{\varepsilon\nu}, \quad Re_d = \frac{l_d v_d}{\nu} = 1, \quad (4.4)$$

$$\frac{l_p}{l_d} = Re_t^{\frac{3}{4}}, \quad \frac{v_p}{v_d} = Re_t^{\frac{1}{4}}, \quad \frac{\tau_p}{\tau_d} = Re_t^{\frac{1}{2}}. \quad (4.5)$$

Il convient de préciser toutefois que ces petites échelles, qui possèdent une dynamique propre sont bien plus grandes que les échelles de longueurs « supramoléculaires ». Enfin,

une troisième échelle peut alors être introduite ; l'échelle de Taylor λ , ou micro-échelle, s'interprète comme la distance parcourue par un tourbillon de taille η avant qu'il ne soit totalement dissipé. Il vient alors les relations 4.6 & 4.7 qui relient λ aux grandeurs caractéristiques de la turbulence.

$$\varepsilon \approx \nu \frac{k}{\lambda^2}, \quad \lambda \approx \tau_d u', \quad Re_\lambda = \frac{u' \lambda}{\nu}, \quad (4.6)$$

$$\frac{\lambda}{l} \approx Re_t^{-\frac{1}{2}}, \quad \frac{\eta}{l} \approx Re_t^{-\frac{3}{4}}, \quad \frac{\lambda}{\eta} \approx Re_t^{-\frac{1}{4}}. \quad (4.7)$$

Notons pour finir que le caractère organisé de la turbulence peut alors être aisément représenté par les équations de Navier-Stokes et toutes les grandeurs dépendent exclusivement des coordonnées spatiales (x, y et z) et du temps t .

↗ La turbulence homogène isotrope (THI) :

La notion du mécanisme d'interaction entre les échelles de tailles différentes peut être abordée de manière explicite par le biais d'une turbulence simple : la turbulence homogène isotrope (THI). L'homogénéité d'un écoulement se traduit par le fait que toutes les propriétés statistiques de la turbulence sont indépendantes du point considéré. Quant à l'isotropie, ces propriétés statistiques ne dépendent pas non plus de la direction, c'est-à-dire qu'elles sont invariantes par rotation par rapport à un axe et par symétrie par rapport à un plan. Notons enfin que dans le cas d'une THI, il est nécessaire de supposer que l'écoulement moyen est nul, ou uniforme. En turbulence isotrope, il n'y a donc pas d'interaction champ moyen-champ fluctuant et les moyennes d'ensemble correspondent à des moyennes volumiques. Ainsi, la moyenne de l'énergie cinétique peut être interprétée comme la moyenne de l'énergie cinétique turbulente k [12] [27]. Une des conséquences directes de l'isotropie implique un tenseur de Reynolds diagonal tel que $\overline{u_i'^2} = u'^2$ si $i=j$ et $\overline{u_i' u_j'} = 0$ sinon. Par ailleurs, l'énergie cinétique turbulente k se réduit alors à la relation $k = \frac{3}{2} u'^2$.

↗ Analyse statistique dans l'espace physique :

↘ Les fonctions de corrélation :

Après avoir introduit la notion d'échelles turbulentes et défini le fait que les propriétés statistiques sont indépendantes de la position et de la direction des vecteurs, il est classique de définir la fonction des corrélations de vitesses. Cette fonction est définie en deux points de deux composantes du champ de vitesses et ne va dépendre que du vecteur de séparation \mathbf{r} séparant ces deux points.

$$Q_{ij}(\mathbf{r}) = \overline{u_i'(A) u_j'(B)} \quad (4.8)$$

où $u_i'(A)$ est la $i^{\text{ème}}$ composante de la fluctuation du vecteur vitesse au point A et où la notation $\overline{}$ désigne la moyenne d'ensemble qui équivaut à une moyenne spatiale sous l'hypothèse d'homogénéité. On définit alors le coefficient de corrélation R_{ij} tel que :

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{Q_{ij}(\mathbf{r})}{u'^2} \quad (4.9)$$

où $u'^2 = \frac{1}{3} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{3} Q_{ii}(0) = \frac{2}{3} k$. Les échelles de longueurs intégrales longitudinale, transversale et normale sont alors définies ainsi :

$$L_{11}^1 = \int_0^\infty R_{11}(r, 0, 0) dr, \quad L_{22}^2 = \int_0^\infty R_{22}(0, r, 0) dr, \quad L_{33}^3 = \int_0^\infty R_{33}(0, 0, r) dr. \quad (4.10)$$

où r est la norme du vecteur de séparation \mathbf{r} et est égal à $\sqrt{r_i r_i}$. L_{ii}^i est l'échelle caractéristique de longueur du même ordre de grandeur que l'échelle de longueur turbulente, $l_t = u'^3 / \varepsilon$ [17], avec ε le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Pour un fluide incompressible, l'isotropie impose la relation suivante [40] :

$$L_{11}^1 = L_{22}^2 = L_{33}^3 \quad (4.11)$$

Généralement, les échelles intégrales sont exprimées au moyen du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ ou du temps caractéristique $\tau_{L_{ii}}$ [88, 40] :

$$Re_{L_{ii}} = u' L_{ii}^i / \nu, \quad \tau_{L_{ii}} = L_{ii}^i / u'. \quad (4.12)$$

↪ Evolutions temporelles :

Les quantités k et ε désignant respectivement l'énergie cinétique turbulente et la dissipation sont données dans l'équation 4.13. Ces deux grandeurs jouent un rôle essentiel dans la modélisation.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad \varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} \quad (4.13)$$

Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope décroissante, le traitement des équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible conduit à des équations de transport exactes pour l'énergie cinétique turbulente k et pour son taux de dissipation ε . L'équation pour k du système 4.14 est une version exacte de l'équation de conservation tandis que l'équation pour ε est une version modélisée valable dans le cas d'une THI à hauts nombres de Reynolds :

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= -\varepsilon, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= -C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

où la constante du modèle $C_{\varepsilon 2}$ est déterminée expérimentalement. Pour les écoulements à hauts nombres de Reynolds, $C_{\varepsilon 2}$ vaut 1.96. En introduisant le changement de variable $\tau_\varepsilon = k/\varepsilon$ où τ_ε correspond au temps caractéristique de la turbulence, on aboutit alors au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \varepsilon \tau_\varepsilon &= k, \\ \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} &= -C_{\varepsilon 2} \frac{dt}{\tau_\varepsilon}, \\ \frac{d\tau_\varepsilon}{dt} &= C_{\varepsilon 2} - 1. \end{aligned} \quad (4.15)$$

La résolution de ce système différentiel mène aux lois d'évolution temporelle analytiques des quantités intégrées sur le domaine de calcul de τ_ε , k et ε . Elles sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_{\varepsilon 0}} &= \left[1 + (C_{\varepsilon 2} - 1) \frac{t}{\tau_{\varepsilon 0}} \right], \\ \frac{k}{k_0} &= \left[1 + (C_{\varepsilon 2} - 1) \frac{t}{\tau_{\varepsilon 0}} \right]^{-\frac{1}{C_{\varepsilon 2} - 1}}, \\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} &= \left[1 + (C_{\varepsilon 2} - 1) \frac{t}{\tau_{\varepsilon 0}} \right]^{-\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2} - 1}}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

où les variables indicées par 0 se réfèrent à la condition initiale. En utilisant les relations précédentes, les évolutions temporelles de u' , l_t et Re_t pourront alors être déterminées.

Généralement, l'analyse des grandeurs k et ε bénéficie d'un traitement spectral [5, 12, 48]. On parlera alors de spectre d'énergie cinétique et de spectre de dissipation de l'énergie. Quelques quantités relatives à ce type d'analyse sont définies dans la suite de ce paragraphe.

↗ Analyse dans l'espace spectral :

Dans l'espace de Fourier, ou espace spectral, un nombre d'onde K , tel que $K=2\pi/l$, est associé à chaque échelle de longueur caractéristique l [33]. L'énergie qui est alors une fonction de K et du temps, est classiquement représentée sous la fonction appelée spectre d'énergie cinétique turbulente $E(K, t)$. Ce spectre est particulièrement essentiel dans les simulations directes ; il est une caractéristique de l'écoulement considéré. Le spectre de dissipation $D(K, t)$ de l'énergie est, quant à lui, donné par la relation $2\nu K^2 E(K, t)$ [33]. Ces deux spectres sont représentés en Fig. 4.1. $E(K, t)$ et $D(K, t)$ sont encore appelés

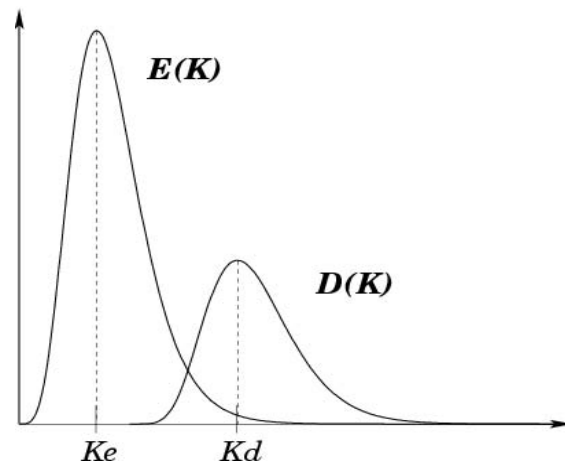


FIG. 4.1 – Représentations schématiques de la densité spectrale d'énergie $E(K, t)$ et de la densité spectrale de dissipation $D(K, t)$.

densité spectrale de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation. Le nombre d'onde K_e , correspondant à la valeur maximale du spectre $E(K, t)$, est relié à l_e par la rela-

tion $K_e = 2\pi/l_e$ où l_e est l'échelle caractéristique du tourbillon le plus énergétique. Parallèlement, K_d , relié à l'échelle de Kolmogorov η par la relation $K_d=2\pi/\eta$, correspond à la valeur maximale du spectre de dissipation $D(K, t)$.

Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope [33], l'énergie cinétique turbulente k , la dissipation ε et la longueur intégrale L_{ii}^i sont exprimées en fonction du nombre d'onde K et de la densité spectrale d'énergie $E(K)$ correspondante.

$$k = \int_0^\infty E(K) dK \quad (4.17)$$

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^\infty K^2 E(K) dK = \int_0^\infty D(K) dK \quad (4.18)$$

$$L_{ii}^i = \frac{\beta}{u_p^2} \int_0^\infty \frac{E(K)}{K} dK \quad \text{avec,} \quad \begin{cases} \beta = 2 & \text{si } n = 2 \\ \beta = \frac{\pi}{2} & \text{si } n = 3 \end{cases} \quad (4.19)$$

avec n , le nombre de dimension et β une constante.

Note : $E(K)$ est une notation « abusive » de $E(K, t)$ considéré à l'instant t .

Une description plus détaillée du spectre $E(K)$ est présentée en Fig. 4.2.

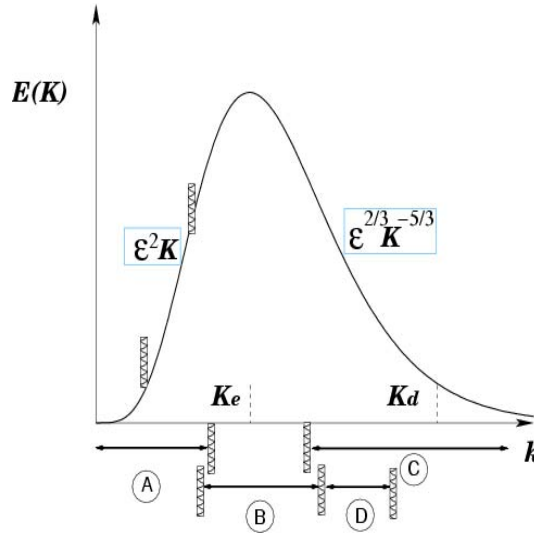


FIG. 4.2 – Représentation schématique de la densité spectrale d'énergie $E(K)$ et distinction des différentes zones du spectre.

Sur cette figure, quatre zones distinctes sont mises en évidence :

- Zone A : les grosses structures à caractères permanents sont contenues dans cette région.
- Zone B : elle contient les gros tourbillons porteurs d'énergie et d'échelle caractéristique l_e où $l_e=2\pi/K_e$. k , ε mais aussi la dimension caractéristique du domaine déterminent la forme du spectre dans cette région.
- Zone C : c'est dans cette région que les effets visqueux sont les plus importants et, la dissipation ε et la viscosité cinématique du fluide ν sont des paramètres essentiels.

- Zone D : cette zone du spectre représente la zone inertielle dont la forme bien connue est donnée par la loi spectrale de Kolmogorov (1941), Eq. 4.20 :

$$E(K) = 1.5 \varepsilon^{2/3} K^{-5/3} \quad (4.20)$$

Dans cette zone se produit une interaction non linéaire qui est traduite par un terme de transfert appelé $T(K)$ [5].

↗ Les modèles de spectres turbulents :

L'initialisation du champ de vitesse est réalisée au moyen d'un spectre d'énergie cinétique turbulente. Les expressions pour $E(K, t)$ sont nombreuses et dépendent du domaine de validité. La plupart d'entre elles constitue une solution approchée de l'équation exacte de densité spectrale d'énergie définie en Eq. 4.21, et ce pour un domaine particulier du nombre d'onde.

$$\frac{\partial}{\partial t} E(K, t) = T(K, t) - 2\nu K^2 E(K, t) \quad (4.21)$$

où $T(K, t)$ modélise l'interaction entre les tourbillons. Ce terme qui ne produit ni ne dissipe d'énergie, est à intégrale nulle et traduit un transfert d'énergie entre les structures de tailles différentes. L'équation d'évolution du spectre d'énergie $E(K, t)$, Eq. 4.21, désignée aussi sous le nom d'équation de Lin, revêt une forme particulièrement simple et s'intègre selon le nombre d'onde K (de zéro à l'infini) pour donner l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente déjà définie en 4.14 :

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\varepsilon \quad (4.22)$$

Les spectres de Passot-Pouquet et de von Kármán Pao présentés ci-dessous sont ceux utilisés dans ce travail mais il faut noter que d'autres formulations sont possibles. Ils sont caractérisés par les nombres d'onde K_e , lié à la taille des échelles les plus énergétiques (l_e), et K_d lié aux échelles de dissipation de la turbulence (l_d). Entre ces deux valeurs se trouve la zone inertielle où s'effectue le transfert d'énergie des grandes échelles vers les plus petites. Précisons enfin, que l'analyse de chacun de ces spectres sera dimensionnelle.

- Spectre de Passot-Pouquet

Le spectre proposé par Passot & Pouquet (1987) ne prend en compte que les grandes échelles de l'écoulement et ne caractérise pas les petites échelles, c'est-à-dire qu'il n'est valable que pour les petits nombres d'onde, $K \ll K_d$; seules les grosses structures sont représentées et cela ne nécessite pas, par conséquent, d'une résolution de maillage très fine.

$$E(K) = A \left[\frac{K}{K_e} \right]^4 \exp \left[-2 \left[\frac{K}{K_e} \right]^2 \right] \quad (4.23)$$

où A est l'amplitude du spectre. En reliant les équations 4.17 & 4.23, l'énergie cinétique turbulente k telle que $k = \frac{3}{2}u'^2$ s'écrit alors :

$$\frac{3}{2}u'^2 = A \int_0^\infty \left[\frac{K}{K_e} \right]^4 \exp \left[-2 \left[\frac{K}{K_e} \right]^2 \right] dK \quad (4.24)$$

En posant $x = K/K_e$ et en résolvant l'équation 4.24, la constante A vaut :

$$A = 16 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{u'^2}{K_e} \quad (4.25)$$

L'expression du spectre de Passot-Pouquet est donc obtenue directement à partir de la donnée de u' qui caractérise l'intensité de la turbulence, et de K_e qui calcule l'ordre de grandeur des tourbillons les plus énergétiques. La figure 4.3 reprend les résultats obtenus par Boughanem [9] ; les spectres d'énergie et de dissipation sont tracés (en dimensionnel) pour différents nombres d'onde K_e . L'allure de chaque spectre est parfaitement symétrique et l'augmentation de K_e (en fixant u') ne fait qu'améliorer la distribution des vecteurs d'onde sur un grand nombre de modes de Fourier. Par ailleurs, on peut vérifier que l'échelle de dissipation maximale est très proche de l'échelle correspondant au mode le plus énergétique avec $K_d \simeq \sqrt{3/2}K_e$, la zone inertielle du spectre de Passot-Pouquet étant

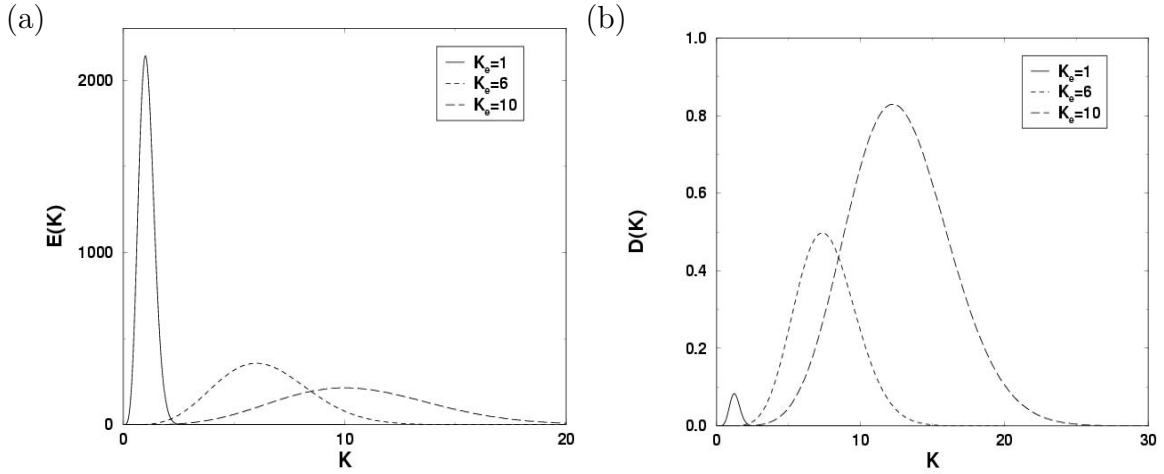


FIG. 4.3 – Etude paramétrique du spectre de Passot-Pouquet en fonction du nombre d'onde K_e associé au tourbillon le plus énergétique. (a) : spectre d'énergie cinétique turbulente et (b) : spectre de dissipation (Boughanem [9]).

quasiment absente. Il faut noter enfin que la distribution est indépendante du nombre de Reynolds turbulent Re_t ; cela suggère que ce spectre n'est pas très représentatif de la physique de l'écoulement.

- Spectre de von Kármán rectifié par Pao

Ce spectre permet une description des grandes et des petites échelles de la turbulence. Il fait intervenir de façon explicite u' , ε , K_e et K_d :

$$E(k) = \frac{Au'^5}{\varepsilon} \frac{\left[\frac{K}{K_e}\right]^4}{\left[1 + \left[\frac{K}{K_e}\right]^2\right]^{17/6}} \exp\left[-\frac{3}{2}\gamma\left[\frac{K}{K_d}\right]^{4/3}\right] \quad (4.26)$$

avec les constantes du modèle A et γ égales à 1.5. Ces quatre paramètres, auxquels il faut rajouter le nombre de Reynolds acoustique Re_{ac} basé sur les longueur et vitesse de référence du domaine de calcul, L_{ref} et c , et ν , la viscosité cinématique, ne sont pas indépendants ; ils sont reliés par les expressions 4.17 & 4.18. La donnée de l'ensemble des variables est obtenue de façon itérative par un programme FORTRAN appelé « *VKP* » (B. Delhay [17]) qui permet de calculer K_e et K_d connaissant u' et ε et réciproquement. La routine « *VKP* » sert en quelque sorte à initialiser la turbulence de façon cohérente dans le cas d'une simulation effectuée avec le spectre de von Kármán Pao.

Une étude paramétrique de ce spectre est effectuée pour différents rapports K_d/K_e . Les figures 4.4(a) & (b) représentent les spectres d'énergie et de dissipation pour des rapports K_d/K_e variant de 1 à 30. Afin d'effectuer des comparaisons, les spectres $E(K)$ et $D(K)$ sont respectivement adimensionnés par k , l'énergie cinétique turbulente, et ε , la dissipation. Le nombre d'onde K_e est également pris en compte dans ce dimensionnement.

Une forme symétrique des spectres est observée Figs. 4.4(a) & (b) pour les rapports

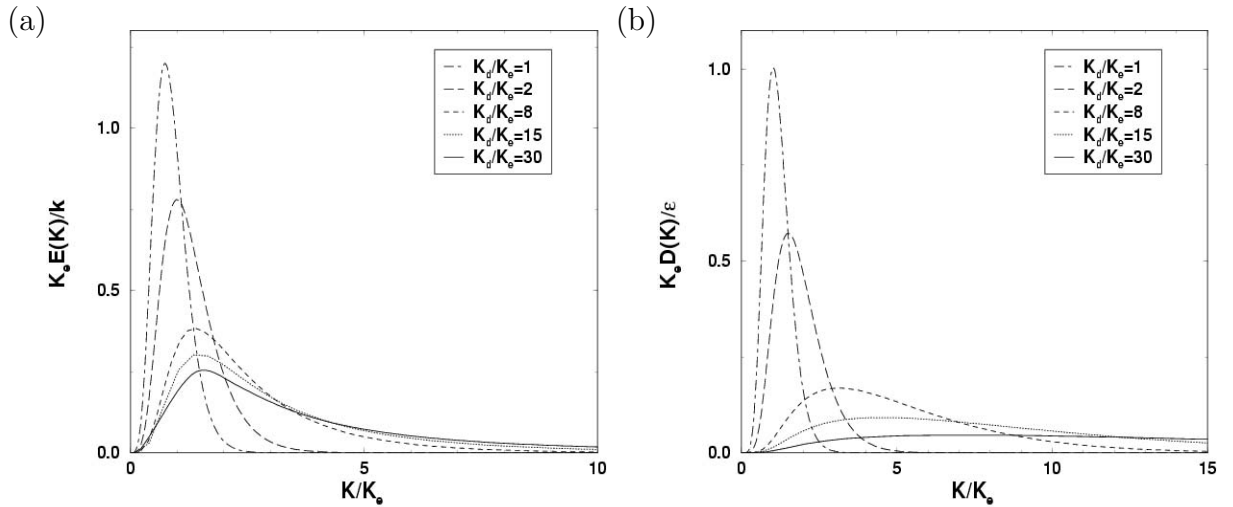


FIG. 4.4 – Etude paramétrique des spectres d'énergie (a) et de la dissipation (b) de von Kármán Pao en fonction de K/K_e et pour différents rapports K_d/K_e (Boughanem [9]).

$K_d/K_e=1$ et 2 et la zone inertielle n'est pas représentée (Figs. 4.5(a) & (b)) ; dans ce cas, le spectre de von Kármán Pao possède le même comportement que celui de Passot-Pouquet. Lorsque la dynamique de l'écoulement s'accroît ou lorsque le rapport K_d/K_e augmente, les profils de $E(K)$ et de $D(K)$ montrent un caractère asymétrique et l'énergie distribuée aux petites échelles (ou grands nombres d'onde K) devient alors non négligeable. En outre, la dissipation maximale K_d devient largement supérieure à la valeur maximale de K_e .

Comparé au spectre de Passot-Pouquet, le spectre de von Kármán Pao représente

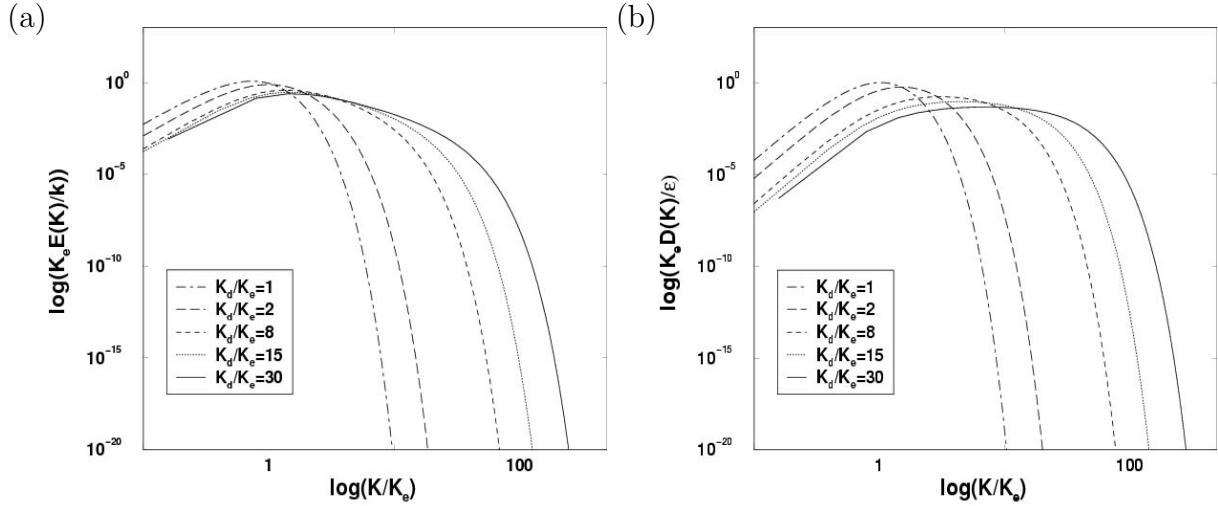


FIG. 4.5 – Effet du paramètre K_d/K_e sur les spectres d'énergie (a) et de dissipation (b) de von Kármán Pao (Boughanem [9]).

mieux les petites échelles qui jouent un rôle dissipatif. La forme de ce spectre qui est fonction du nombre de Reynolds turbulent, prend davantage en compte la physique de l'écoulement. Il convient bien à des écoulements très turbulents et, pour des rapports $K_d/K_e \gg 2$, fait apparaître une zone inertielle ; cette zone deviendra appréciable pour des rapports $K_d/K_e > 50$. Toutefois l'utilisation du spectre de von Kármán Pao nécessite un maillage plus raffiné, capable de résoudre la dynamique présente à petites échelles. Enfin, il faut noter que, lorsque cette dynamique décroît, c'est-à-dire pour de faibles rapports K_d/K_e , l'utilisation du spectre de von Kármán Pao n'est plus envisageable, la limite du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$, basé sur l'échelle intégrale L_{ii} des plus gros tourbillons, étant inférieur à 100. Le spectre de Passot-Pouquet n'impose pas, quant à lui, de contrainte sur le choix de $Re_{L_{ii}}$.

La table suivante résume les principaux spectres d'énergie présentés dans ce travail et leur domaine de validité respectif.

Spectres	Domaine de validité
Kolmogorov	$K_e \ll K \ll K_d$
Passot-Pouquet	$K \ll K_e$
von Kármán Pao	$0 \ll K \ll \infty$

TAB. 4.1 – Domaine de validité des différents spectres.

Les calculs présentés dans ce travail sont destinés à valider des simulations DNS et LES effectuées avec le code AVBP sur un champ incompressible non réactif de turbulence homogène isotrope décroissante. L'initialisation de ce champ, décrite de façon détaillée par Boughanem [9], correspond au choix du spectre de turbulence et aux caractéristiques globales imposées. Les différentes conditions initiales sont déterminées à partir du programme FORTRAN désigné sous le nom de « generate_THI.ms ».

4.1.2 THI et DNS

1. Description du test :

Le domaine de calcul de la THI DNS est une boîte cubique dont la longueur de référence est $L_{ref}=2.785\cdot 10^{-4}m$. Le domaine est périodique dans toutes les directions et le maillage est totalement structuré. Une seule résolution est présentée dans ce travail : elle correspond à un nombre de cellules égal à 64^3 , c'est-à-dire à une taille de cellule $\Delta x=4.3525\cdot 10^{-5}m$. Deux conditions initiales sont testées afin d'identifier les « limites » du code de calcul AVBP en termes de résolution DNS : dissipations, représentations statistiques... L'initialisation, générée à l'aide du programme « generate_THI_ms », est obtenue avec le spectre de Passot-Pouquet. Un temps de retournement τ_ε des tourbillons est escompté pour obtenir une représentation physique de la dynamique du champ turbulent. Dans un premier temps, une analyse détaillée des conditions initiales est effectuée ; les échelles représentatives de chacun des deux champs générés sont comparées aux critères de résolution classiques de la turbulence. Puis, les évolutions temporelles de K , l'énergie cinétique moyenne et de sa dissipation ε sont présentées. Une analyse est également entreprise sur les évolutions des nombres de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ et des échelles intégrales L_{ii}^i au cours de la simulation. Enfin, les spectres $E(K, t)$ sont étudiés et comparés.

Les tables 4.2 & 4.3 récapitulent l'ensemble des caractéristiques de l'écoulement et les paramètres du maillage considérés pour les simulations. Il est à noter qu'il n'y a ni modèle de sous-maille (simulations DNS), ni modèle de chimie. Les simulations DNS sont effectuées avec le schéma numérique de Lax-Wendroff et aucune viscosité artificielle n'est utilisée.

Ecoulement	Turbulent homogène isotrope et incompressible
Type d'équations	Navier-Stokes en dimensionnel
Nombre d'espèces	1 (N_2)
Nombre de réactions	0

TAB. 4.2 – Caractéristiques générales de l'écoulement.

Maillage	Structuré, 64^3
Nombre de nœuds	287496
Nombre d'hexaèdres	262144
Longueur de référence	$2.785\cdot 10^{-4}m$
Longueur Δx	$4.352\cdot 10^{-6}m$

TAB. 4.3 – Description du maillage utilisé pour les calculs DNS.

2. Conditions initiales :

Deux conditions initiales sont générées à partir du spectre de turbulence de Passot-Pouquet (*cf.* Boughanem [9]). Le champ de u' , la fluctuation de vitesses, est issu de la

transformée de Fourier inverse de la densité spectrale choisie. La valeur en zéro donne la distribution de l'énergie cinétique, donc du module de la vitesse et la phase est distribuée de façon aléatoire. Le champ de vitesses généré est homogène isotrope et incompressible et satisfait l'équation de continuité. Il faut noter cependant que ce champ ne satisfait pas l'équation de quantité de mouvement.

Les deux conditions initiales sont présentées dans la table 4.4. Les tests sont réalisés dans les conditions ambiantes avec la viscosité cinématique ν de l'azote (N_2) égale à $1.56 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$.

DNS, 64^3	L_{ref} [m]	L_{ii} [m]	l_e [m]	u' [$m \cdot s^{-1}$]	$Re_{L_{ii}}$	$\Delta x / \eta$
Cas 1	$15L_{ii}, 6l_e$	$1.85 \cdot 10^{-5}$	$4.64 \cdot 10^{-5}$	35.28	42	3.33
Cas 2	$7.5L_{ii}, 3l_e$	$3.70 \cdot 10^{-5}$	$9.28 \cdot 10^{-5}$	17.64	42	1.66

TAB. 4.4 – Conditions initiales des cas 1 & 2 utilisées pour les calculs DNS.

La longueur intégrale L_{ii} représente la longueur des plus gros tourbillons présents dans l'écoulement et l_e est la longueur correspondant au mode le plus énergétique. En prenant la vitesse du son c égale à $352.89 m \cdot s^{-1}$, et la longueur de la boîte L_{ref} égale à $2.785 \cdot 10^{-4} m$ comme vitesse et longueur de référence, le nombre de Reynolds acoustique de l'écoulement vaut :

$$Re_{ac} = \frac{U_{ref} L_{ref}}{\nu} = 2\pi \quad (4.27)$$

Afin de garantir un échantillon représentatif, la longueur du domaine de calcul, L_{ref} , doit correspondre à au moins dix fois la longueur intégrale L_{ii} . La relation $L_{ref} = 15L_{ii}$ (cas 1), où L_{ii} est approchée par la relation $L_{ii} = \sqrt{2\pi}/K_e$, est une bonne approximation pour obtenir la convergence statistique. La densité de maillage doit quant à elle vérifier la relation suivante :

$$l_d \gg 5\Delta x \quad (4.28)$$

où Δx est la taille de la cellule. Lorsque cette condition est respectée, les échelles de dissipation sont alors correctement résolues. Dans le cas contraire, l'énergie s'accumule dans les plus petites structures sans être dissipée. A l'aide des approximations classiques de la turbulence, $L_{ii}^i \simeq l_t/2$ et $\eta \simeq l_d/10$, il vient alors les relations suivantes :

$$l_t \leq \frac{L_{ref}}{8} \quad (4.29)$$

$$\eta \geq \frac{1}{2}\Delta x \quad (4.30)$$

Seul le cas 2 vérifie l'équation 4.30 et fournit donc, « a priori », une résolution satisfaisante des échelles de Kolmogorov.

Les tables 4.5 & 4.6 donnent une caractérisation détaillée du champ initial pour chacun des deux calculs de simulations directes ; ces valeurs théoriques sont issues du spectre de

Passot-Pouquet et sont fournies par le programme « generate_THI_ms ». Il faut remarquer cependant que le champ généré qui est obtenu à partir d'un spectre « modèle » ne correspond pas à un spectre exact où les zones de production et de dissipation de l'énergie sont en équilibre et adaptées au nombre de Reynolds considéré.

Re_t	$k [m^2 \cdot s^{-2}]$	$\varepsilon [m^2 \cdot s^{-3}]$	$l_t [m]$	$\tau_\varepsilon [s]$
74.07	1867.97	$1.3382 \cdot 10^9$	$3.284 \cdot 10^{-5}$	$1.396 \cdot 10^{-6}$
$\eta [m]$	$\tau_\eta [s]$	Re_λ	$L_{ii}^i [m]$	$Re_{L_{ii}}$
$1.3 \cdot 10^{-6}$	$1.081 \cdot 10^{-7}$	33.33	$1.852 \cdot 10^{-5}$	41.77

TAB. 4.5 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de Passot-Pouquet. Valeurs obtenues à partir du programme « generate_THI_ms » pour le cas 1.

Re_t	$k [m^2 \cdot s^{-2}]$	$\varepsilon [m^2 \cdot s^{-3}]$	$l_t [m]$	$\tau_\varepsilon [s]$
73.94	466.75	$8.3692 \cdot 10^8$	$6.558 \cdot 10^{-5}$	$5.577 \cdot 10^{-6}$
$\eta [m]$	$\tau_\eta [s]$	Re_λ	$L_{ii}^i [m]$	$Re_{L_{ii}}$
$2.6 \cdot 10^{-6}$	$4.32 \cdot 10^{-7}$	33.30	$3.702 \cdot 10^{-5}$	41.74

TAB. 4.6 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de Passot-Pouquet. Valeurs obtenues à partir du programme « generate_THI_ms » pour le cas 2.

En utilisant les équations 4.29 & 4.30, la relation permet de donner la valeur maximale du nombre de Reynolds turbulent en fonction de la résolution du maillage et de donner ainsi une représentation correcte des différentes échelles de l'écoulement. Dans les simulations directes présentées dans ce travail, la valeur du nombre de Reynolds turbulent est de l'ordre de 74 ; cette valeur, issue de la condition initiale, est au dessus de la valeur prédite par la relation $l_t/\eta \simeq Re_t^{3/4}$ où Re_t est de l'ordre de 40. Cette différence est attribuée à la modélisation du spectre de Passot-Pouquet. Enfin, le nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$, basé sur l'échelle intégrale L_{ii} , est de l'ordre de 40 et l'utilisation du spectre de Passot-Pouquet semble la plus appropriée dans la modélisation d'une telle dynamique.

3. Analyse des champs générés :

La figure 4.6 montre les spectres d'énergie cinétique turbulente obtenus par le programme « generate_THI_ms » pour les deux tests considérés, cas 1 & 2 ; ces spectres sont en très bon accord avec le spectre de Passot-Pouquet défini dans l'équation 4.23 et considéré pour l'initialisation. L'allure des spectres semble privilégier la description des petits nombres d'onde K par rapport aux plus grands. Le type de modélisation associé à une faible dynamique de l'écoulement font que la zone inertielle, suivant une pente en $-5/3$, s'avère être quasiment inexistante.

Les tables 4.7 & 4.8 contiennent les valeurs obtenues « *a posteriori* » à l'aide du programme « postproc_THI_ms ». Les écarts observés entre les différentes valeurs sont négligeables et peuvent être expliqués par des différences dans la convergence des statistiques.

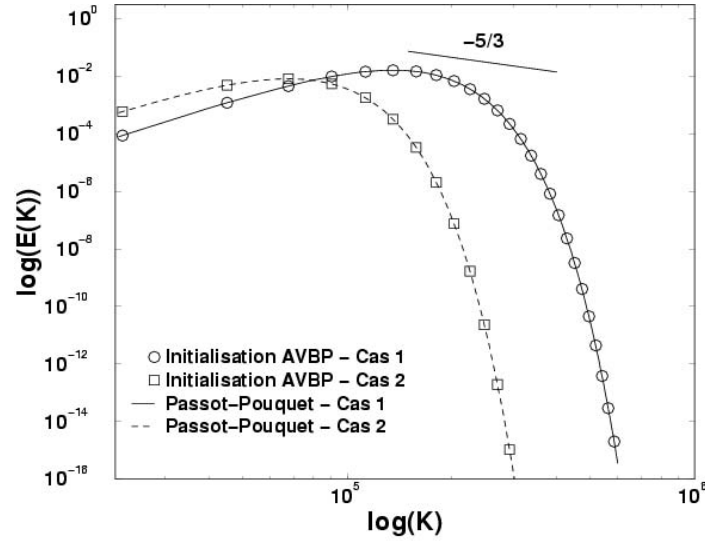


FIG. 4.6 – Comparaison des spectres d'énergie $E(K, t)$ utilisés pour initialiser les calculs pour les cas 1 & 2. Lignes : spectres théoriques de Passot-Pouquet, symboles : spectres issus de « generate_THI_ms ».

u' [m/s]	k [$m^2 \cdot s^{-2}$]	$Re_{L_{ii}}$	L_{11}^1 [m]	L_{22}^2 [m]	L_{33}^3 [m]
35.187	1857.19	41.27	$1.883 \cdot 10^{-5}$	$2.118 \cdot 10^{-5}$	$1.504 \cdot 10^{-5}$
L_{22}^1 [m]	L_{33}^1 [m]	L_{11}^2 [m]	L_{33}^2 [m]	L_{11}^3 [m]	L_{22}^3 [m]
$1.219 \cdot 10^{-5}$	$1.159 \cdot 10^{-5}$	$1.177 \cdot 10^{-5}$	$1.049 \cdot 10^{-5}$	$1.249 \cdot 10^{-5}$	$1.469 \cdot 10^{-5}$

TAB. 4.7 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de Passot-Pouquet. Valeurs obtenues à partir du programme « postproc_THI_ms » pour le cas 1.

u' [$m \cdot s^{-1}$]	k [$m^2 \cdot s^{-2}$]	$Re_{L_{ii}}$	L_{11}^1 [m]	L_{22}^2 [m]	L_{33}^3 [m]
17.512	460.03	36.38	$3.675 \cdot 10^{-5}$	$3.642 \cdot 10^{-5}$	$2.434 \cdot 10^{-5}$
L_{22}^1 [m]	L_{33}^1 [m]	L_{11}^2 [m]	L_{33}^2 [m]	L_{11}^3 [m]	L_{22}^3 [m]
$1.991 \cdot 10^{-5}$	$1.951 \cdot 10^{-5}$	$2.530 \cdot 10^{-5}$	$1.960 \cdot 10^{-5}$	$2.212 \cdot 10^{-5}$	$2.433 \cdot 10^{-5}$

TAB. 4.8 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de Passot-Pouquet. Valeurs obtenues à partir du programme « postproc_THI_ms » pour le cas 2.

4. Prédictions AVBP :

↗ Visualisations du champ instantané de vorticité :

Sur les figures 4.7(a) & (b), le champ instantané du vecteur vorticité $\vec{\omega}$ est représenté dans le plan $z=L_{ref}/2$ pour chacun des cas simulés et la visualisation est réalisée au bout du temps de retournement de la turbulence, $t=\tau_{\varepsilon_0}$, pris à la condition initiale. Afin de comparer les deux cas simulés, les niveaux de vorticité sont les mêmes pour les deux vi-

sualisations, les seuils minimal et maximal de $\|\vec{\omega}\|$ étant respectivement égaux à $10^2 s^{-1}$ et $2 \cdot 10^6 s^{-1}$. La figure 4.7(a) montre des niveaux de vorticité plus importants que la figure

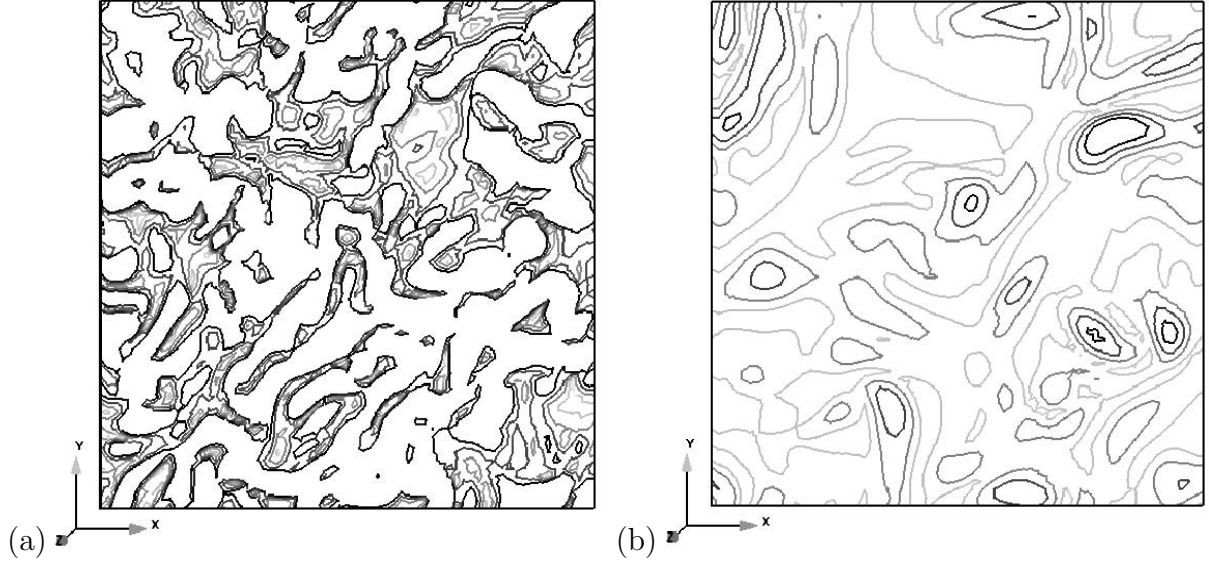


FIG. 4.7 – Visualisations du champ instantané de vorticité $\|\vec{\omega}\|$ dans un plan $z=L_{ref}/2$ et au temps $t=\tau_{\varepsilon_0}$ pour le cas 1 (a) et le cas 2 (b). Iso-contours gris clair : niveaux inférieurs à $10^2 s^{-1}$, iso-contours noirs : niveaux supérieurs à $2 \cdot 10^6 s^{-1}$.

4.7(b). La visualisation du cas 1 montre également des structures plus petites et en plus grand nombre. Ceci est en accord avec la longueur la plus énergétique l_e et la fluctuation de vitesses imposée en condition initiale pour chacun des cas simulés où l_e est deux fois plus petite dans le cas 1 et u' est en contre-partie deux fois plus élevée.

↗ **Energie et dissipation :**

Il est utile de rappeler, au préalable, la définition de l'énergie cinétique locale (en temps et en espace) K , avec $K=\frac{1}{2}u_i u_i$, que l'on distinguera de k , l'énergie cinétique turbulente. L'équation pour K est déterminée en multipliant l'équation de la quantité de mouvement, définie en 3.20, par la composante de la vitesse du mouvement instantané suivant la direction i :

$$u_i \times \left\{ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right\}, \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j K}{\partial x_j} = u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (4.32)$$

Dans le contexte d'un champ turbulent homogène isotrope, les moyennes statistiques restent équivalentes à des moyennes volumiques. Les différents termes de l'équation 4.32 sont intégrés sur le domaine de calcul, la notation $\langle \cdot \rangle$ correspondant à une moyenne spatiale réalisée sur l'ensemble des nœuds du domaine de calcul.

$$\left\langle \frac{\partial \rho K}{\partial t} \right\rangle = \left\langle p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right\rangle - \left\langle \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle \quad (4.33)$$

Pour les simulations, l'équation de transport pour K peut être aussi exprimée comme la somme des différentes dissipations impliquées auxquelles il faut rajouter une dissipation numérique :

$$\underbrace{\left\langle -\frac{\partial \rho K}{\partial t} \right\rangle}_{\varepsilon_{var}} = \underbrace{\langle -\mathcal{C}(K) \rangle}_{\varepsilon_{conv}} + \underbrace{\langle \mathcal{A}(K) \rangle}_{\varepsilon_{ac}} + \underbrace{\langle \nu_{lam}(K) \rangle}_{\varepsilon_{vislam}} \quad (4.34)$$

Cette formulation a été effectuée par Moureau (IFP) ; ε_{conv} correspond au terme convectif de l'énergie cinétique dissipée par le schéma numérique. La contribution de ε_{conv} dans la dissipation totale dépend du schéma utilisé et reste « a priori » négligeable. Le terme ε_{ac} se réfère aux transferts dus à l'acoustique, de l'énergie cinétique vers l'énergie interne. Ce terme reste petit devant les autres pour des écoulements à faibles nombres de Reynolds. La dissipation laminaire ε_{vislam} est due aux transferts de l'énergie cinétique à l'énergie interne par diffusion moléculaire. Il est à noter que, dans la cas d'une modélisation d'écoulements turbulents en LES, le terme de dissipation turbulente que l'on notera $\varepsilon_{visturb}$ et qui correspond à $\langle \nu_{turb}(K) \rangle$ entre en jeu (*cf.* Paragraphe 4.1.3).

Les figures 4.8(a) & (b) présentent les différents spectres des dissipations moyennes extraites du code AVBP pour les cas 1 & 2. Les courbes sont montrées en log-log. Sur chacune des figures, le terme ε_{var} de l'équation 4.34 correspondant à la dérivée temporelle de l'énergie cinétique moyenne $\langle \partial \rho K / \partial t \rangle$, est tracé et les termes ε_{conv} , ε_{ac} et ε_{vislam} sont également représentés. Dans les deux cas simulés, la contribution de la dissipation lami-

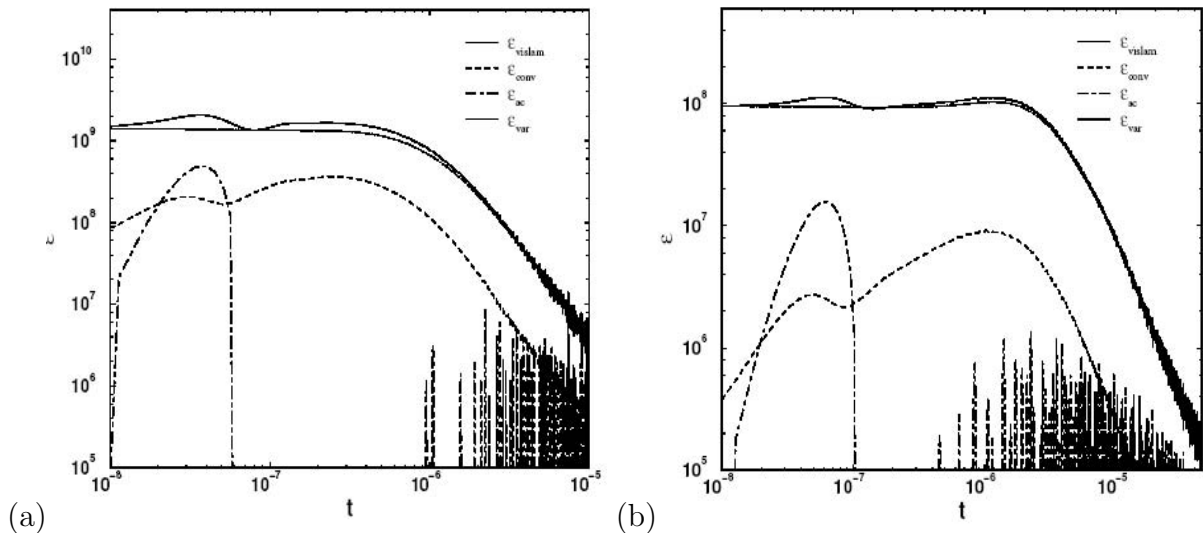


FIG. 4.8 – Représentations en log-log des différents spectres de dissipations extraits du code AVBP en fonction du temps. (a) : cas 1, (b) : cas 2.

naire est prépondérante par rapport aux dissipations acoustique et numérique. Comparée

à ε_{vislam} , la dissipation numérique ε_{conv} pour le cas 1 est plus importante que pour le cas 2. En effet, la dissipation liée au schéma est moindre dans le cas 2 du fait d'une meilleure résolution des différentes échelles présentes dans l'écoulement. Quant à la dissipation due aux transferts acoustiques de l'énergie cinétique vers l'énergie interne, un pic, localisé dans la région suivant l'initialisation, est observé dans les deux cas ; ce pic est probablement lié au fait que la condition initiale est non physique et ne satisfait pas l'équation de quantité de mouvement.

Les figures 4.9(a) & (b) permettent de distinguer la dissipation physique représentée en lignes continues et prenant en compte ε_{vislam} et ε_{ac} , de la dissipation numérique ε_{conv} ,

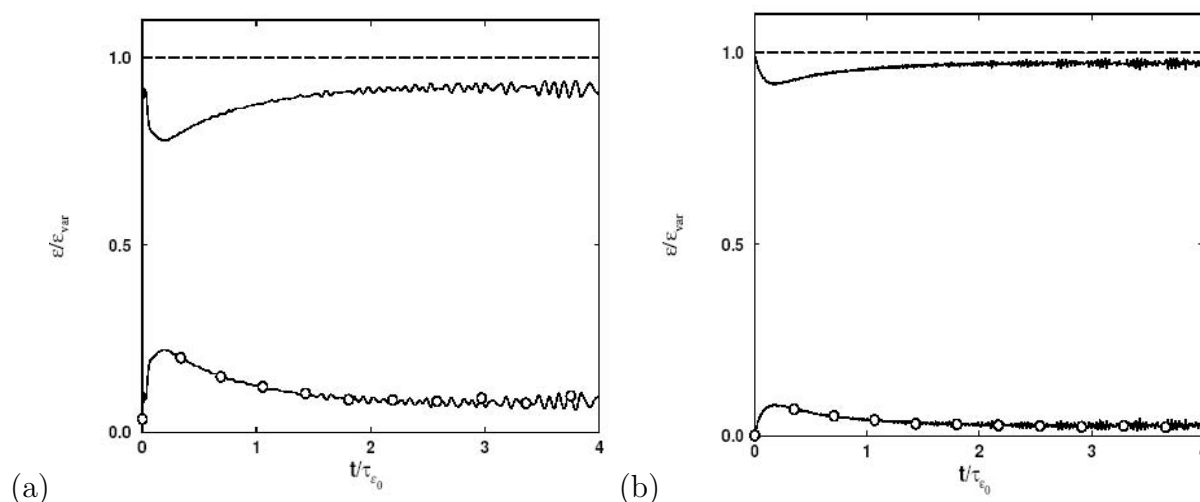


FIG. 4.9 – Evaluations des contributions physiques et numériques de la dissipation pour le cas 1 (a) et le cas 2 (b) en fonction du temps adimensionné par τ_{ε_0} .

représentée en lignes continues avec des cercles. Dans les deux cas, les courbes, fonctions de t/τ_{ε_0} , sont adimensionnées par la variation temporelle de l'énergie cinétique moyenne, ε_{var} . La ligne discontinue traduit l'équilibre et représente la somme des dissipations physique et numérique également adimensionnée par ε_{var} . La contribution numérique montrée pour le cas 1, Fig. 4.9(a), est quasiment 2 fois plus importante que pour le cas 2, Fig. 4.9(b). Ceci traduit le fait que pour le cas 1, le raffinement du maillage est moindre et induit une compensation du schéma numérique.

↗ Evolutions temporelles :

Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, le champ turbulent est totalement dissocié du champ moyen.

Les résultats temporels de k , l'énergie cinétique turbulente, et de ε , la dissipation sont obtenus avec le schéma numérique de Lax-Wendroff et sont présentés dans ce travail. Les cas 1 & 2 sont analysés afin de caractériser les effets de résolution sur k et ε . Les prédictions AVBP, moyennées à chaque instant sur l'ensemble des nœuds du domaine de calcul, sont comparées à des résultats obtenus avec NTMIX. Ces évolutions temporelles

sont illustrées pour le cas 1 (Fig. 4.10) et le cas 2 (Fig. 4.11). Les quantités sont fonctions du temps, adimensionné par τ_{ε_0} . Il faut préciser que les jeux de paramètres (k, ε) considérés pour chacune des simulations, impose un facteur 4 sur τ_{ε_0} entre les cas 1 & 2. Figs. 4.10(a) & 4.11(a), les prédictions AVBP s'avèrent être en très bon accord avec les résultats NTMIX obtenus pour des conditions initiales similaires. Les légères différences

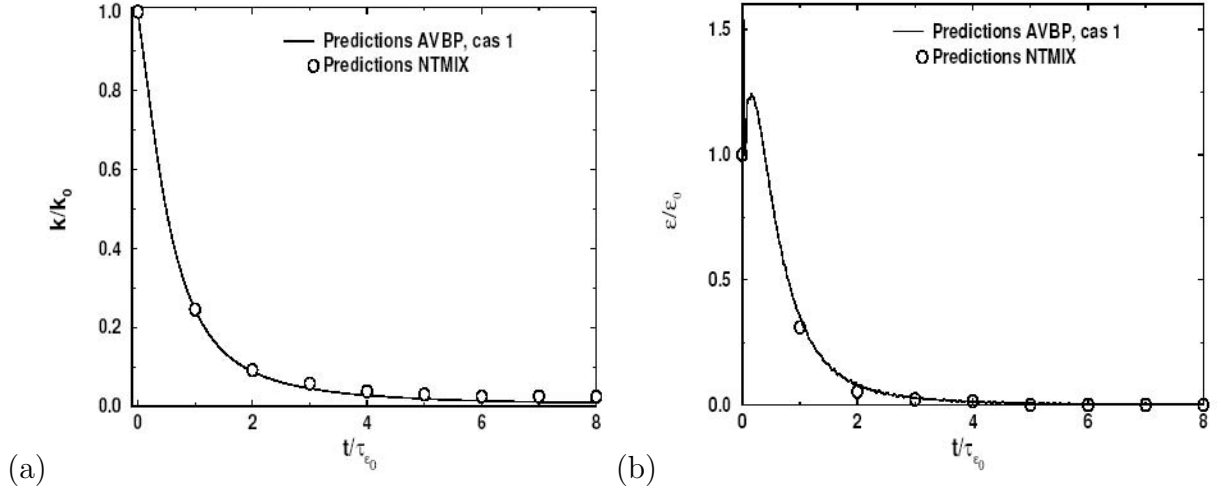


FIG. 4.10 – Evolutions temporelles de (a) : l'énergie cinétique turbulente k et (b) : la dissipation de k , ε pour le cas 1. Lignes continues : simulations DNS, cercles : prédictions NTMIX.

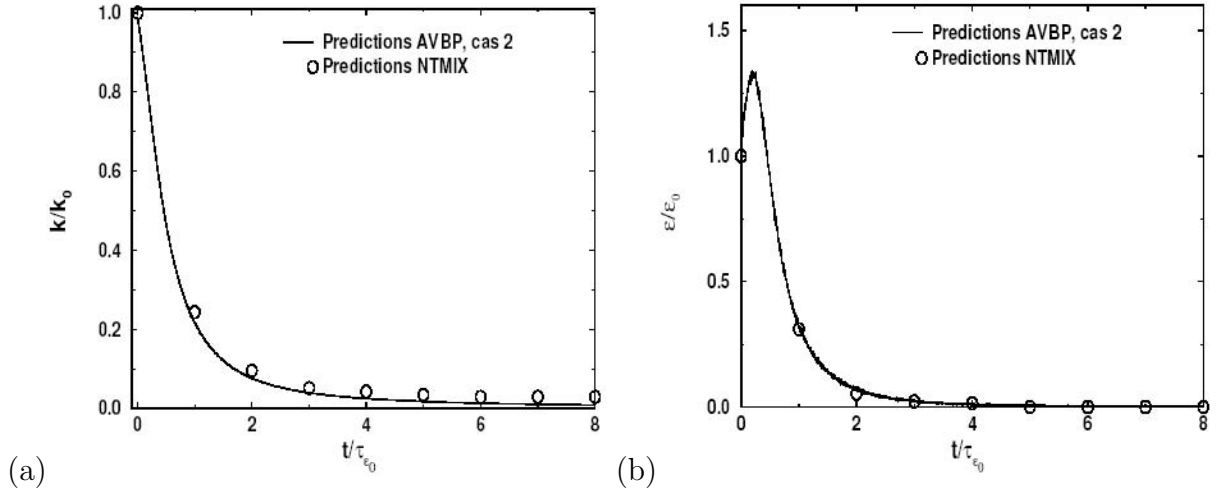


FIG. 4.11 – Evolutions temporelles de (a) : l'énergie cinétique turbulente k et (b) : la dissipation de k , ε pour le cas 2. Lignes continues : simulations DNS, cercles : prédictions NTMIX.

observées sont attribuées à l'estimation des gradients de vitesses et à la résolution spatiale des simulations. Concernant les figures 4.10(b) & 4.11(b), les dissipations présentent un pic localisé entre les instants $t=0$ et $t=\tau_{\varepsilon_0}$ et correspondant à une transition de la condition initiale ; en effet, une phase d'adaptation, où la solution est incorrecte d'un point de vue

de la théorie de la turbulence, est observée puis, au bout d'un temps approximativement égal à $\tau_{L_{ii}} = L_{ii}/u'$ (de l'ordre de τ_{ε_0}), l'écoulement évolue vers une phase plus réaliste.

Une évaluation du coefficient C_{ε_2} , défini par le système d'équations 4.14 au paragraphe 4.1.1, est entreprise. C_{ε_2} s'exprime comme la variation temporelle du temps de retournement de la turbulence τ_ε :

$$\frac{d\tau_\varepsilon}{dt} = C_{\varepsilon_2} - 1 \quad (4.35)$$

La constante du modèle C_{ε_2} est estimée à partir de la figure 4.12 pour les deux simulations directes réalisées. Les pentes de chacune des courbes fournissent une valeur de C_{ε_2} environ égale à 1.52. Cette valeur est proche de celle obtenue avec les résultats NTMIX, pour des conditions initiales similaires. Toutefois, cette valeur prédite par les simulations est assez différente de celle trouvée expérimentalement où $C_{\varepsilon_2} = 1.96$. Le modèle fourni par le système d'équations 4.14 pour des nombres de Reynolds élevés est probablement inapproprié aux conditions initiales utilisées. Comme pour les figures 4.10(b) & 4.11(b), la zone de transition de la turbulence apparaît clairement pour chacun des cas. Enfin, les écarts rencontrés entre les deux cas simulés sont attribués à des différences dans les résolutions d'échelles et dans les représentations statistiques de l'écoulement.

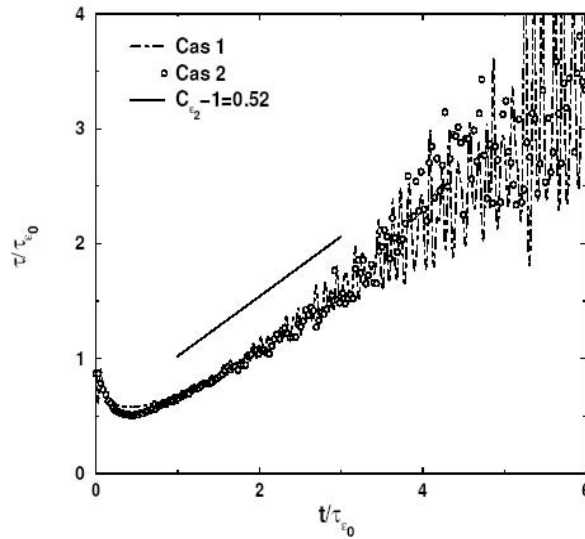


FIG. 4.12 – Evaluation de la constante du modèle C_{ε_2} à partir de l'équation 4.35. Ligne discontinue : cas 1, cercles : cas 2.

Les figures 4.13(a) & (b) présentent les évolutions temporelles du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ basé sur l'échelle intégrale L_{ii} et la vitesse turbulente u' , en fonction du temps adimensionné par τ_{ε_0} . Tant que la condition d'isotropie est vérifiée, l'équation 4.11 fournit une information spatiale moyenne sur le champ. Les nombres de Reynolds $Re_{L_{ii}}$, estimés par la relation $Re_{L_{ii}} = u' \cdot \frac{1}{3} (L_{11}^1 + L_{22}^2 + L_{33}^3) / \nu$, sont montrés pour chaque cas simulé. La décroissance continue de $Re_{L_{ii}}$ caractérise une diminution progressive de la turbulence. Concernant le cas 2, la différence de comportement des différentes longueurs intégrales L_{ii}^i laisse à penser que le champ de vitesses est relativement anisotrope ou que la statistique

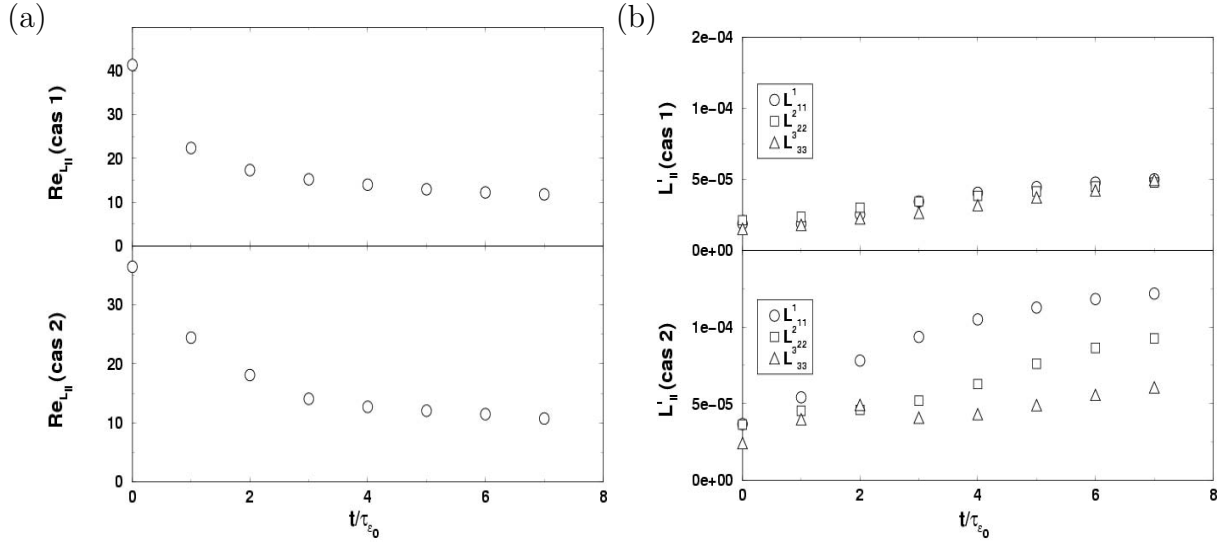


FIG. 4.13 – Evolutions temporelles du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ basé sur l'échelle intégrale L_{ii} et sur la fluctuation de la vitesse u' (a) et des échelles intégrales L_{ii}^i (b).

des grandes échelles est sous-représentée. En revanche, le cas 1, respectant la condition $L_{ii}^i < L_{ref}/10$, montre un meilleur comportement des échelles intégrales qui évoluent sensiblement de la même façon ; ceci laisse à supposer que dans ce cas, la représentation statistique des grosses structures l'écoulement est satisfaite.

→ Représentations spatiales :

Dans ce travail, l'analyse s'étend également à une analyse spectrale en différents instants du champ de turbulence homogène isotrope. Les figures 4.14(a) & (b) montrent respectivement les spectres d'énergie $E(K)$ obtenus pour les cas 1 & 2. Les champs instantanés, sauvegardés tous les $\Delta t/\tau_{\varepsilon_0}=1$, sont analysés à l'aide du programme « postproc_THI_ms ». Les cercles correspondent aux spectres théoriques issus du modèle de Passot-Pouquet et obtenus avec le programme « generate_THI_ms ». Les deux spectres montrent globalement un comportement similaire pour la décroissance de l'énergie. Les différences observées sont attribuées à la condition initiale. Fig. 4.14(a) (cas 1), les spectres $E(K)$ issus des cinq premières solutions (de $t/\tau_{\varepsilon_0}=1$ à 5) semblent montrer une décroissance insuffisante dans la région des grands nombres d'onde K . Ce comportement serait dû à la mauvaise description des petites échelles. Le cas 2, présenté en Fig. 4.14(b), montre de meilleurs résultats quant à la dissipation de l'énergie et la résolution du maillage semble satisfaisante pour tous les champs représentés. Ces résultats sont en accord avec ceux apportés en figure 4.9 sur la représentation des dissipations physiques et numériques.

5. Conclusions pour les prédictions DNS :

Des simulations directes de THI décroissante ont été réalisées avec le code AVBP. Deux conditions initiales, modélisées à partir d'un spectre de Passot-Pouquet, ont été

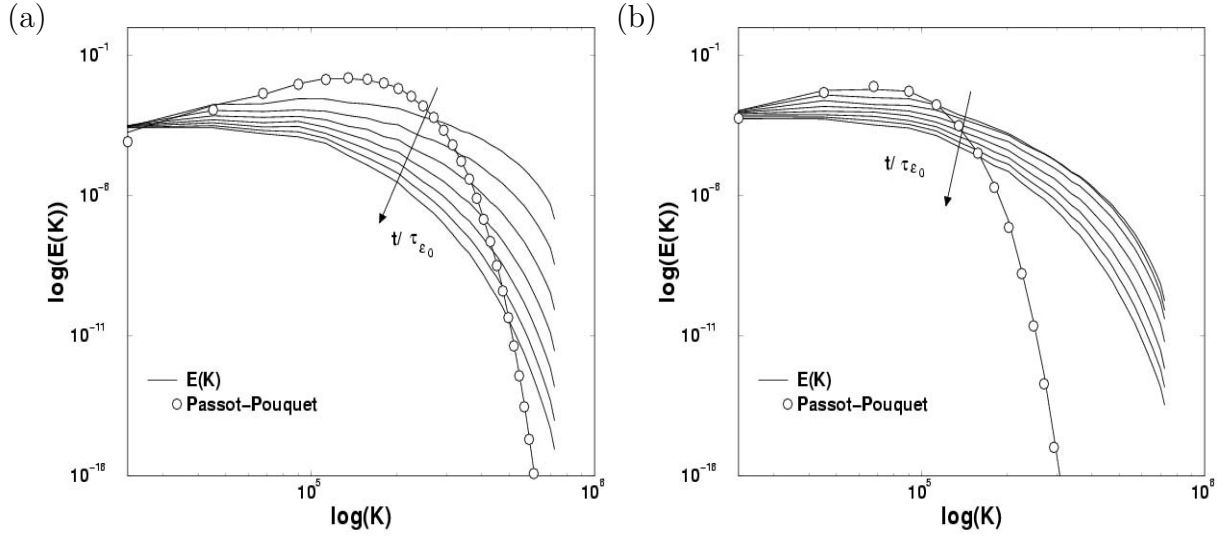


FIG. 4.14 – Représentations des spectres d'énergie $E(K, t)$ tous les $\Delta t/\tau_{\varepsilon_0}=1$. Lignes continues : prédictions DNS, cercles : spectre d'énergie théorique de Passot-Pouquet. (a) : cas 1, (b) : cas 2.

investiguées. Dans un premier temps, les évolutions temporelles de l'énergie cinétique et des différentes dissipations ont été présentées. Elles ont permis de montrer une résolution satisfaisante pour le cas 2 du fait d'une meilleure représentation de l'échelle de Kolmogorov η . Puis, l'analyse des longueurs intégrales L_{ii}^i a montré que le cas 1, pour lequel la relation $L_{ii}^i < L_{ref}/10$ est vérifiée, fournit une représentation statistique correcte. Quant au cas 2, l'évolution des différentes longueurs intégrales traduit une description incorrecte des grandes échelles. Enfin, l'étude des spectres d'énergie a confirmé le fait que, dans le cas 1, les petites échelles ne sont pas décrites correctement et que la résolution du maillage s'avère insuffisante. En conclusion, l'ensemble de ces tests souligne d'une part, le degré de difficulté à réaliser une DNS correcte où beaucoup d'enjeux sont à maîtriser et d'autre part, les capacités du code AVBP à fournir des résultats très satisfaisants.

4.1.3 THI et LES

Ce paragraphe présente un ensemble de simulations LES pour une THI décroissante à haut nombre de Reynolds turbulent. Ces différents tests constituent une première validation concrète du code de calcul AVBP pour des écoulements turbulents. Des résultats analogues à ceux présentés pour les simulations DNS sont fournis dans ce travail.

↗ **Energie cinétique résolue en LES :**

Dans le contexte de la LES, l'équation de l'énergie cinétique résolue \tilde{K} , où $\tilde{K} = \frac{1}{2}(\tilde{u}_i \tilde{u}_i)$, est obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement du champ filtré pour un écoulement compressible :

$$\tilde{u}_i \times \left\{ \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}^t}{\partial x_j} \right\} \quad (4.36)$$

où $\tilde{\tau}_{ij}^t$, défini par l'équation 3.29, est le tenseur des contraintes de Reynolds basé sur l'hypothèse de viscosité turbulente de sous-maille, ν_{SGS} .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{K}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\rho} \tilde{u}_j \tilde{K}) &= \tilde{u}_i \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{p} \tilde{u}_i}{\partial x_i} + \tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \\ &\quad - \tilde{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij}) - \tilde{\tau}_{ij}^t \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij}^t) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Après décomposition du tenseur $\tilde{\tau}_{ij}$, l'intégration sur le domaine de calcul est effectuée. L'équation pour \tilde{K} , dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, est alors donnée par :

$$\left\langle \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{K}}{\partial t} \right\rangle = \underbrace{\left\langle \tilde{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} \right\rangle}_I - \underbrace{\left\langle \nu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle}_{II} - \underbrace{\left\langle \tilde{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle}_{III} + \underbrace{\left\langle \tilde{\tau}_{ij}^t \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle}_{IV} \quad (4.38)$$

où le terme (I) correspond au terme de dilatation de la pression et le terme (II) est lié à la dissipation par effets visqueux. Le terme (III) désigne la production et enfin, le terme (IV) correspond à la diffusion par interactions avec les échelles résolues.

L'équation 4.34, faisant apparaître un terme de dissipation turbulente supplémentaire, s'écrit alors :

$$\underbrace{\left\langle -\frac{d\tilde{\rho} \tilde{K}}{dt} \right\rangle}_{\varepsilon_{var}} = \underbrace{\left\langle -\mathcal{C}(\tilde{K}) \right\rangle}_{\varepsilon_{conv}} + \underbrace{\left\langle \mathcal{A}(\tilde{K}) \right\rangle}_{\varepsilon_{ac}} + \underbrace{\left\langle \nu_{lam}(\tilde{K}) \right\rangle}_{\varepsilon_{vislam}} + \underbrace{\left\langle \nu_{turb}(\tilde{K}) \right\rangle}_{\varepsilon_{visturb}} \quad (4.39)$$

↗ Description des différents tests :

Ce paragraphe présente un ensemble de simulations LES obtenues pour un écoulement de turbulence homogène isotrope à haut nombre de Reynolds. L'objectif de ce travail est d'évaluer les capacités du code AVBP à prédire de tels écoulements. Les différents modèles de sous-maille implémentés dans le code AVBP, c'est-à-dire les modèles de Smagorinsky, Smagorinsky filtré et WALE, sont testés et comparés à des simulations réalisées sans modèle de sous-maille. Les schémas numériques de Lax-Wendroff et TTGC sont également testés afin d'évaluer la contribution de la dissipation numérique pour de tels écoulements. Même si la comparaison de chacun des cas semble fournir des informations pertinentes dans la caractérisation des différents modèles de sous-maille ou des schémas numériques, seuls quelques résultats seront montrés dans ce travail afin de mettre en évidence l'influence de chacun. La présentation de ces résultats s'organise comme au paragraphe précédent : dans un premier temps, la condition initiale est décrite de façon détaillée, puis des évolutions temporelles sont représentées. Enfin, une analyse spectrale est réalisée. Il faut préciser que les caractéristiques générales de l'écoulement sont identiques à celles utilisées pour les calculs DNS. Seuls les paramètres du domaine de calcul, définis en Tab. 4.9, changent.

Maillage	Structuré, 32^3
Nombre de nœuds	35937
Nombre d'hexaèdres	32768
Longueur de référence	$1.392 \cdot 10^{-3} m$
Longueur Δx	$4.352 \cdot 10^{-5} m$

TAB. 4.9 – Description du maillage utilisé pour les calculs LES.

1. Condition initiale :

Le spectre de von Kármán Pao a été choisi pour initialiser l'ensemble des simulations LES. Ce spectre, qui caractérise à la fois les échelles énergétiques et les échelles dissipatives, semble mieux correspondre à des écoulements très turbulents. Le choix du quintuplet de variables $\{u', \varepsilon, Re_{ac}, K_e, K_d\}$ fourni par le programme « *VKP* », est contenu dans la table 4.10 :

u'	$70 m \cdot s^{-1}$
ε	$1.5 \cdot 10^9 m^2 \cdot s^{-3}$
Re_{ac}	22000
K_e	$1.328 \cdot 10^4 m^{-1}$
K_d	$1.100 \cdot 10^5 m^{-1}$

TAB. 4.10 – Quintuplet de variables $\{u', \varepsilon, Re_{ac}, K_e, K_d\}$ fourni par le programme « *VKP* ».

Le rapport K_d/K_e qui est de l'ordre de 8, fournit une représentation acceptable de la zone inertielle et l'énergie distribuée aux petites échelles n'est plus négligeable. Par ailleurs, ce rapport joue un rôle prépondérant car il est directement lié au nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ qui traduit le caractère décorrélé de l'écoulement. Il faut noter enfin, que l'utilisation du spectre de von Kármán Pao exige un maillage plus dense que celui imposé par le spectre de Passot-Pouquet dans la mesure où les petites structures se voient attribuer plus d'énergie. Or, comme l'on peut observer dans les tables 4.11 & 4.12 présentant l'ensemble des valeurs issues du programme « generate_THI_ms », le rapport entre la taille de la cellule Δx et l'échelle de Kolmogorov η est de l'ordre de 34. Les échelles de dissipation ne sont pas suffisamment résolues et une modélisation des petites structures s'avère nécessaire. La contribution des différents modèles de sous-maille implémentés dans le code de calcul AVBP, est testée dans ce travail et comparée avec le cas réalisé « sans modèle ».

$L_{ref} [m]$	$l_e [m]$	$l_d [m]$	$u' [m \cdot s^{-1}]$	$\Delta x / \eta$
$3l_e, 24l_d$	$4.73 \cdot 10^{-4}$	$5.70 \cdot 10^{-5}$	70	34.4

TAB. 4.11 – Condition initiale utilisée pour les calculs LES.

Re_t	$k [m^2 \cdot s^{-2}]$	$\varepsilon [m^2 \cdot s^{-3}]$	$l_t [m]$	$\tau_\varepsilon [s]$
1023	7350	$1.5 \cdot 10^9$	$2.28 \cdot 10^{-4}$	$4.9 \cdot 10^{-6}$
$\eta [m]$	$\tau_\eta [s]$	Re_λ	$L_{ii}^i [m]$	$Re_{L_{ii}}$
$1.26 \cdot 10^{-6}$	$1.02 \cdot 10^{-7}$	123.8	$1.852 \cdot 10^{-5}$	552

TAB. 4.12 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de von Kármán Pao. Valeurs obtenues à partir du programme « generate_THI_ms ».

Malgré une résolution insuffisante, la représentation statistique de l'écoulement reste acceptable puisque L_{ref} , la longueur de référence de la boîte, est environ 9 fois plus grande que la longueur intégrale L_{ii}^i .

2. Analyse du champ généré :

La figure 4.15 compare le spectre $E(K)$ représenté avec des cercles et issu de « generate_THI_ms » avec le spectre théorique de von Kármán Pao (ligne continue). De faibles écarts sont observés en particulier pour les grands nombres d'onde K . Cela dénote une fois de plus une description incorrecte des petites échelles et une résolution insuffisante du maillage. En raison de la forte dynamique de l'écoulement, la pente en $-5/3$ décrivant la zone inertielle est très bien représentée.

La table 4.13 regroupe les valeurs obtenues « *a posteriori* » par le programme « post-proc_THI_ms ». Là encore, comparées aux valeurs d'entrée, de légères différences attribuées à un manque de convergence statistique, sont constatées.

3. Prédications AVBP :

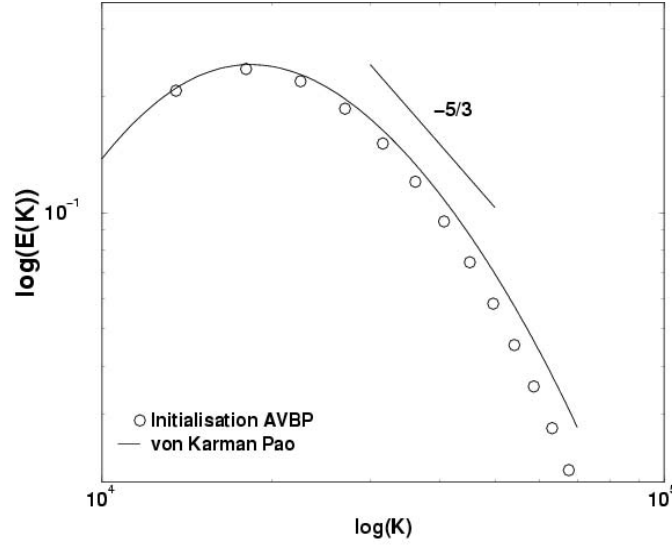


FIG. 4.15 – Comparaison du spectre d'énergie $E(K, t)$ utilisé pour l'initialisation du calcul (ligne continue) avec le spectre théorique de von Kármán Pao (cercles).

$u' [m \cdot s^{-1}]$	$k [m^2 \cdot s^{-2}]$	$Re_{L_{ii}}$	$L_{11}^1 [m]$	$L_{22}^2 [m]$	$L_{33}^3 [m]$
69.46	7238.7	552	$1.47 \cdot 10^{-4}$	$1.398 \cdot 10^{-4}$	$8.60 \cdot 10^{-5}$
$L_{22}^1 [m]$	$L_{33}^1 [m]$	$L_{11}^2 [m]$	$L_{33}^2 [m]$	$L_{11}^3 [m]$	$L_{22}^3 [m]$
$6.753 \cdot 10^{-5}$	$6.583 \cdot 10^{-5}$	$7.737 \cdot 10^{-5}$	$7.214 \cdot 10^{-5}$	$8.61 \cdot 10^{-5}$	$1.082 \cdot 10^{-5}$

TAB. 4.13 – Caractéristiques du champ initial dérivé du spectre de von Kármán Pao. Valeurs obtenues à partir du programme « postproc_THI_ms ».

↗ Analyse des dissipations

L'ensemble des dissipations définies dans l'équation 4.39 est illustré sur la figure 4.16. Les graphes se réfèrent au schéma numérique de Lax-Wendroff, Fig. 4.16(a), et TTGC, Fig. 4.16(b) et seuls les cas réalisés avec le modèle de Smagorinsky filtré sont représentés ici. La dissipation ε_{vis} regroupe les dissipations laminaire et turbulente et il convient de noter que les contributions laminaire et acoustique sont du même ordre de grandeur pour les deux schémas et restent petits devant la contribution turbulente. La principale différence qui est observée entre les deux graphes est une dissipation numérique ε_{conv} plus importante pour le schéma de Lax-Wendroff, Fig. 4.16(a). Ce comportement est mis en évidence sur les figures 4.17(a) & (b) où l'analyse des dissipations physiques et numériques est effectuée pour les schémas de Lax-Wendroff et de TTGC et pour tous les modèles de sous-maille considérés ainsi que le cas réalisé sans modèle (c'est-à-dire lorsque $\tilde{\tau}_{ij}^t = 0$). Comme pour la figure 4.9, les lignes se réfèrent à la dissipation physique, comprenant cette fois-ci les dissipations acoustique (ε_{ac}), laminaire (ε_{vislam}) et turbulente ($\varepsilon_{visturb}$) et les lignes avec des cercles se réfèrent à la dissipation numérique (ε_{conv}). Les dissipations sont adimensionnées par ε_{var} . Les droites $\varepsilon/\varepsilon_{var}$, correspondant à la somme des dissipations divisée par le terme

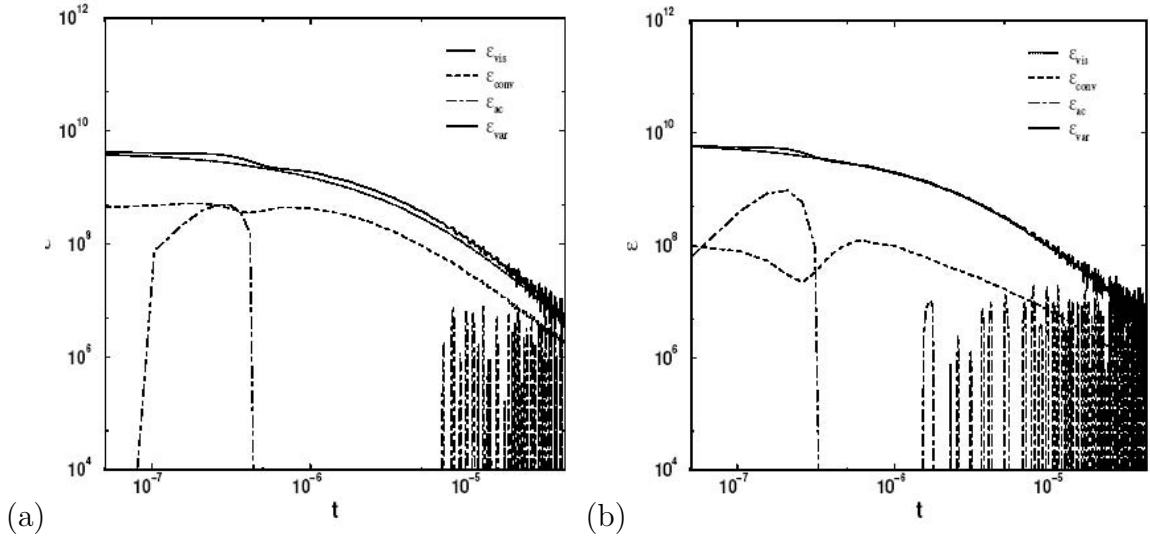


FIG. 4.16 – Représentation en log-log des différents spectres de dissipations extraits du code AVBP en fonction du temps, pour le modèle de Smagorinsky filtré. (a) : schéma de Lax-Wendroff, (b) : schéma TTGC.

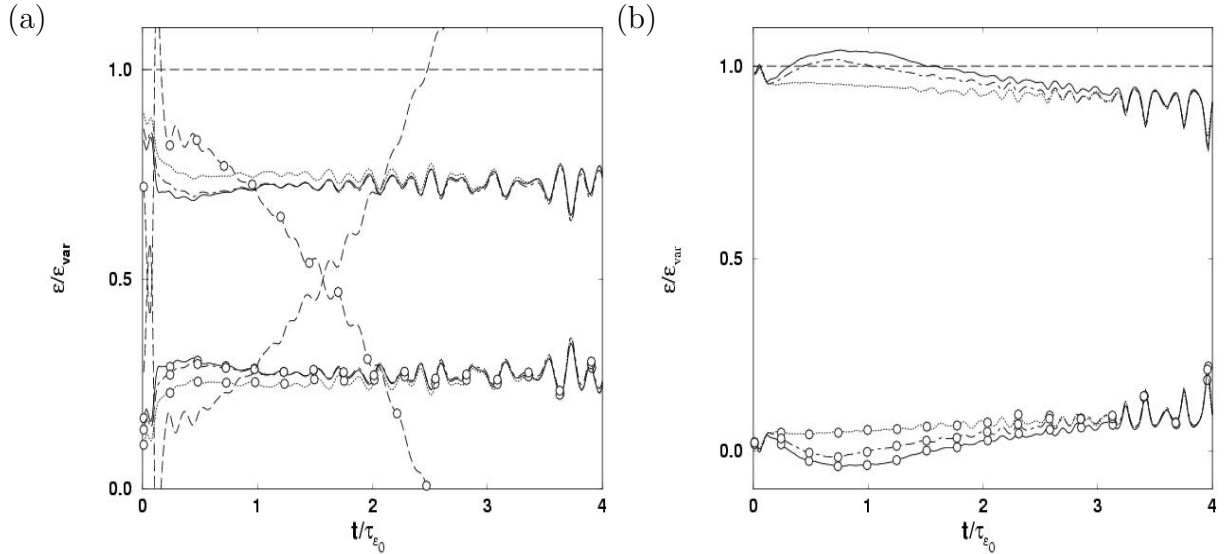


FIG. 4.17 – Evolutions temporelles des dissipations physiques (lignes) et numériques (lignes avec des cercles) extraites du code AVBP pour les schémas numériques de (a) : Lax-Wendroff et (b) TTGC. Smagorinsky : lignes continues, Smagorinsky filtré : pointillés, WALE : tirets-pointillés et « sans modèle » : tirets longs.

de dérivée temporelle de l'énergie cinétique moyenne, sont tracées en lignes discontinues et traduisent l'équilibre de l'équation 4.39. Les simulations réalisées pour chacun des modèles sont représentées comme pour la figure 4.18. La principale différence observée entre les figures 4.17(a) & (b) est une contribution nettement plus importante de la dissipation numérique pour les simulations réalisées avec le schéma de Lax-Wendroff. En effet, ε_{conv} représente environ 25% de la dissipation totale dans ce cas tandis qu'elle ne représente

que quelques % pour le schéma TTGC. Ces résultats confirment bien le fait que le schéma d'ordre deux en espace et en temps de Lax-Wendroff est largement plus dissipatif que le schéma TTGC d'ordre supérieur (trois en espace et en temps). Une contribution négative de ε_{conv} est même observée juste après l'initialisation pour les modèles de Smagorinsky et de WALE. Ce comportement montre les limites de stabilité du schéma TTGC. Seul le modèle de Smagorinsky filtré (lignes pointillées) semble être suffisamment dissipatif pour avoir un terme ε_{conv} positif sur la totalité de la simulation. Enfin, les dissipations physique et numérique du cas réalisé sans modèle de sous-maille, Fig. 4.17(a), montrent un comportement relativement instable de la simulation et aucune conclusion ne peut être apportée sur ce cas quant à l'allure des différentes courbes.

↗ Evolutions temporelles

Les figures 4.18(a) & (b) présentent respectivement les évolutions temporelles de l'énergie cinétique turbulente k pour les schémas de Lax-Wendroff et TTGC. Les différents modèles de sous-maille sont représentés (Smagorinsky : lignes continues, Smagorinsky filtré : pointillés et WALE : tirets-pointillés) tout comme le cas « sans modèle » (tirets longs). Afin de mieux distinguer le comportement de chacun des cas simulés, les courbes sont tracées sur seulement quatre $\tau_{\varepsilon 0}$. L'évolution est quasiment identique pour tous les modèles considérés

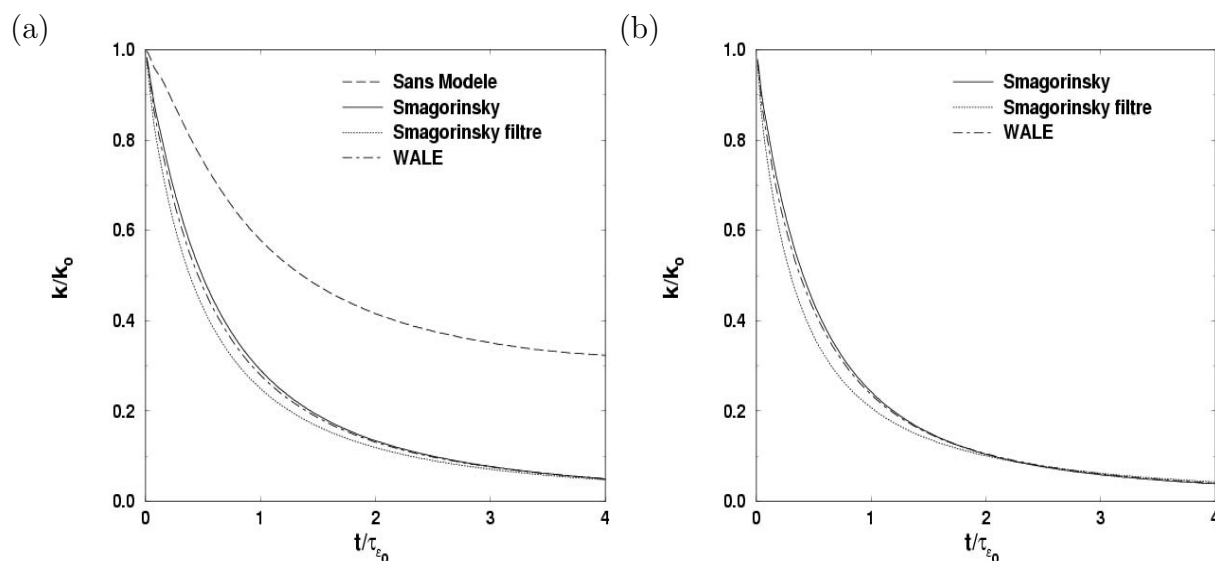


FIG. 4.18 – Evolutions temporelles de l'énergie cinétique turbulente k/k_0 pour les schémas de Lax-Wendroff (a) et TTGC (b). Smagorinsky : lignes continues, Smagorinsky filtré : pointillés, WALE : tirets-pointillés et « sans modèle » : tirets longs.

et peu de différences sont observées. Seule une décroissance légèrement plus prononcée de k est notée pour le modèle de Smagorinsky filtré pour les deux schémas numériques. Fig. 4.18(a), le cas réalisé sans modèle de sous-maille montre une décroissance insuffisante de k . Ceci s'explique par le fait que l'énergie cinétique n'est pas correctement dissipée et s'accumule à petites échelles. Fig. 4.18(b), le cas « sans modèle » explose très rapidement ; la dissipation numérique du schéma TTGC ne compense pas suffisamment l'absence de

modèle de sous-maille.

Les évolutions temporelles du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ et des longueurs intégrales L_{ii}^i sont tracées en Figs. 4.19(a) & (b) et sont obtenues avec le schéma numérique de Lax-Wendroff et le modèle de sous-maille de Smagorinsky. Une décroissance correcte du $Re_{L_{ii}}$ est observée. Il est à noter enfin que malgré l'isotropie du champ initial, une légère dispersion des différents L_{ii}^i est constatée à l'instant $t/\tau_{\varepsilon_0}=0$ du fait d'une résolution très grossière du maillage. Après un temps de retournement τ_{ε_0} de la turbulence, les différentes

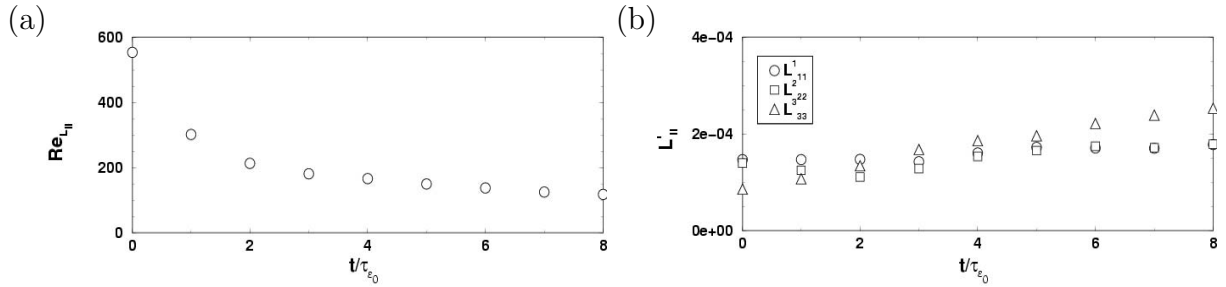


FIG. 4.19 – Evolutions temporelles du nombre de Reynolds $Re_{L_{ii}}$ basé sur l'échelle intégrale L_{ii}^i et sur la fluctuation de la vitesse u' (a) et échelles intégrales L_{ii}^i (b) et obtenues avec le schéma de Lax-Wendroff et le modèle de Smagorinsky.

longueurs intégrales montrent une évolution correcte traduisant une représentation statistique satisfaisante. Au bout du temps t égal à $6\tau_{\varepsilon_0}$, du fait de l'augmentation de la taille des plus gros tourbillons, la relation $L_{ii}^i=L_{ref}/10$ semble ne plus être respectée et les différentes échelles présentes dans l'écoulement ne sont pas correctement décrites. Il est à noter enfin que le caractère anisotrope du champ initial et l'évolution des différentes longueurs intégrales L_{ii}^i se retrouvent pour l'ensemble des cas simulés, quelques soient le schéma numérique ou le modèle de sous-maille considérés.

↗ Représentations spatiales :

Une analyse spectrale est enfin réalisée pour les champs LES et seuls deux cas seront présentés dans ce travail : ce sont les simulations effectuées avec les modèles de Smagorinsky et Smagorinsky filtré pour le schéma TTGC. Comme il a été montré sur la figure 4.15, la condition initiale ne correspond pas exactement à la forme théorique prédite par le spectre de von Kármán Pao. A grands nombres d'onde K , le spectre d'énergie du champ initial montre une dissipation légèrement supérieure dans les simulations. Sur la figure 4.15(b), le modèle de Smagorinsky filtré montre une meilleure dissipation des petites structures présentes dans l'écoulement. Ceci est associé à une décroissance plus prononcée des spectres pour ce modèle que pour le modèle de Smagorinsky, Fig. 4.15(a).

4. Conclusions pour les prédictions LES :

Des THI décroissantes à haut nombre de Reynolds turbulent ont été réalisées dans ce travail. Un spectre de von Kármán Pao, représentatif des écoulements très turbulents, a été

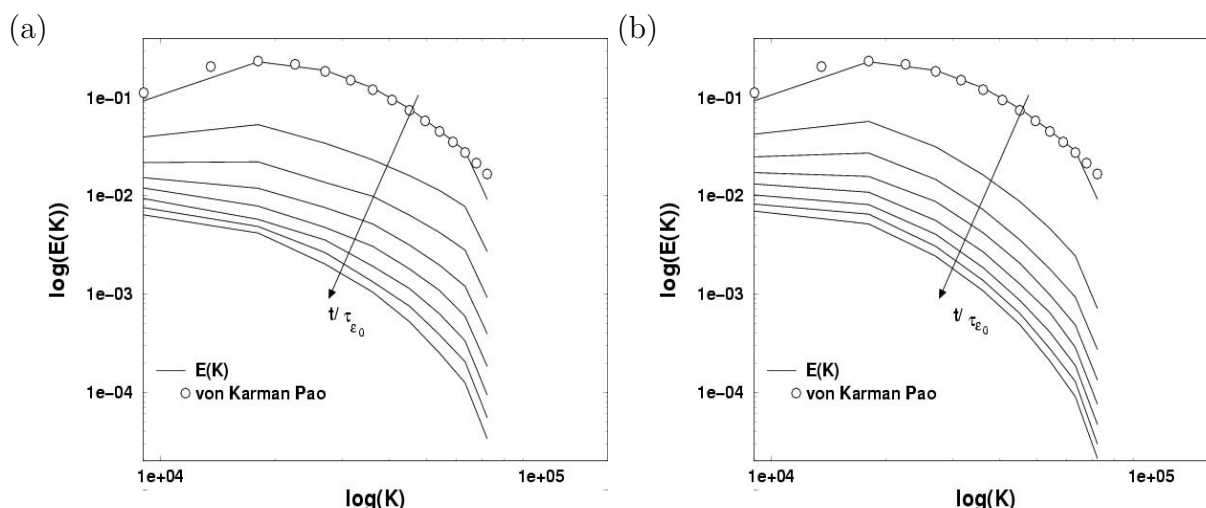


FIG. 4.20 – Représentations des spectres d'énergie $E(K, t)$ tous les $\Delta t/\tau_{\varepsilon_0}$ pour le schéma TTGC. Lignes continues : prédictions LES, cercles : spectre d'énergie théorique de von Kármán Pao. (a) : Smagorinsky, (b) : Smagorinsky filtré.

utilisé pour l'initialisation du champ. Les caractéristiques du champ initial ont fourni une représentation statistique des échelles acceptable et une résolution clairement insuffisante des petites structures. L'analyse des différentes contributions des modèles de sous-maille a permis de mettre en évidence les capacités de la LES à prédire de tels écoulements. Les résultats apportés par le cas réalisé « sans modèle » a confirmé la nécessité d'une modélisation des petites structures. L'étude des dissipations a montré que le modèle de Smagorinsky filtré reste le plus dissipatif. Ce travail a, de plus, illustré l'importance du schéma numérique utilisé. Une dissipation numérique de l'ordre de 20% de la dissipation totale a été constatée pour le schéma de Lax-Wendroff. Le schéma TTGC a, quant à lui, montré une dissipation nettement moins importante.

4.1.4 Conclusions

La première partie de ce travail a consisté à effectuer des simulations directes sur une THI décroissante à faible nombre de Reynolds turbulent. Deux conditions initiales issues d'une modélisation de Passot-Pouquet ont été envisagées de manière à illustrer d'une part, la résolution des échelles dissipatives et d'autre part, la représentation statistique de l'écoulement. La contribution des différentes dissipations, dissipation numérique liée au schéma et dissipation laminaire, a également été mise en évidence. Le choix des spectres d'initialisation s'est avéré déterminant quant à l'évolution des différentes évolutions temporelles de l'énergie, de la dissipation et des longueurs intégrales. L'analyse spectrale des champs instantanés a également montré des différences entre les deux simulations.

Dans la seconde partie, des simulations LES ont été effectuées sur une THI décroissante. Un seul cas, à haut nombre de Reynolds turbulent, a été traité. Un modèle de spectre de von Kármán Pao, plus approprié aux écoulements fortement turbulents, a été utilisé pour générer la condition initiale. La détermination des différentes dissipations a mis en

évidence l'influence du schéma numérique et du modèle de sous-maille sur les prédictions. L'ensemble des résultats LES fournis dans ce travail a permis d'effectuer une validation concrète du code de calcul AVBP quant à la simulation d'écoulements turbulents.

4.2 Concept de « coarse grid LES »

4.2.1 Introduction

Depuis plusieurs années, la LES connaît un réel succès auprès des industriels et ce, face à d'autres approches de simulations numériques. Cet intérêt grandissant pour la LES se traduit par la multiplication des simulations de configurations industrielles correspondant la plupart du temps à des écoulements fortement turbulents dans des géométries complexes. Alors que la taille des maillages augmentent de façon considérable, le temps de restitution des résultats doit, quant à lui, rester acceptable. La réduction du nombre de noeuds (ou de cellules) devient alors une nécessité ; deux méthodes permettant la réduction de la taille des maillages sont présentées dans ce travail. Ces méthodes, implémentées dans le code de calcul AVBP, consistent d'une part, à injecter de la turbulence à l'entrée du domaine de manière à établir rapidement les conditions d'un écoulement de turbulence pleinement développée et d'autre part, à utiliser une loi de paroi de type loi logarithmique pour simuler correctement l'effet des parois sur l'écoulement. Ces deux méthodes sont décrites de façon détaillée aux paragraphes 3.2.2 & 3.2.3.

↗ **L'injection de turbulence :**

L'objectif principal de la LES est de résoudre de manière explicite les fluctuations turbulentes. Du fait du comportement stationnaire des quantités résolues imposées sur le patch d'entrée (absence de fluctuations), les conditions d'entrée ne peuvent pas correspondre aux résultats expérimentaux. Cela s'avère plus ennuyeux en termes de coûts de calculs pour l'étude de configurations industrielles où les écoulements rencontrés sont la plupart du temps fortement turbulents. Dans de tels cas, l'injection de turbulence permet de réduire considérablement les dimensions du domaine de calcul en reproduisant dès l'entrée, un signal introduisant un minimum de bruit et proche des conditions expérimentales. L'établissement d'une turbulence pleinement développée s'effectue alors rapidement.

↗ **La loi de paroi :**

Dans la plupart des configurations industrielles, l'écoulement est très turbulent (larges nombres de Reynolds) et la couche limite turbulente est très fine en comparaison avec les échelles du domaine de calcul. Afin d'assurer un comportement physique correct de la solution en région proche paroi, deux approches sont possibles. La première, très coûteuse, est une LES résolue qui consiste à résoudre tous les tourbillons, essentiellement longitudinaux, contenus dans la couche limite interne du mur. La résolution du maillage doit tenir compte v (la vitesse normale à la paroi) et le nombre de points requis dans cette région de l'écoulement est alors fonction du nombre de Reynolds $Re^{1.8}$ [10]. Dans la couche limite externe contenant les gros tourbillons, la résolution de l'énergie cinétique turbulente nécessite là aussi une résolution relativement fine du maillage. En définitive, dans des applications industrielles à haut nombre de Reynolds, la LES résolue n'est pas une méthode envisageable [67]. La seconde approche consiste à modéliser entièrement la région proche

paroi. Dans cette méthode, l'écoulement proche du mur est séparé en deux sous-régions : une couche interne où les effets de la viscosité moléculaire sont prépondérants, et une région externe où au contraire, cette viscosité a peu d'influence sur le profil de la vitesse moyenne. De nombreux travaux concernant ce type d'approche en LES ont été effectués et des simplifications sur le comportement de l'écoulement en région proche paroi ont été apportées par Deardorff [16], Chapman [10], Piomelli *et al.* [67]... Le modèle d'une loi de paroi de type loi logarithmique implémenté dans AVBP est utilisé dans ce travail ; les tensions sont modélisées afin de mimer les effets du mur sur le comportement de l'écoulement.

Dans cette section, le cas d'un écoulement à haut nombre de Reynolds dans un conduit cylindrique est considéré ; les différentes prédictions obtenues par la LES sont comparées aux résultats expérimentaux de Perry *et al.* [65] effectués sur un conduit cylindrique pour des nombres de Reynolds variant de 75000 à 200000. Cette étude ne concerne qu'un cas, $Re=150000$, et les profils de vitesse axiale moyenne et turbulente sont étudiés dans plusieurs sections de la conduite. Auparavant, des descriptions du domaine de calcul, de la résolution des échelles caractéristiques ainsi que des conditions aux limites considérées sont entreprises. Une estimation du gradient de pression est également réalisée et comparée à la théorie ainsi qu'à l'expérience.

4.2.2 Cas d'un écoulement turbulent en conduite cylindrique

↗ Le maillage et la résolution :

Le maillage représenté en Fig. 4.21 est totalement structuré et contient environ 225000 hexahédres. La longueur du conduit est de 600 mm et son diamètre D est de 100 mm. La taille minimale de cellule Δx_{min} est de l'ordre de 1.6 mm et le facteur de transition entre la taille des cellules est relativement faible. L'écoulement est fortement turbulent et le nombre de Reynolds ($Re \equiv D\bar{U}/\nu$), basé sur le diamètre D du conduit et sur la vitesse axiale débitante \bar{U} est égal à 150000. La résolution du maillage semble clairement insuffisante dans les régions proches paroi, la représentation des différentes échelles nécessitant un maillage très raffiné dans cette zone. Pour se donner une idée, une analyse des échelles caractéristiques est envisagée ; d'une part, la longueur la plus énergétique l_e est considérée égale à un tiers du diamètre du conduit et d'autre part, les niveaux de turbulence avoisinent 4% de la vitesse débitante. En considérant la longueur turbulente $l_t \approx l_e$, le nombre de Reynolds turbulent $Re_t = u'_t l_t / \nu$ vaut approximativement 1700. Le rapport entre les échelles les plus énergétiques et les échelles de Kolmogorov étant fonction du nombre de Reynolds turbulent, $Re_t^{3/4} = l/\eta$, une estimation de l'ordre de grandeur des échelles de Kolmogorov peut alors être fournie : dans ce cas, $\eta \approx 1.2 \cdot 10^{-4} m$. La taille de cellule Δx étant de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3} m$ ceci implique que Δx contient environ deux longueurs de Kolmogorov η et la résolution des échelles dissipatives semble très satisfaisante. En revanche elle reste totalement insuffisante près des parois. En effet, en terme de Δy^+ où $\Delta y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$, une représentation acceptable des échelles de la couche limite interne nécessite un Δy^+ égal à 1 [39]. Or la valeur de Δy^+ dans la conduite est estimée à 160 ; les échelles sont loin d'être résolues dans cette région.

L'objectif de cette étude n'est cependant pas de résoudre l'ensemble des échelles tur-

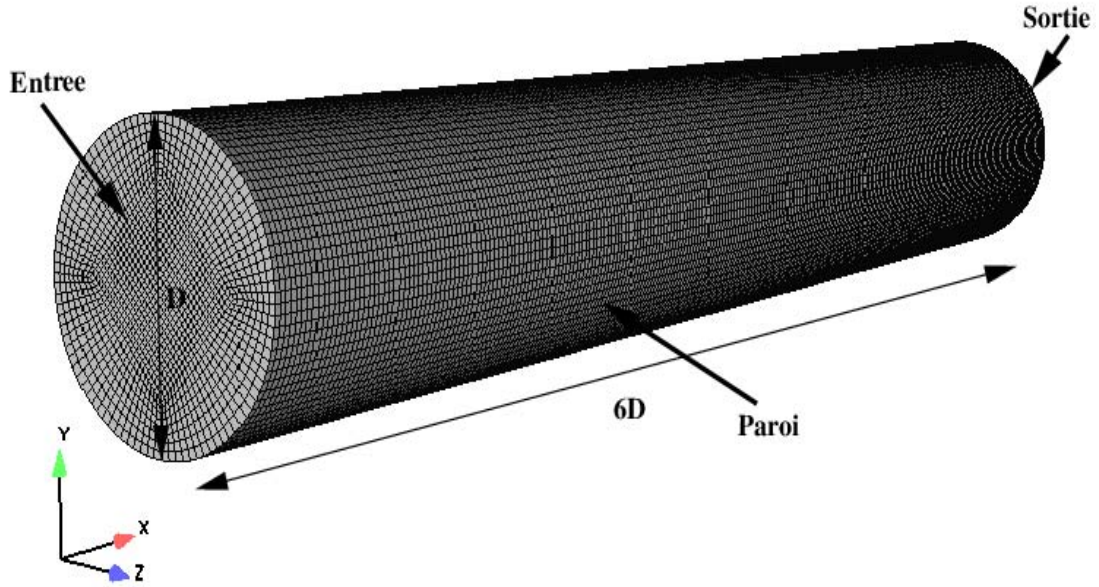


FIG. 4.21 – Représentation du domaine de calcul et description des conditions aux limites.

bulentes présentes dans l'écoulement mais de reproduire proprement un écoulement sur un maillage peu résolu. Ce travail met en évidence la nécessité à utiliser les méthodes décrites auparavant qui sont l'injection de turbulence et la loi de paroi.

↗ Les conditions aux limites :

Les différentes conditions aux limites du conduit cylindrique sont présentées en Fig. 4.21 et sont répertoriées dans la table 4.14. Elles sont traitées avec la méthode NSCBC [63] et développées à la section 3.2. L'entrée et la sortie du conduit sont des conditions aux limites partiellement réfléchissantes qui permettent un traitement correct de l'acoustique présente dans le domaine.

Condition aux limites	Mots clef AVBP	Propriétés acoustiques
Entrée : $\begin{cases} \text{sans } IT \\ \text{avec } IT \end{cases}$	$\begin{aligned} &INLET_RELAX_UVW_T_Y \\ &INLET_RELAX_UVW_T_Y_TURB \end{aligned}$	$\begin{aligned} &\text{Partiellement réfléchissante} \\ &\text{Partiellement réfléchissante} \end{aligned}$
Sortie :	OUTLET_RELAX_P	Partiellement réfléchissante
Paroi isotherme : $\begin{cases} \text{Mur non glissant} \\ \text{Loi de paroi} \end{cases}$	$\begin{aligned} &WALL_NOSLIP_ISOT \\ &WALL_LAW_ISOT \end{aligned}$	$\begin{aligned} &\text{Réfléchissante} \\ &\text{Réfléchissante} \end{aligned}$

TAB. 4.14 – Types des conditions aux limites caractéristiques imposées dans les simulations numériques sur les différents patches présentés sur la figure 6.9. Désignation de l'« Injection de Turbulence » par le terme « *IT* ».

La condition aux limites d'entrée INLET_RELAX_UVW_T_Y_TURB nécessite un certain nombre de précautions à prendre, des paramètres d'entrée devant être spécifiés. Ces paramètres sont la longueur la plus énergétique, l_e , et la longueur de « cut-off », l_{cutoff} ; ces échelles représentent respectivement les échelles des plus gros tourbillons et des plus petits tourbillons injectés à l'entrée. l_e est voisine du tiers du diamètre D de la conduite ($D=100mm$) et l_{cutoff} vaut approximativement deux fois la taille minimale de la cellule. l_{cutoff} est fixée à $4mm$ pour l'ensemble des simulations. Un dernier paramètre N est à spécifier; c'est le nombre de modes répartis de façon aléatoire selon une distribution normale de variance k_e , $k_e=2\pi/l_e$. Une représentation correcte de la forme du spectre d'énergie impliquerait que N tende vers l'infini. Dans ce travail, le nombre de modes N , fixé à 50, semble fournir des résultats très satisfaisants; toutefois, des tests seront effectués pour différentes valeurs de N et présentés dans le paragraphe suivant.

Enfin, deux types de conditions au mur sont employées; l'une est un mur non glissant isotherme où la température est imposée à $300K$ et les vitesses sont nulles et l'autre est la loi de paroi de type loi logarithmique présentée ci-dessus. Ces deux conditions sont complètement réfléchissantes.

Les différents cas traités sont présentés dans la table suivante, Tab. 4.2.2. Les simulations numériques seront effectuées avec le schéma numérique de Lax-Wendroff et le modèle de sous-maille de Smagorinsky.

	Murs non glissants isothermes	Loi de paroi isotherme
Sans <i>IT</i>	sans_IT/sans_loi_de_paroi	sans_IT/avec_loi_de_paroi
Avec <i>IT</i>	avec_IT/sans_loi_de_paroi	avec_IT/avec_loi_de_paroi

TAB. 4.15 – Table récapitulative des différentes simulations.

4.2.3 Visualisations de l'écoulement

↗ Visualisations des structures de vorticité :

Avant d'effectuer une analyse de l'écoulement, une visualisation d'un champ instantané dans la conduite cylindrique est représentée sur la figure 4.22 à l'aide du critère Q [38]. Ce critère, basé sur le second invariant du tenseur des vitesses, est décrit de façon détaillée en annexe A.2. La visualisation est issue d'un champ où l'injection de turbulence et la loi de paroi sont utilisées. L'utilisation du critère Q permet la détection des structures cohérentes générées de manière aléatoire dès l'entrée de la conduite. Ces structures sont correctement convectées en aval dans l'écoulement jusqu'en sortie. Le principal avantage de ce critère est que, contrairement à la vorticité, il ne détecte pas les forts gradients de vitesses présents à la paroi. Quant à la valeur de l'iso-surface Q , égale à $9 \cdot 10^4 s^{-2}$, elle est fixée empiriquement de manière à mettre en évidence les structures cohérentes mais cette visualisation ne montre en aucun cas la taille réelle de ces vortex. L'iso-surface est coloriée par la pression et la perte de charge dans le conduit cylindrique est estimée à $30Pa$. Une comparaison détaillée du gradient de pression pour chacun des cas simulés est effectuée par la suite.

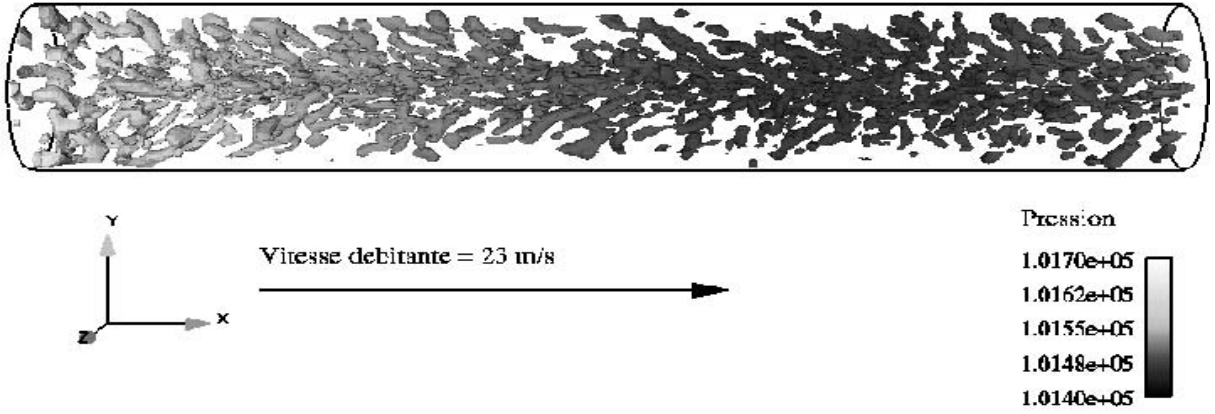


FIG. 4.22 – Visualisation des structures du champ instantané à l'aide de l'iso-surface du critère de détection des structures cohérentes Q , $Q=9 \cdot 10^4 s^{-2}$, coloriée par la pression. Prédictions LES obtenues pour le cas avec *IT* avec loi de paroi.

↔ Comparaisons des champs instantanés :

La figure 4.23 présente les champs instantanés de vorticité dans le plan $z=0$ de la conduite pour les différents cas simulés. Sur les figures 4.23(a) & (b), du fait d'une condition aux limites « classique » d'entrée (sans injection de turbulence), l'écoulement se déstabilise difficilement et les niveaux de vorticité sont proches de zéro. En revanche, dans les régions proches de la paroi, ces niveaux de vorticité sont bien plus élevés en particulier pour le cas utilisant une condition aux limites de murs isothermes non glissants où la vitesse est nulle au mur et où les gradients sont importants. Concernant les figures 4.23(c) & (d) où l'injection de turbulence est appliquée, de larges structures cohérentes sont convectées jusqu'à la sortie de conduite. Une fois de plus, ces niveaux de vorticité s'avèrent être plus élevés près de la paroi pour le cas avec *IT* sans loi de paroi.

Il faut rappeler que ces larges niveaux de vorticité situés à la paroi ne signifient pas la présence de structures cohérentes dans cette région (*cf.* Fig. 4.22) mais sont dûs aux forts gradients de vitesses. Toutefois, dans ce type d'écoulements, ces régions proches paroi peuvent contenir des structures longitudinales appelées couramment « streaks » dans la littérature anglo-saxonne. Ces structures, qui correspondent à des remontées de fluide de la paroi vers l'intérieur de l'écoulement, sont directement causées par la présence des gradients élevés de vitesses. Compte tenu de la fine épaisseur de couche limite de l'écoulement associée à une résolution insuffisante du maillage, de telles structures ne peuvent pas être détectées pour chacun des cas simulés dans ce travail.

A titre de comparaison, des simulations LES ont été réalisées par Fureby & Grinstein [26] sur un canal rectangulaire. Différents nombres de Reynolds de frottement, $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu$, ont été étudiés et les résultats ont été comparés à des simulations DNS. Ils ont estimé, pour un Re_τ égal à 2026 et un $\Delta y^+ = 1$, une erreur de 200% par rapport aux résultats DNS sur l_z^+ , la longueur adimensionnée prise dans la direction transverse entre chaque « streaks ». En revanche seuls 10% d'erreur sont évalués pour un $Re_\tau = 384$ et un Δy^+ toujours égal à 1. Concernant les simulations effectuées sur la conduite, les paramètres

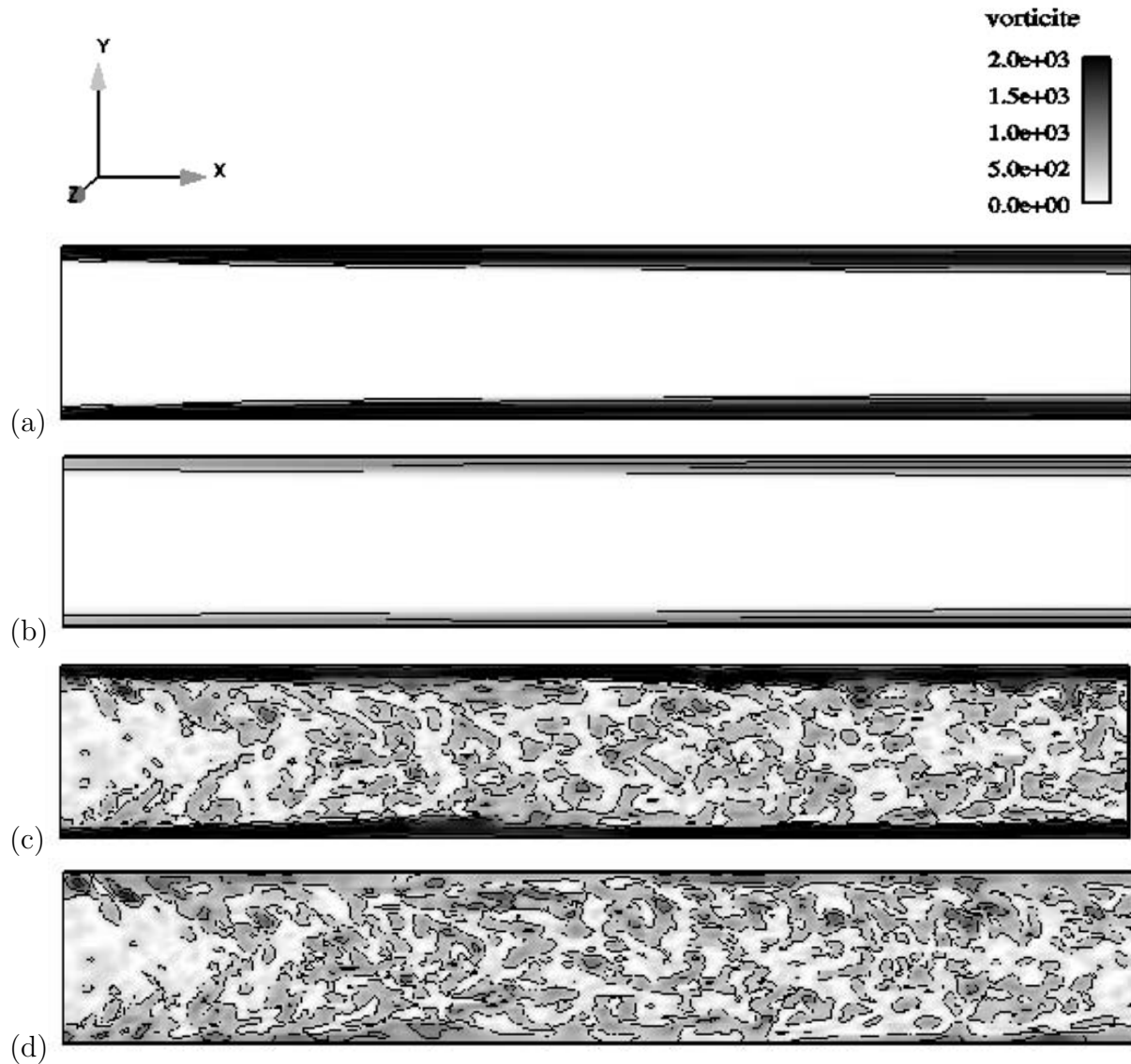


FIG. 4.23 – Représentations du champ de vorticité $\|\vec{\omega}\|$ dans les plans $z=0$ pour les différents cas simulés. (a) : sans_IT/sans_loi_de_paro, (b) : sans_IT/avec_loi_de_paro, (c) : avec_IT/sans_loi_de_paro, (d) : avec_IT/avec_loi_de_paro.

sont les suivants : $\Delta y^+ = 160$ et $Re_\tau = 3340$. Ces conditions d'un maillage peu résolu en région proche paroi associé à un nombre de Reynolds de frottement élevé ne permettent pas la détection de ces structures longitudinales observées par Fureby & Grinstein en DNS.

4.2.4 Analyses statistiques

↪ **Test du nombre de modes N :**

Afin de mettre en évidence les améliorations apportées par l'injection de la turbulence

à l'entrée du domaine de calcul, quelques tests ont été effectués sur le nombre de modes N injectés en entrée. Théoriquement, la continuité du spectre d'énergie défini par l'équation 3.60, Section 3.2, implique un nombre de modes infiniment grand. En pratique, trois valeurs de N sont testées dans ce travail, $N=25$, 50 et 100. Pour chacun des tests, le profil turbulent imposé suit une fonction polynomiale d'ordre 4 correspondant au profil expérimental obtenu par Perry *et al.* Le signal turbulent qui en résulte est extrait et les profils de la fluctuation axiale u' sont présentés dans différentes sections transverses localisées en entrée (à $0D$), à $1D$, $2D$ et $4D$ dans la direction principale de l'écoulement. Les différentes prédictions LES obtenues avec la loi de paroi et représentées en lignes pointillées pour $N=25$, en lignes continues pour $N=50$ et en tirets longs pour $N=100$ sont comparées avec les résultats expérimentaux (cercles noirs). Il est à noter que les moyennes statistiques sont réalisées pour des temps de calcul environ égaux à 120 ms , soient environ 5 temps de convection. Compte tenu d'un pas de temps très petit, de l'ordre de $2.8 \cdot 10^{-6}\text{ s}$, et d'une fréquence d'échantillonnage relativement élevée, la convergence statistique semble assurée. Cependant, dès l'entrée du domaine, le cas obtenu avec le nombre de modes $N=25$ présente des différences avec l'expérience en particulier au centre de la conduite (en $r/\delta=1$) et dans la région proche paroi (en $r/\delta=0$). Le nombre de modes injectés à

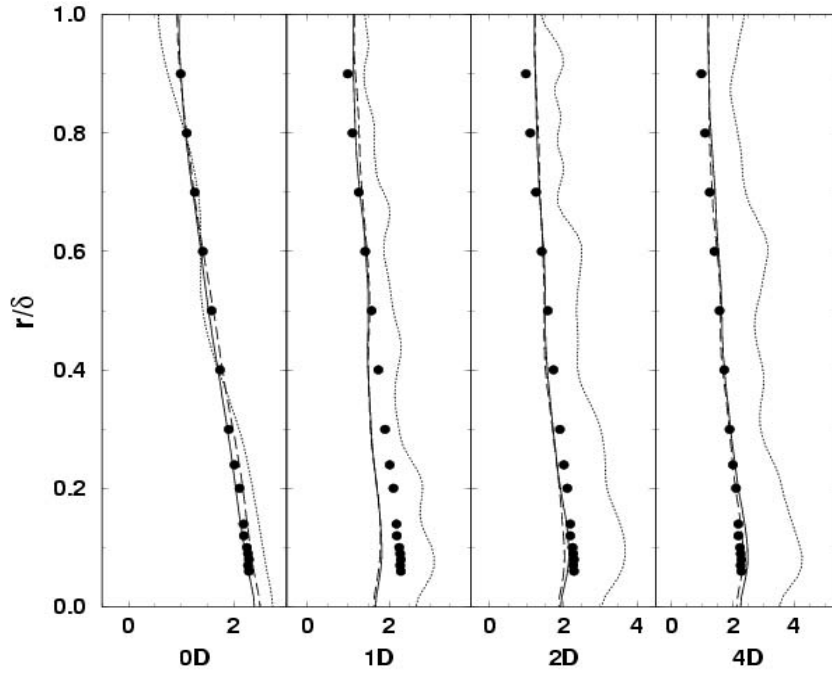


FIG. 4.24 – Comparaison des profils de la fluctuation axiale u' adimensionnée par la vitesse débitante \bar{U} obtenue pour différents nombres de modes N et comparés avec les mesures de Perry *et al.* (cercles noirs). Lignes pointillées : $N=25$, lignes continues : $N=50$ et lignes avec des tirets longs : $N=100$. Prédictions LES obtenues avec la loi de paroi.

l'entrée semble insuffisant et le signal turbulent n'est pas correctement représenté. Ces différences s'amplifient dans la direction principale de l'écoulement, le niveau des fluctuations axiales atteignant jusqu'à deux fois la valeur escomptée dans la section localisée à $4D$. Les tests obtenus pour les valeurs de N égales 50 et 100 montrent des résultats plus satisfaisants. Les profils turbulents sont correctement superposés à la valeur cible imposée

en entrée. Toutefois, dans la région localisée entre la paroi et la distance radiale $r/\delta=0.4$, une légère différence est observée dans les sections situées à $1D$ et $2D$ mais disparaît dans la section située à $4D$. Ce comportement s'explique par le fait que la turbulence, homogène et isotrope, injectée à l'entrée du domaine de calcul, possède un caractère tridimensionnel. Or, dans un écoulement en conduite cylindrique, le niveau des fluctuations axiales u' est prépondérant par rapport aux niveaux de fluctuations radiales et orthoradiales. La turbulence s'adapte alors progressivement à la géométrie de la conduite pour être pleinement établie dans la section située à $4D$. La dernière observation est de constater qu'il y a très peu d'écarts entre les tests réalisés avec N égal à 50 et N égal à 100. Même si le fait d'injecter de la turbulence n'augmente le temps CPU de façon significative, le nombre de modes $N=50$ sera utilisé pour l'ensemble des calculs présentés dans ce travail. Il faut noter toutefois que l'utilisation de la loi de paroi apporte, quant à elle, un coût supplémentaire de calcul de l'ordre de 3 à 5%. Cette valeur dépend des surfaces du domaine de calcul soumises à la loi de paroi.

↗ Estimation de la perte de charge dans le conduit cylindrique :

La perte de charge dans une conduite cylindrique est une donnée essentielle pour l'expérience comme pour la modélisation. Elle permet de s'assurer, au moyen de comparaisons à des expressions analytiques, de la validité des résultats. Dans l'écoulement considéré, cette perte de charge est d'autant plus importante que le domaine de calcul est relativement court et que les conditions aux limites d'entrée et de sortie peuvent avoir une influence sur l'écoulement.

La loi de frottement pour les conduits est généralement définie à travers le facteur de frottement f donné dans la relation 4.40 [69] ; ΔP est la différence de pression calculée pour une distance Δx .

$$f \equiv \frac{D}{0.5\rho\bar{U}^2} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (4.40)$$

avec D , le diamètre de la conduite cylindrique. La vitesse débitante \bar{U} est exprimée dans le repère des coordonnées cylindriques (x, r, θ) ; compte tenu du caractère axi-symétrique de l'écoulement, la vitesse débitante ne dépend que de la coordonnée radiale r .

$$\bar{U} \equiv \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \langle U \rangle 2\pi r dr \quad (4.41)$$

où $\langle U \rangle$ désigne la moyenne temporelle de la vitesse axiale instantanée U . Une loi de frottement, définie en Eq. 4.42 et fonction du nombre de Reynolds est alors obtenue, et correspond à la loi de frottement de Prandtl pour les conduits cylindriques. La détermination de f , obtenue de façon itérative, est donnée par :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx 2.0 \log_{10}(Re\sqrt{f}) - 0.8 \quad (4.42)$$

La relation de Blasius, valable pour de larges nombres de Reynolds, peut également être utilisée :

$$f = \frac{0.3164}{Re^{1/4}} \quad (4.43)$$

Dans le cas d'un écoulement avec un nombre de Reynolds $Re=150000$, les valeurs du facteur f sont respectivement égales à 0.0165 et 0.01607 pour les lois de Prandtl et de Blasius. La donnée de f permet alors de déterminer à l'aide de l'équation 4.40, la valeur du gradient de pression moyen $\Delta P/\Delta x$ dans la conduite. La table 4.16 fournit les différentes valeurs du gradient de pression, en $Pa \cdot m^{-1}$, obtenues à partir des expressions analytiques citées ci-dessus et pour l'expérience de Perry *et al.*

Théories et expérience	Formule de Prandtl (Eq. 4.42)	Formule de Blasius (Eq. 4.43)	Expériences de Perry <i>et al.</i>
$\Delta P/\Delta x$	48.4	49.7	39.82

TAB. 4.16 – Comparaisons des gradients de pression, exprimés en $Pa \cdot m^{-1}$, issus des formulations analytiques de Prandtl et Blasius ainsi que des expériences de Perry *et al.*

Concernant les prédictions LES, $\Delta P/\Delta x$ est estimé d'une part, par une mesure directe de la pression moyenne en deux sections de la conduite distantes d'une longueur Δx et d'autre part, pour les calculs effectués avec la loi de paroi, à partir de la donnée de la contrainte de cisaillement au mur, τ_w , Eq. 4.44. Les différents résultats obtenus sont reportés dans la table 4.17.

$$\frac{\Delta P_w}{\Delta x} = -2 \frac{\tau_w}{R} \quad (4.44)$$

Prédictions LES de $\Delta P/\Delta x$	calculées à partir de P	calculées à partir de τ_w
Sans_loi_de_paroï { sans_IT avec_IT	130 164	{ τ_w n'est pas une variable de sortie du code
Avec_loi_de_paroï { sans_IT avec_IT	50 44	30.49 ($\tau_w=0.7623$) 37.08 ($\tau_w=0.9272$)

TAB. 4.17 – Détermination des gradients de pression, exprimés en $Pa \cdot m^{-1}$ pour les différents cas simulés.

Le gradient de pression calculé pour les cas réalisés avec des murs non glissants est trois à quatre fois supérieur aux valeurs obtenues par les expressions analytiques ou par l'expérience. Ceci s'explique en considérant les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible où les termes du second ordre sont négligés. La quantité de mouvement traduit le fait que la différence de pression, agissant sur le cylindre dans la direction longitudinale du conduit s'équilibre avec la contrainte de cisaillement agissant dans la direction opposée. Or, la résolution insuffisante du maillage au niveau de la couche limite, en particulier pour les écoulements turbulents, ne permet pas d'évaluer correctement les gradients de vitesses à la paroi. De fait, les contraintes de cisaillement au mur sont surestimées et la perte de charge dans la conduite cylindrique n'est pas correctement évaluée.

Lors de l'utilisation de la loi de paroi, ces contraintes de cisaillement sont modélisées dans la région proche paroi ; l'estimation du gradient de pression fournit alors des valeurs acceptables, en accord avec les valeurs de la table 4.16. Enfin, il est difficile de tirer des

conclusions à partir des valeurs fournies avec et sans injection de turbulence pour le cas réalisé avec la loi de paroi, et ce pour $\Delta P/\Delta x$ obtenu à partir de la pression moyenne ou à partir de la contrainte de cisaillement totale τ_w . Cependant, l'utilisation de l'injection de turbulence fournit « *a priori* » des résultats plus satisfaisants dans les régions proches paroi, les prédictions des profils moyens turbulents le confirmant par la suite.

↗ Profils moyennés :

- Profils moyens de la composante axiale U

La figure 4.25 montre les profils moyens de la composante axiale U du vecteur vitesse dans différentes sections transverses localisées en entrée, à $1D$, à $2D$ et à $4D$ en aval de l'entrée. U adimensionnée par la vitesse débitante \bar{U} est fonction de r/δ où δ est le demi-diamètre du conduit. La figure présente les cas sans_IT/sans_loi_de_paroï (lignes pointillées), sans_IT/avec_loi_de_paroï (lignes avec des tirets longs), avec_IT/sans_loi_de_paroï (lignes pointillées avec des tirets longs) et avec_IT/avec_loi_de_paroï (lignes continues). Enfin, les cercles noirs se réfèrent aux mesures de Perry *et al.* Concernant les deux cas si-

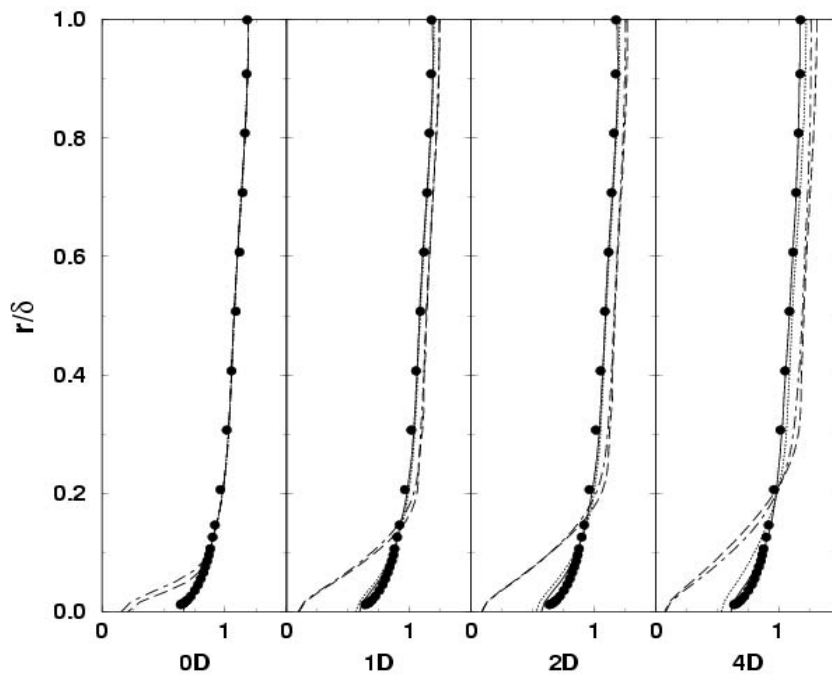


FIG. 4.25 – Comparaison des profils de la composante axiale U du vecteur vitesse adimensionnée par la vitesse débitante obtenus par la LES avec les mesures de Perry *et al.* (cercles noirs). Lignes avec des tirets longs : cas sans_IT/sans_loi_de_paroï, lignes pointillées : cas sans_IT/avec_loi_de_paroï, lignes pointillées avec des tirets longs : avec_IT/sans_loi_de_paroï et lignes continues : cas avec_IT/avec_loi_de_paroï.

mulés avec des murs isothermes non glissants, la vitesse axiale au mur est ramenée à zéro. Le débit massique étant conservé, U est légèrement surestimée au centre du conduit dans toutes les sections considérées en aval de l'entrée du domaine de calcul. Les cas réalisés

avec la loi de paroi fournissent, quant à eux, un comportement tout à fait acceptable au mur et peu d'écarts sont décelés entre les cas avec et sans injection de turbulence. Une légère différence est toutefois observée près du mur dans la section localisée à $4D$. Le cas avec *IT*/avec_loi_de_paroi, parfaitement superposé aux mesures, présente un profil plus aplati que le cas avec *IT*/sans_loi_de_paroi. L'ajout de l'injection de turbulence semble apporter des améliorations quant à la forme du profil de U qui tend davantage vers un profil de turbulence pleinement développée.

- Profils de la fluctuation axiale u' de la vitesse

La figure 4.26 présente la composante axiale de la fluctuation du vecteur vitesse adimensionnée par u_τ , la vitesse de frottement au mur. Il faut préciser que pour la comparaison des différentes prédictions LES avec l'expérience, une seule valeur de u_τ est utilisée : elle correspond à la valeur expérimentale et vaut 0.9178. Les mêmes symboles sont utilisés que pour la figure 4.25. En raison de la difficulté à mesurer expérimentalement les valeurs de la fluctuation près de la paroi, les mesures ne sont pas représentées dans cette région. En entrée, à $0D$, les cas obtenus sans injection de turbulence présentent des profils plats où la valeur de u' est nulle. Pour les deux autres cas, le profil fluctuant est correctement superposé aux mesures sauf pour le cas où la loi de paroi n'est pas utilisée, la fluctuation étant ramenée vers zéro au mur. L'évolution de chaque courbe est très différente selon

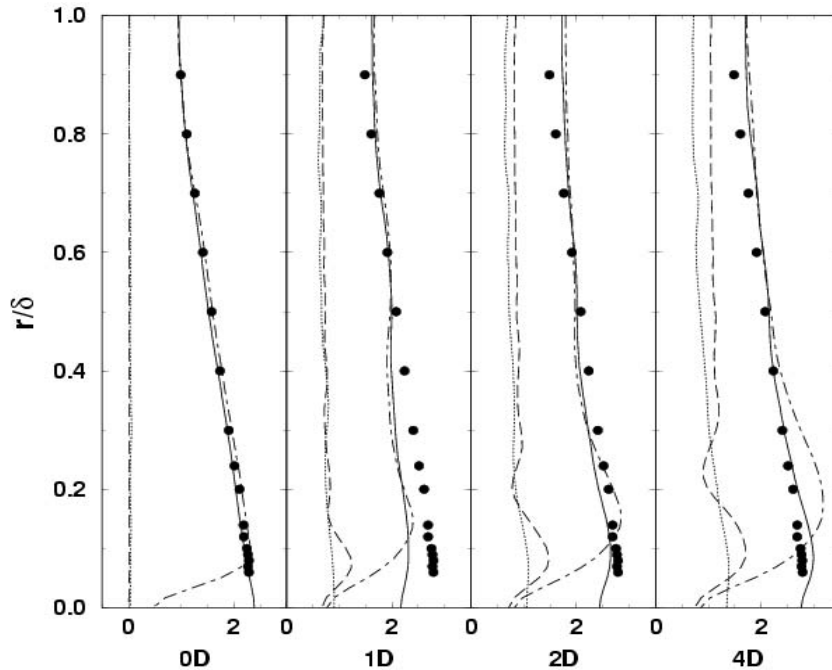


FIG. 4.26 – Comparaison des profils de la composante axiale u' de la fluctuation du vecteur vitesse adimensionnée par la vitesse de frottement $u_\tau=0.9178$, obtenus par la LES avec les mesures de Perry *et al.* (cercles noirs). Lignes avec des tirets longs : cas sans *IT*/sans_loi_de_paroi, lignes pointillées : cas sans *IT*/avec_loi_de_paroi, lignes pointillées avec des tirets longs : avec *IT*/sans_loi_de_paroi et lignes continues : cas avec *IT*/avec_loi_de_paroi.

chaque cas simulé. Les deux cas réalisés sans injection de turbulence montrent des profils globalement en deçà des profils expérimentaux même si le niveau de fluctuation croît progressivement. Cependant, du fait de gradients de vitesses plus prononcés au niveau de la paroi pour le cas obtenu avec des murs non glissants, le profil semble se déstabiliser plus rapidement. L'utilisation de l'injection de turbulence améliore considérablement les résultats : comme il a été remarqué en Fig. 4.24, la composante axiale de la fluctuation baisse progressivement en intensité pour se développer à nouveau dans la section située à $2D$. Enfin, un comportement analogue à celui de la vitesse U est observé, particulièrement dans la section localisée à $4D$: le cas avec *IT/sans loi de paroi* fournissant une fluctuation nulle à la paroi, surestime le niveau de turbulence dans la zone où r/δ avoisine la valeur 0.2. Les prédictions LES obtenues avec le cas avec *IT/avec loi de paroi* sont quant à elles, tout à fait satisfaisantes dans les sections localisées à 2 et $4D$ et semblent justifier l'utilisation simultanée des méthodes que sont la loi de paroi et l'injection de turbulence.

4.2.5 Conclusions

L'objectif de cette étude a été de mettre en évidence les améliorations apportées par l'utilisation simultanée de la loi de paroi et de l'injection de turbulence sur une conduite cylindrique, dans le contexte d'une LES sous-résolue. Les prédictions LES ont pu être validées par une comparaison directe avec des résultats expérimentaux obtenus par Perry *et al.* Afin d'effectuer des comparaisons, des simulations ont également été réalisées avec une condition aux limites d'entrée dite « classique », c'est-à-dire sans injection de turbulence, et avec des parois isothermes non glissantes. Dans un premier temps, la perte de charge, évaluée dans la conduite pour chaque cas simulé, a été comparée aux mesures et à la théorie. Puis les profils de la composante axiale de la vitesse moyenne et fluctuante ont été représentés dans plusieurs sections et également comparés aux profils expérimentaux. L'ensemble des résultats a montré d'une part, que la loi de paroi améliore considérablement le comportement des vitesses à la paroi. D'autre part, l'injection de turbulence fournit un niveau de fluctuations très satisfaisant, dès l'entrée de la conduite. En comparant avec les résultats expérimentaux, l'utilisation simultanée de ces deux méthodes semble être la solution la plus favorable. Ce cas s'est également avéré très concluant dans l'évaluation de la perte de charge où le gradient de pression obtenu dans ce cas est relativement proche de ceux obtenus par la théorie ou par les mesures.

Chapitre 5

Article : *Large eddy simulation predictions of mixing enhancement for jets in cross-flows*

Ce chapitre reproduit l'article publié dans *Journal Of Turbulence*, 5(1) : article-005, 2004.

Large eddy simulation predictions of mixing enhancement for jets in cross-flows

C Prière¹, L Y M Gicquel^{1,4}, P Kaufmann², W Krebs² and T Poinso³

¹ European Center For Research and Advanced Formation in Scientific Computations, 42 Avenue G. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 01, France

² Siemens PG, 45466 Mühlheim an der Ruhr, Germany

³ Institut de Mécanique des Fluides, Allée du Professeur Camille SOULA, 31400 Toulouse, France

Received 25 September 2003

Published 30 January 2004

DOI: 10.1088/1468-5248/5/1/005

Abstract. The efficiency of a set of mixing enhancement devices on an array of jets in cross-flow is studied using large eddy simulation (LES). The baseline flow is a rectangular channel flow on which five jets in cross-flows are installed on each wall (upper and lower). Mixing devices are fixed tabs installed upstream of the jets. Instantaneous analyses of the LES fields reveal two large vortical structures developing downstream of the mixing device. These structures strongly enhance mixing. Comparisons of the statistically averaged LES predictions against experimental results validate the predictions. The mixing devices provide a better spatial and temporal homogeneity of the gas mixture at the exit of the main duct. Even though full temporal and spatial homogeneity of the gas mixture prior to combustion is not guaranteed with this design, the probability of finding strong inhomogeneous zones is reduced. More generally, this study confirms the power of LES to help design actuating devices for flow and mixing control.

PACS number: 47.27.-i

⁴ Author to whom any correspondence should be addressed.

Contents

1	Introduction	2
2	The LES approach	3
2.1	The governing equations	3
2.2	General description of the code	5
3	Configuration	5
3.1	Grid characteristics and boundary conditions	5
3.2	Initial conditions	7
4	Results	8
4.1	Flow topology	8
4.1.1	Large-scale motions	9
4.1.2	Implications on mixing	12
4.2	Statistical analysis	16
4.2.1	Mixing indices	16
4.2.2	Pdf's	18
5	Conclusions	22
	References	22

1. Introduction

Upcoming environmental constraints require considerable investments for the design of the next-generation gas turbine combustion chambers. These research efforts are aimed to yield low-pollutant emissions and fuel-efficient designs in agreement with the new industrial context. Fuel lean combustion is one of the most promising candidates to meet the requirements. However, such designs are often subject to combustion instabilities [1]–[4] involving coupling between combustion and acoustics. If acoustic resonance were to occur, the mechanical constraints imposed on the turbine can result in mechanical failures. That last scenario and its disastrous consequences can be avoided, if possible, during the design phases. The triggering mechanisms for combustion instabilities are periodic formation of inhomogeneous fuel pockets, periodic shedding of large-scale structures and natural amplification of the acoustic waves by the flame front [5]–[9]. Real-life combustors involve all of the above and control of these sources still remains a challenge. Experimental benchmarks are necessary to investigate the design choices as well as the global behaviour of the new turbine. Resulting development costs are heavy and potential design solutions are usually disregarded due to budgetary restrictions. The advent of the computer simulations offers an interesting approach to test many options prior to the final design.

Several computational methods have reached maturity to be used in the design chain. The first approach developed in the 1940s is based on the Reynolds averaged Navier–Stokes (RANS) equations [10]. The method is restricted (in theory) to steady turbulent reacting flows and requires serious modelling efforts to take into account combustion instabilities. The second approach, named large eddy simulation (LES) [11]–[15], appears more attractive. In LES, large-scale phenomena are naturally embedded in the governing equations and only the small scales are modelled. This work adopts the second method to predict fuel-mixing enhancement prior to its injection into the combustion chamber. Two design options defined by Siemens PG (Germany)

are simulated with LES. The first configuration consists of 10 opposed in-line jets in cross-flow (JICF) issuing in a rectangular duct. The second design consists of the first configuration plus mixing devices located in the rectangular duct, upstream of the injection plane. LES predictions for both geometries are compared to identify the potential of the approach for industrial applications. Predictions of the spatial and temporal variations of fuel concentration with regard to combustion instabilities constitutes the objective of the work. Homogenization is clearly improved when the mixing devices are present. Statistical analyses such as the probability density functions (pdf) and mixing indices illustrate the changes in the mixing mechanisms implied by the changes in geometry.

The presentation of the LES methodology and the computer code are briefly given in the first section. Section 2 specifies the configuration, the grid and boundary conditions employed in LES. Results are then exposed in two steps. A detailed description of the flow topologies and the consequences on mixture homogeneity are given in section 4.1. The statistical investigation of the LES is then presented (section 4.2). The precision of the LES results is evaluated at this occasion by a comparison against experimental measurements of the University of Bochum [16, 17] and unsteady RANS predictions performed by Siemens PG [18].

2. The LES approach

The theoretical aspects of the LES method and the closures employed in this work are presented in this section. The description does not intend to be comprehensive and for further information the reader is referred to [15]. The numerical implementation of LES in the computer code AVBP is also given; further information about AVBP is found in [19].

2.1. The governing equations

LES involves the spatial filtering operation [20]:

$$\overline{f(\mathbf{x}, t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{x}', t) \mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) d\mathbf{x}', \quad (1)$$

where \mathcal{G} denotes the filter function and $\overline{f(\mathbf{x}, t)}$ is the filtered value of the variable $f(\mathbf{x}, t)$. We consider spatially and temporally invariant and localized filter functions [20]; thus $\mathcal{G}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \equiv G(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ with properties [20, 21] $G(\mathbf{x}) = G(-\mathbf{x})$ and $\int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$.

In the mathematical description of compressible turbulent flows with transport of fuel (as a passive scalar), the primary variables are the density, $\rho(\mathbf{x}, t)$, the velocity vector, $u_i(\mathbf{x}, t)$, the total energy, $E(\mathbf{x}, t) \equiv e_s + \frac{1}{2}u_i u_i$ and the fuel mass fraction, $Y_f(\mathbf{x}, t)$. The application of the filtering operation to the instantaneous transport equations yields [9]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{u}_i) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\tau}_{jk}}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{T}_{ij}), \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{E}) &= -\frac{\partial \bar{q}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\tau_{ij} - p\delta_{ij})u_i] - \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{Q}_j) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \tilde{T}_{ij} \tilde{u}_i), \\ \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \tilde{Y}_f) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{Y}_f) &= -\frac{\partial \bar{J}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \tilde{F}_i). \end{aligned} \quad (2)$$

In (2), one uses the Favre-filtered variable [22] $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$. The fluid follows the ideal gas law $p = \rho RT$ and $e_s = C_v T$, where T stands for the temperature. The tensor of viscosity, the heat diffusion vector and the molecular transport of the passive scalar read respectively

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \\ q_i &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \\ J_i &= -\rho D_f \frac{\partial Y_f}{\partial x_i}.\end{aligned}\tag{3}$$

In (3), μ is the fluid viscosity following Sutherland's law, λ the heat diffusion coefficient following Fourier's law and D_f the fuel diffusion coefficient following Fick's law. Variations of the molecular coefficients resulting from the unresolved fluctuations are neglected hereinafter so that the various expressions for the molecular coefficients become only function of the filtered field.

The objective of LES is to compute the largest structures of the flow (these structures are typically larger than the computational mesh size), whereas the effects of the smaller scales are modelled. This scale separation is obtained through the filtering operation (1), and the unknowns, \tilde{T}_{ij} , \tilde{Q}_i , \tilde{f}_i , correspond to the so-called sub-grid scale (SGS) (cf [15, 23, 24]). The unresolved SGS stress tensor, \tilde{T}_{ij} , requires a sub-grid turbulence model. Introducing the concept of SGS turbulent viscosity most models read [25]:

$$\tilde{T}_{ij} = (\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -2\nu_t \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tilde{T}_{ll} \delta_{ij}\tag{4}$$

with

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}.\tag{5}$$

In equations (4) and (5), \tilde{S}_{ij} is the resolved strain tensor and ν_t the SGS turbulent viscosity. The aim of the model is to determine ν_t . Dimensional analysis yields $\nu_t \propto l_{SGS} \times \sqrt{q_{SGS}}$, where l_{SGS} is the length scale of the unresolved motion and $\sqrt{q_{SGS}}$ its velocity scale. The WALE (wall adapting local eddy viscosity) model [26] is used. The expression for ν_t then follows:

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{(s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2}}{(\tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4}}\tag{6}$$

with

$$s_{ij}^d = \frac{1}{2} (\tilde{g}_{ij}^2 + \tilde{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij}.\tag{7}$$

In (6), Δ denotes the filter characteristic length and is approximated by the cubic-root of the cell volume, C_w ($=0.55$) is the model constant and \tilde{g}_{ij} the resolved velocity gradient.

The SGS energy flux $\tilde{Q}_i = C_p (\widetilde{T u_i} - \tilde{u}_i \tilde{T})$ is modelled by use of the eddy diffusivity concept with a turbulent Prandtl number $Pr_t = 0.9$, so that $\kappa_t = \nu_t C_p / Pr_t$ and

$$\tilde{Q}_i = -\kappa_t \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i}.\tag{8}$$

Note that \tilde{T} is the modified filtered temperature and satisfies the modified filtered state equation $\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}$ [27]–[30].

The SGS flux $\tilde{F}_i = (\widetilde{u_i Y_f} - \tilde{u}_i \tilde{Y}_f)$ is modelled by

$$\tilde{F}_i = -D_t \frac{\partial \tilde{Y}_f}{\partial x_i}.\tag{9}$$

In (9), $D_t = \nu_t / Sc_t$ denotes the fuel SGS turbulent diffusivity where Sc_t is the turbulent Schmidt number ($Sc_t = 0.7$). Although the performances of the closures could be improved through the use of a dynamic formulation [28], [31]–[34], they are sufficient to investigate the effects of the mixing devices.

2.2. General description of the code

The LES code (AVBP) solves the LES transport equations (cf section 2.1) on structured, unstructured or hybrid grids (cf <http://www.cerfacs.fr>). The numerical approach is based on finite-volume schemes using the cell-vertex method [19, 35] and offers third-order spatial and temporal accuracies. Variations in the filter size due to non-uniform meshes are not directly accounted for in the LES models. Changes in cell topologies and sizes are only accounted for through the use of the local cell volume, i.e. $\Delta = V_{\text{cell}}^{1/3}$. Grid refinement needs therefore to be carefully controlled for the LES model to operate efficiently. Such effects are beyond the scope of this work although great care has been taken to minimize the consequences on the predictions.

3. Configuration

The flow geometries simulated are composed of a rectangular duct with a constant cross-section of 30.9 mm in height and 50 mm in width. The length of the duct is 230 mm and air flows through the duct with a stream speed of 60 m s^{-1} . The large Reynolds number $Re = 150\,000$ (based on the duct height) improves performance by reducing the boundary-layer thickness and increasing the overall turbulence level. Two opposed rows of five in-line JICF, 10 mm apart, are placed 100 mm downstream of the inlet duct section. Fuel⁵ is injected perpendicularly to the transverse flow through the JICF holes with an injection speed of 195 m s^{-1} . The jet-to-mainstream momentum flux ratio

$$J = \frac{\rho_{\text{jet}} v_{\text{jet}}^2}{\rho_{\text{air}} v_{\text{air}}^2} \quad (10)$$

is 10.4 and the speed ratio

$$R = \frac{v_{\text{jet}}}{v_{\text{air}}} \quad (11)$$

equals 3.25 for a jet Reynolds number equal to 12 600 (based on the jet diameter and bulk velocity). The injector's geometry is incorporated into the LES and consists of a circular duct perpendicular to the transverse flow with a diameter of 1.4 mm. All these components constitute the first configuration simulated through LES and referred to as Case 1.

The second geometry, designated by Case 2, consists of Case 1 with added mixing devices. The devices located in the rectangular duct prior to the JICF injection planes intend to generate large flow scales (with size of the order of the duct height). The objective is to enhance fuel mixing through increased vorticity [36]. The geometry is illustrated in figure 1. Experimental measurements are available for both cases and were obtained in Bochum, Germany [16, 17].

3.1. Grid characteristics and boundary conditions

The grid generated for the two computational domains is unstructured and composed of tetrahedra. Limits in computational cost impose to control the number of grid points and cells.

⁵ In practice, for the Bochum experiment, fuel is replaced by an acetone-seeded air source. For LES this secondary source is modelled by a passive scalar source with consistent fluid characteristics.

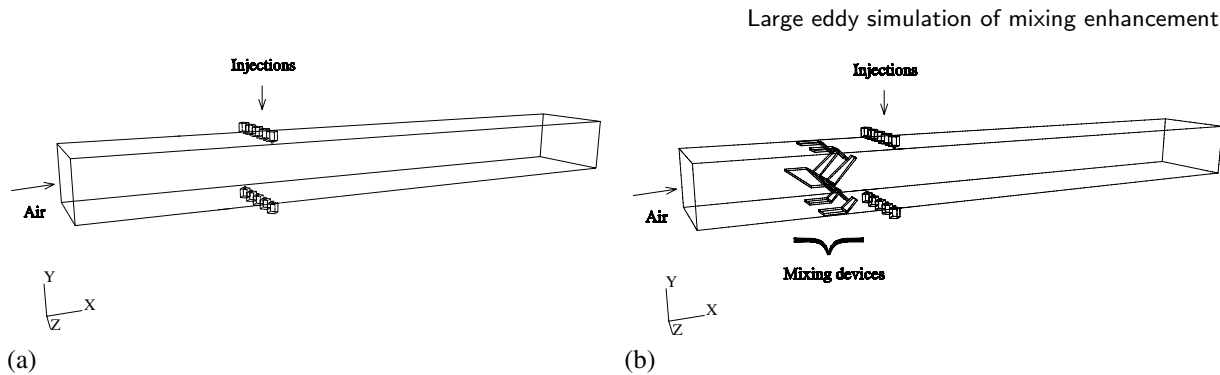


Figure 1. Flow configurations: (a) Case 1 without mixing devices, (b) Case 2 with mixing devices.

Table 1. Specificities of the two computational grids: Cases 1 and 2.

	Node numbers	Cell numbers	Description
Case 1	285 000	1 500 000	Baseline flow: 10 JICF
Case 2	375 000	2 000 000	Baseline flow + mixing devices

The main difficulty is to adapt the mesh refinement to the flow scales for good LES predictions. Injection areas must be sufficiently resolved to capture the proper range of length scales. Note that each jet injection tube is meshed to resolve the flow upstream of the injection section. Table 1 specifies mesh parameters for the two geometries: without mixing devices (Case 1) and with mixing devices (Case 2). Calculations were conducted on 32 processors of a SGI Power Challenge (512 processors) and one convective time (based on the main canal length) took about 16 h (wall clock) for Case 1 and 22 h (wall clock) for Case 2.

Boundary conditions need special care. A schematic representation is shown in figure 2(a) and details of the conditions used in the LES are given in table 2. Inlet boundary conditions impose the mass flux in agreement with Bochum's experiments. The NSCBC method [9, 26, 37] is employed for both the inlet and the outlet in order to reduce acoustic disturbances. Note that in the computational model (figure 2), the rectangular duct terminates into a settling chamber to minimize the influence of the downstream boundaries. For identical reasons, square chambers with 6 mm sides and 6 mm heights are located upstream of the circular JICF ducts. The JICF duct geometry is circular, 1.4 mm in diameter (as imposed by the experimental set-up) and 1 mm in height. The inlet bulk velocity imposed at these injection chambers is estimated at 8.35 ms^{-1} to yield an injection bulk velocity of 195 ms^{-1} in the main chamber (as specified by the experiment). Figure 2(b) presents the mixing devices for Case 2: boundary conditions (except inlets and outlets) are no-slip adiabatic walls.

The use of settling chambers, downstream of the main duct and upstream of the jet injection system, results in a computational domain which differs from the experimental set-up. The potential drawback of such an approach may appear if acoustics plays a significant role in determining the flow solution. Indeed, the modified inlet and outlet impedances will result in different acoustic characteristic times, henceforth potentially modifying the mixing mechanisms. For the case under investigation, acoustics is believed to be secondary and settling chambers are used to facilitate the treatment of the acoustic field at the boundaries. The intention is to minimize the effect of the acoustic noise due to an approximate treatment of the boundary conditions so as to minimize its impact on the LES results. Finally, in contrast to Schlüter *et al* [38] and Yuan *et al* [39], short ducts are considered for the jet injection system to reduce overall

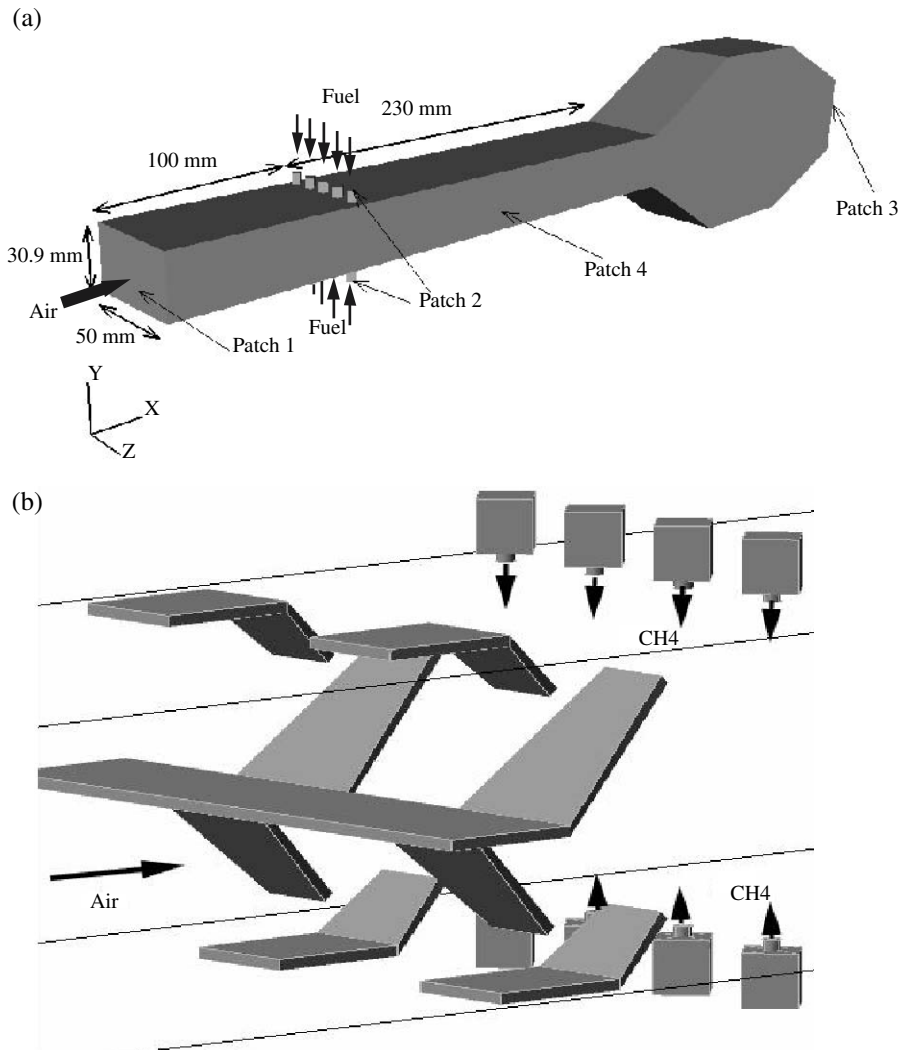


Figure 2. (a) The computational model and boundary conditions as imposed in the LES of Cases 1 and 2 (cf table 2). (b) Details of the mixing devices as used in Case 2.

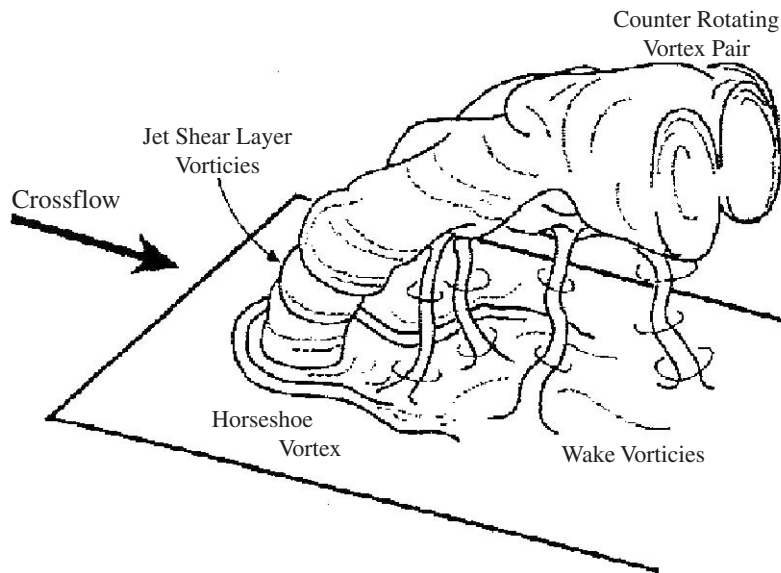
computational costs. Note that under these circumstances, the jet exit profile may not be representative of the experimental profiles due to grid resolution and geometric differences.

3.2. Initial conditions

To smoothly converge towards fully established LES results, a particular methodology is assembled to construct meaningful initial conditions. The aim of the approach is to minimize computational efforts while suppressing undesired behaviours generated by the inadequate initialization. The following steps are taken: (a) determination of an approached solution on a coarse grid for which the initial artifacts due to the initial guess are removed; and (b) use of the converged solution obtained in (a) as the initial guess for the final LES. Both steps require advancement in time of approximately 1–2 flow-through times before disappearance of the initial non-physical response. The computational grid used in (a) is roughly twice as coarse as the final

Table 2. LES set of boundary conditions.

Patch no.	BC	Imposed quantities
1	Air inlet	Velocity, temperature
2	Injection inlet	Velocity, temperature
3	Outlet	Pressure
4	No-slip, adiabatic wall	Streamwise velocity component

**Figure 3.** Vortex system in a JICF (from Fric and Roshko [47]).

LES mesh and allows a non-negligible gain in computing efforts (AVBP was measured to be 5–6 times faster on grid (a) than on grid (b)). A flow-through time is computed on grid (b) before analysing LES results. Average quantities are measured over a time span of 2 flow-through time.

4. Results

Predictions of the LES are compared with existing measurements for both configurations and prior works on JICF. First, the flow topology obtained with LES is analysed. The changes in the flow behaviour implied by the changes in geometry are illustrated for the velocity field and the fuel concentration. Secondly, a quantitative analysis of the various phenomena is presented through the use of statistical diagnostics. These include presentation of one-point pdf's and indices characterizing temporal and spatial mixing.

4.1. Flow topology

JICFs have been heavily investigated due to their multiple industrial implications [40] and experimental observations go back to the 1930s [41]. The systematic analysis of the JICF started in the 1970s with the discovery and acceptance of coherent structures [42, 43] as well as in the 1980s [44]–[46]. Four dominant large-scale motions are believed to be determinant in the JICF

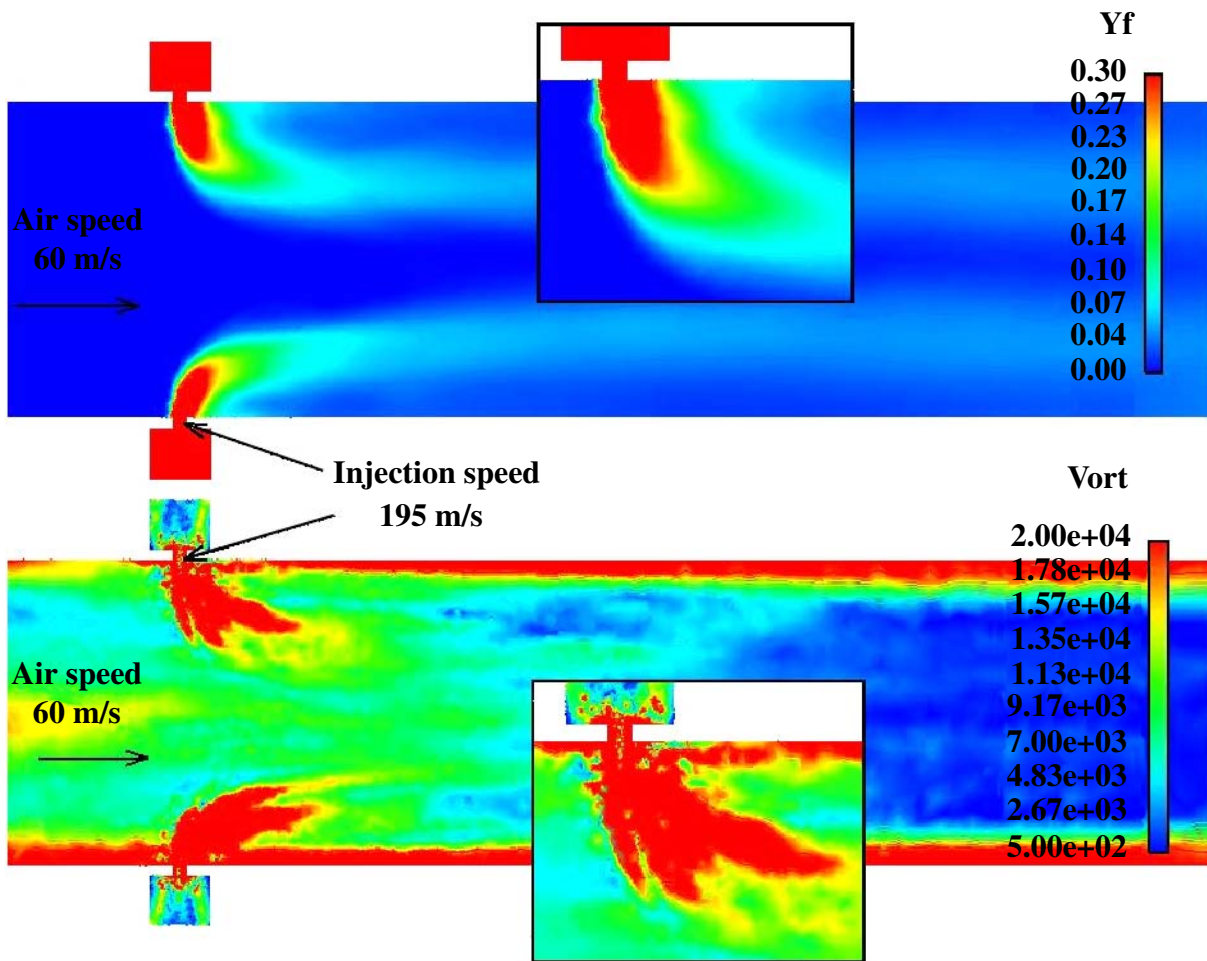


Figure 4. Case 1: jet trajectories visualization in a streamwise plane passing through $z = 25$ mm: averaged fields of fuel concentration (top) and vorticity (bottom).

(figure 3). The prominent vortex system is the counter-rotating vortex pair (CVP). The other three vortices, the jet shear layer vortices, the wake vortices and the horseshoe vortex, play a lesser role in the far field of the jet. Based on previous results [48], the momentum flux ratio, J , defined in (10), emerges as determining the JICF flow features. In addition to J , one notes the importance of the jet injection hole shape and size [49, 50], the jet inlet velocity profile [51], the initial jet penetration angle [52] and the presence of other jets [53]. Numerical simulations have been performed for the JICF in the 1980s [45], [54]–[59] and more recently in [38, 39], [60]–[62].

Downstream of the injection holes, instantaneous and averaged LES fields allow the identification of the different vortex systems which control the entrainment and the mixing of the fuel. For Case 1, the flow topology can be described using observations made for simple JICF: jet trajectory and main coherent structures such as CVP are featured. For Case 2, CVP can also be observed but is dominated by a large structure developing downstream of the mixing devices. Averaged motion and instantaneous scalar fields are also shown.

4.1.1. Large-scale motions. Jet trajectory visualization of the opposed JICF is illustrated in figure 4 for Case 1 and figure 5 for Case 2. Both pictures feature a streamwise plane located

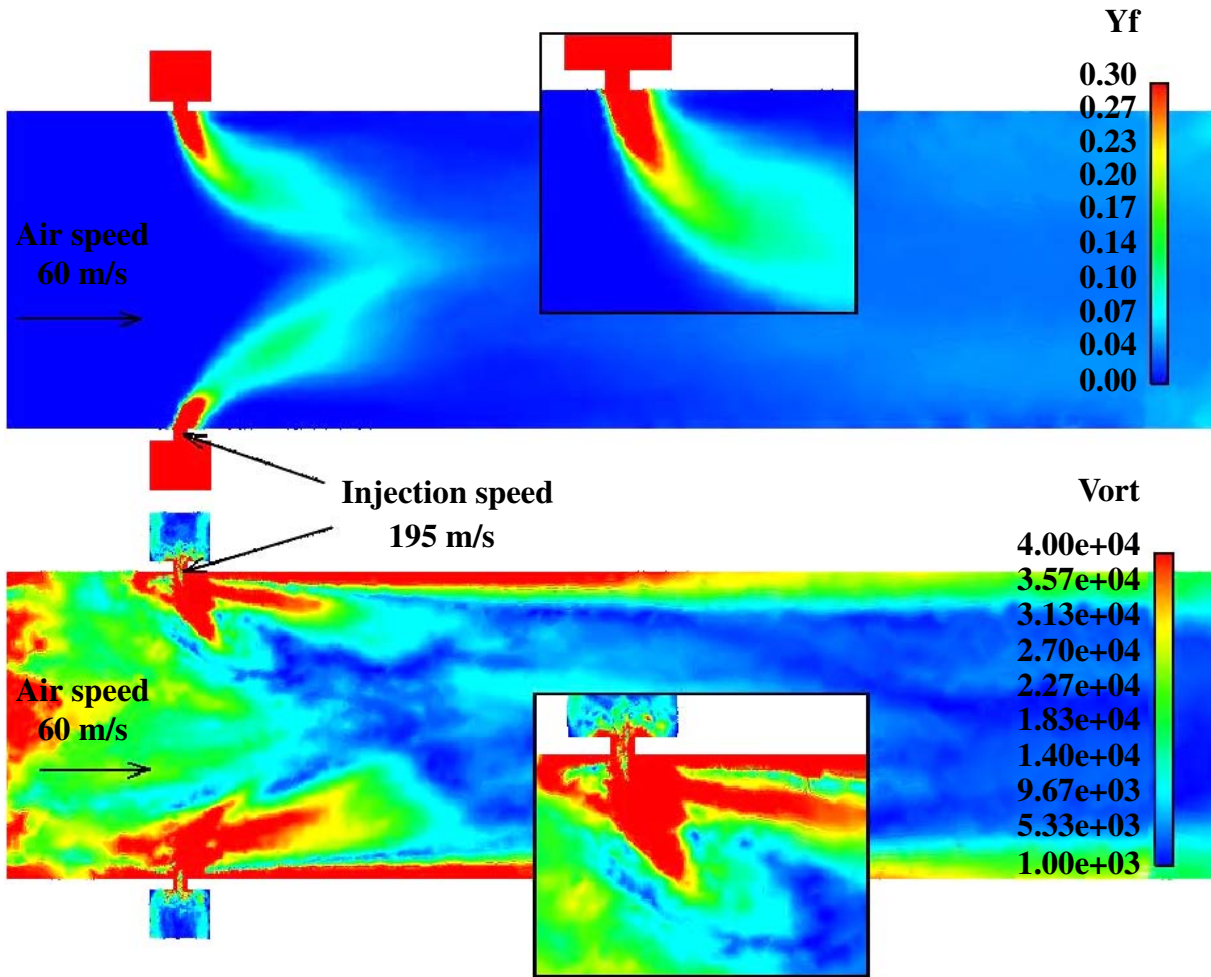


Figure 5. Case 2: jet trajectories visualization in a streamwise plane passing through $z = 25$ mm: averaged fields of fuel concentration (top) and vorticity (bottom).

in the middle of the spanwise direction (i.e. going through $z = 25$ mm). The averaged fields of fuel concentration and vorticity are represented. In both figures, the jet is seen to bend in the direction of the cross-flow just after exiting the injection nozzle. In a JICF, two mechanisms explain this deflection [63]: the first mechanism is the entrainment of the jet flow by the cross-flow stream. The second mechanism is induced by the pressure gradient between the upstream (high pressure) and the downstream (low pressure) flow over the wall at the jet exit. In figures 4 and 5, the near-wall injection region is zoomed to characterize the lean fuel zone and large levels of vorticity (cf zoomed frames). Note that from the LES results obtained for Cases 1 and 2, the jet in Case 2 penetrates much deeper into the main duct illustrating the differences in jet trajectories. Mean vorticity fields also underscore the potential differences in mixing processes involved for each geometry.

The CVP topology in Case 1 is shown in figure 6 using an iso-surface of the Q -criterion [64] coloured by the streamwise component of the vorticity vector. The iso-surface level is taken at $2 \times 10^7 \text{ s}^{-2}$. For each JICF, two vortices of opposite signs are clearly observed and structures subsist over the streamwise direction. The pressure difference provides the force that deforms the jet and contributes to the development of this JICF prominent structure.

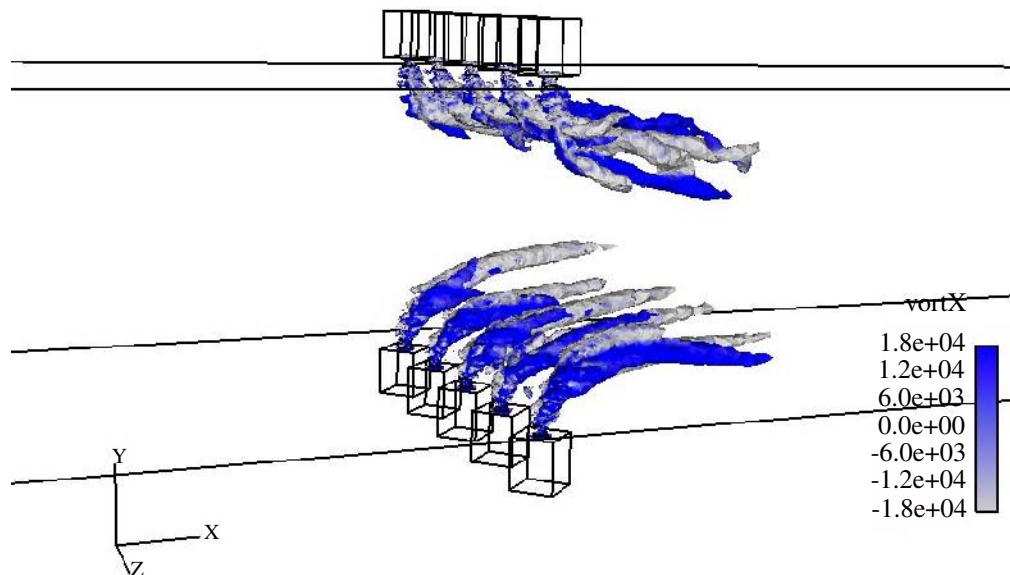


Figure 6. Case 1: instantaneous illustration of the counter-rotating vortex pairs (iso-surface of the Q-criterion coloured by the streamwise component of the vorticity vector: grey, negative values; blue, positive values of the streamwise component of vorticity).

Figure 7 displays the averaged velocity field in planes located at 10, 20, 30, 40, 50 and 70 mm downstream of the injection point. The CVP's evolution over the canal length is clearly observed. One can note the CVPs rotating around each other interact with the other jet CVPs and finally merge.

The results mentioned below are devoted to the coherent structures developing downstream of the mixing devices (Case 2). The JICF coherent structures are still present, but each jet trajectory is influenced by the organized motion in the mainstream (figure 8).

In figure 9, cross-stream planes located at the streamwise locations -2 , -1 , 1 , 4 , 8 and 12 cm allow visualization of the organized motion. Close to the mixing device, the four distinct zones on the left-hand side of plane 1 correspond to a single-coherent structure. The same structure is found on the right-hand side of plane 1. In planes 2–6, these coherent structures consist of two large rotating vortices whose intensity decreases slowly in the far-field region. From the LES predictions, the vortices rotate clockwise. The major impact of these two structures can be first assessed by measuring the pressure loss between the inflow and the outflow. After integration of the mean total pressure in three planes (7 cm upstream the injection point, 20 cm downstream the injection point and at the jet exits), Case 2 achieves an 8.46% increase in head loss when compared with Case 1.

Figures 10 and 11 show the mixing device influence on the JICF's near-field. The figures illustrate the instantaneous field of scalar fuel concentration in different sections and allow a direct comparison of the flow topologies as obtained for the two geometries. The threshold value used for the fuel mass fraction is fixed at 0.3: red regions represent maximum concentration. In figure 10, planes 1, 2, 3 and 4 are respectively situated at $x = 2$, 5, 8 and 10 mm downstream the injection point. Case 1 is featured in figure 10(a). Maxima of fuel concentration are observed to coincide with the centres of the CVPs and rapidly decrease with the downstream direction. Note that for this case pairing does not occur at any of the locations under study. Case 2 results, seen in figure 10(b), depict quite different characteristics. The organized motion located in the mainstream, and identified previously, induces faster interaction between each jet when compared

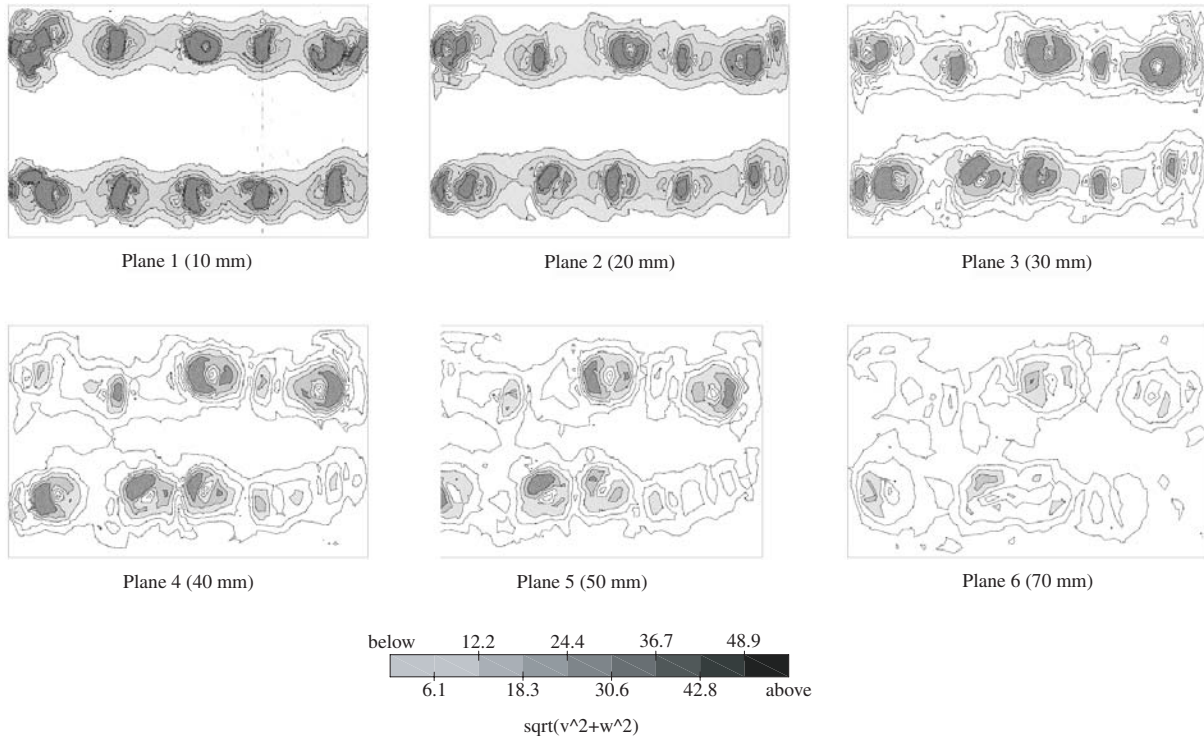


Figure 7. Case 1: modulus of averaged fields of velocity $(v^2 + w^2)^{1/2}$ in an x -plane located at 10, 20, 30, 40, 50 and 70 mm downstream of the injection point.

with Case 1 (figure 10(b) against figure 10(a)). Two of the 10 jets end up blocked against the wall (the top-right jet and the down-left jet) and the other jet's penetration is strongly increased. Note also that in contrast to Case 1 the jets not only evolve with the downstream direction but also in the cross-stream and spanwise directions. In plane 1, CVP of the 10 JICF are clearly seen; in plane 2 (5 mm downstream the injection point), the pairing mechanism appears and gets clearer at $x = 8$ and 10 mm (planes 3 and 4).

In figure 11, planes 5 and 6 are situated at $y = 3$ mm (near the down wall) and $y = 15.45$ mm (middle of the channel). As observed previously for Case 2, two jets stand against the wall over a good portion of the duct, see plane 6 in figure 11(b). The difference in jet penetration is also illustrated by plane 6 in figure 11(b) and plane 6 in figure 11(a).

4.1.2. Implications on mixing. To understand the role of the mixing devices, it is convenient to visualize averaged fields of the mixing index $Y_f \times Y_o$. With this definition and in the configuration studied, non-zero values of $Y_f \times Y_o$ identify regions where mixing is taking place while zero value corresponds to regions with only fuel or air. Figure 12(a) for Case 1 and figure 12(b) for Case 2 show spatial distributions of $Y_f \times Y_o$ as obtained from the LES. Both plots display vertical planes located at axial positions $x = 5, 20$ and 50 mm (planes 1, 2 and 3, respectively) downstream of the injection point. The threshold value is such that $Y_f \times Y_o = 0.02$. For Case 1, figure 12(a) shows 10 distinct CVP regularly spaced which develop over the canal length (planes 1 and 2). At $x = 50$ mm, plane 3, the merging mechanism is complete. Note that at this stage the respective opposed jets have not yet interacted. As expected for this configuration mixing occurs essentially within the CVPs. Figure 12(b) shows the second configuration (Case 2), which exhibits significant differences from the mixing point of view. The two rotating structures

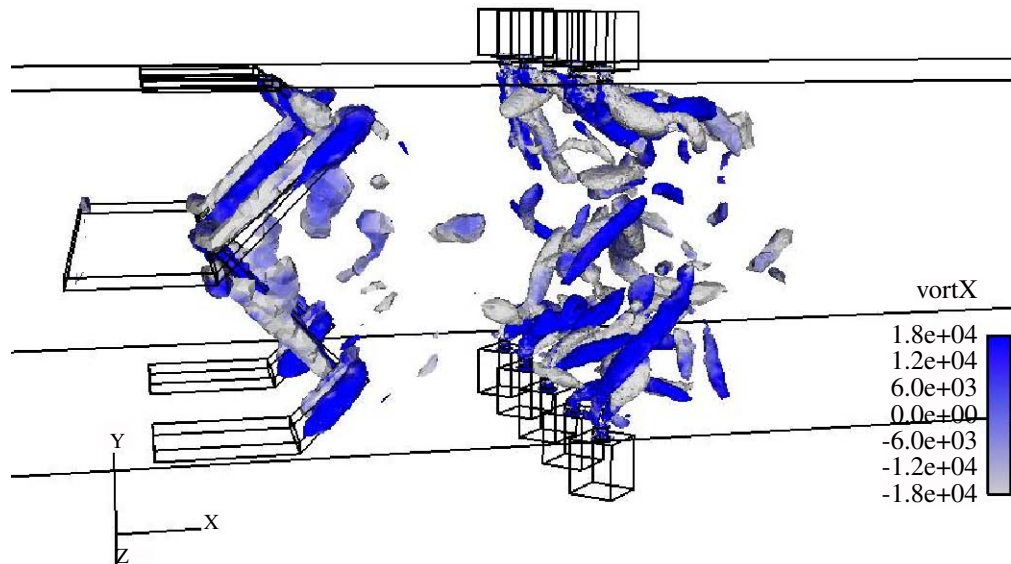


Figure 8. Case 2: instantaneous illustration of the counter-rotating vortex pairs (iso-surface of the Q-criterion coloured by the streamwise component of the vorticity vector).

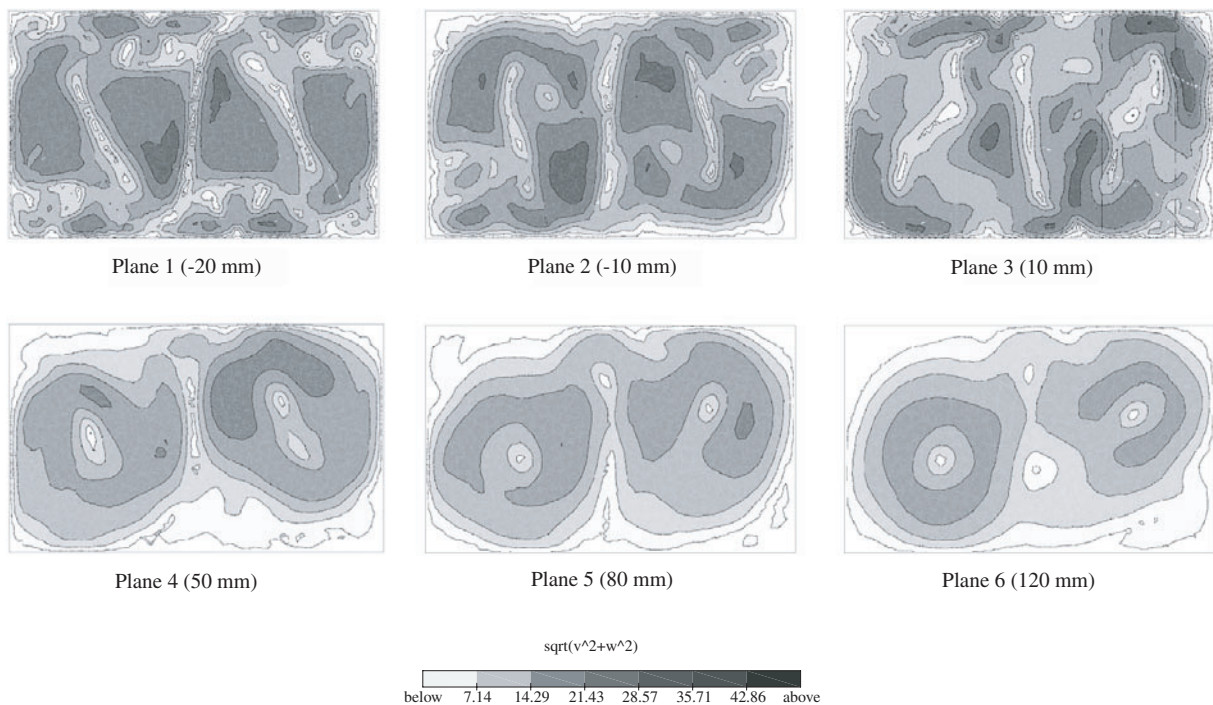


Figure 9. Case 2: modulus of averaged fields of velocity $(v^2 + w^2)^{1/2}$ in x -planes located at 2 and 1 cm upstream of the injection point (planes 1 and 2) and at 1, 4, 8 and 12 cm downstream of the injection point (planes 3, 4, 5 and 6).

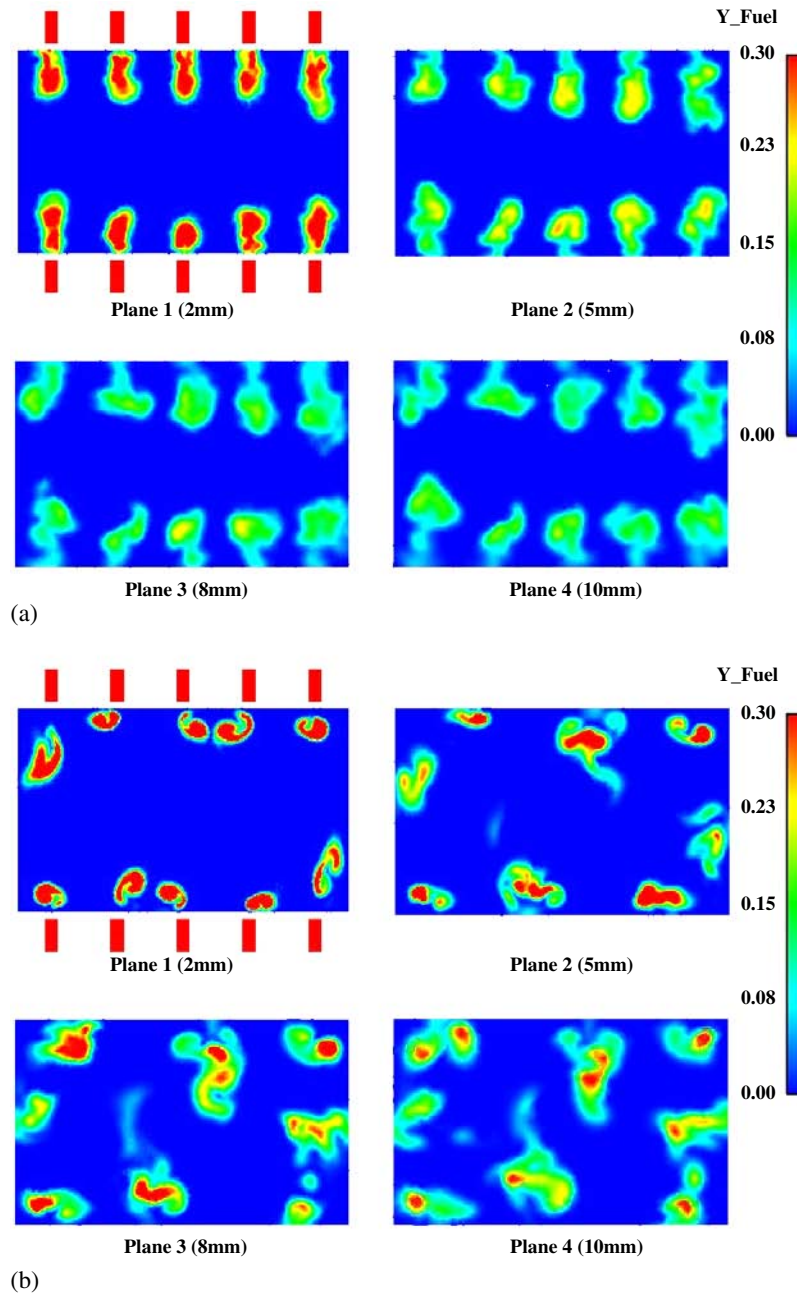


Figure 10. Scalar fuel concentration in planes located at $x = 2, 5, 8$ and 10 mm for (a) Case 1 and (b) Case 2. The threshold value is 0.3 and red regions represent regions where the scalar fuel concentration is > 0.3 .

deviate each jet trajectory and homogeneization is enhanced. In plane 3, mixing is lower and more uniformly distributed in comparison with Case 1. Peaks in mixing occur in opposite corners (top- and bottom-right corners), which correspond to the trapped JICF illustrated in figure 11. Addition of the mixing devices clearly enhances mixing and results in a homogeneous mixture sooner than in Case 1 because of the enhanced stirring.

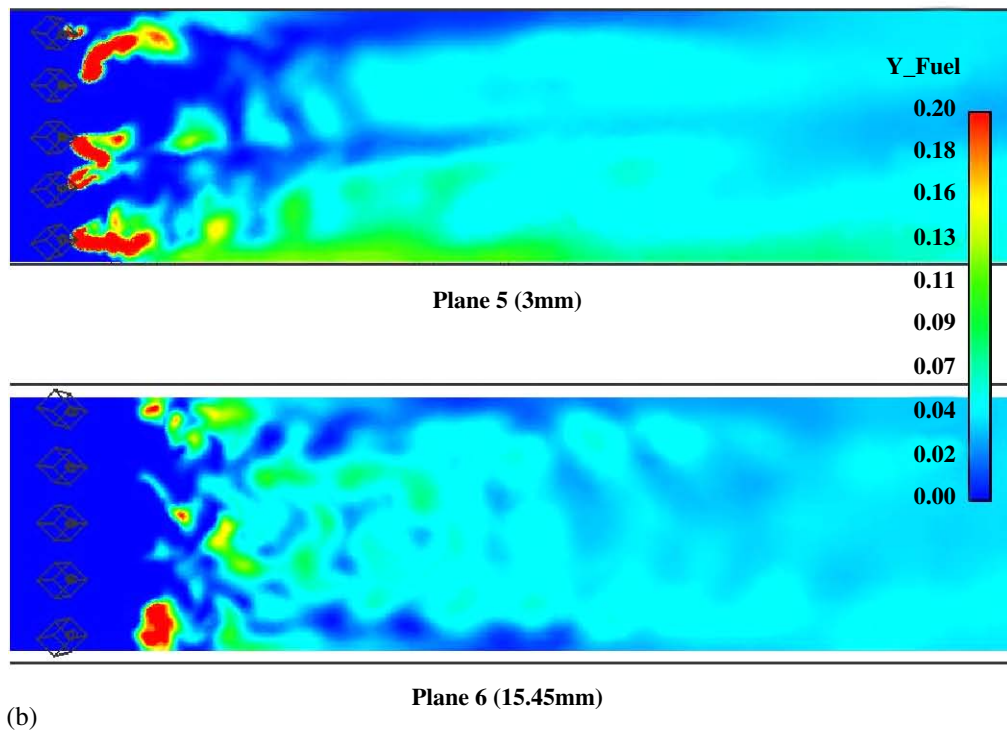
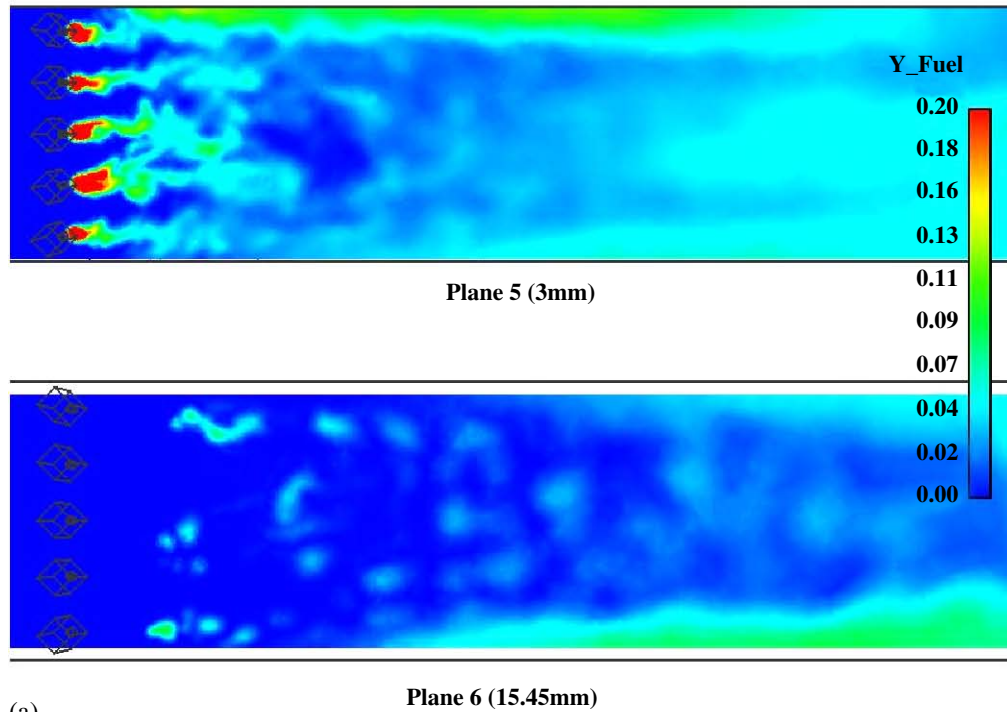


Figure 11. Scalar fuel concentration in planes located at $y = 15.45$ and 3 mm (top and bottom subplots, respectively) for (a) Case 1 and (b) Case 2. The threshold value is 0.3 and red regions represent regions where the scalar fuel concentration is >0.3 .

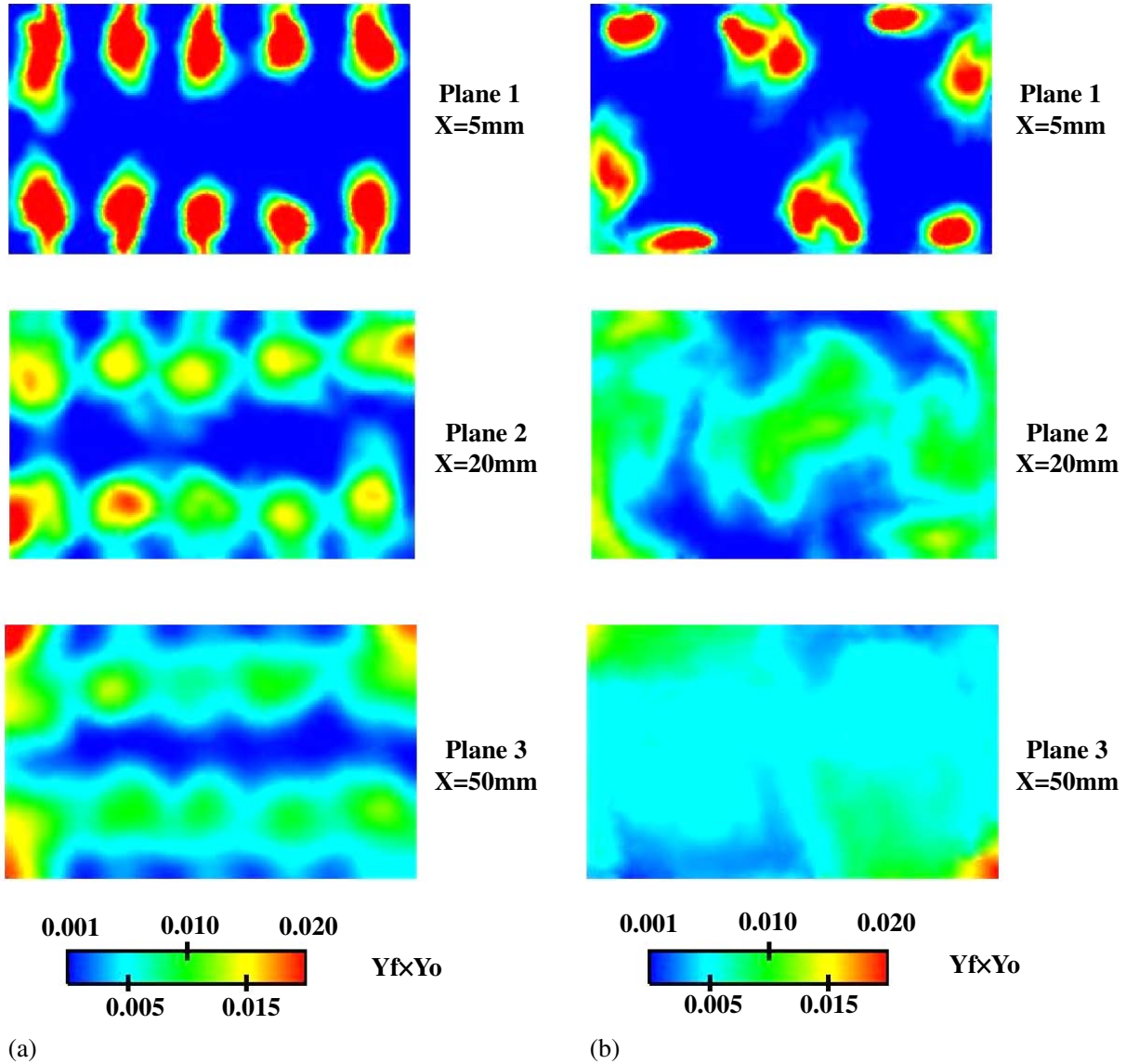


Figure 12. The mixing index $Y_f \times Y_o$ in vertical planes located at the streamwise positions $x = 5, 20$ and 50 mm downstream of injection point: (a) Case 1; (b) Case 2.

4.2. Statistical analysis

Statistical analysis of the LES predictions is performed to characterize the mixing mechanisms presented in section 4.1. All results are obtained through temporal and spatial averages of the LES simulations. From these operations, indices and pdf's are constructed and presented in this section. When available unsteady RANS results obtained by Siemens PG [18] and measurements obtained by the University of Bochum [16, 17] are added for comparisons.

4.2.1. Mixing indices. Two mixing indices, the spatial mixing deficiency (SMD) and the temporal mixing deficiency (TMD), are investigated in planes located at $x = 46, 82, 160$ and 228 mm downstream of the injection point. The SMD and TMD are indices based upon

instantaneous measurements of the fluorescence intensity, $I_{i,k}$, which measures the local fuel mass fraction (the technique used is the planar-laser induced fluorescence, PLIF). In the notation $I_{i,k}$, the subscript i refers to the position x_i , while k points to the time instant k . Averages over a series of n images (n times), the mean and root mean square, RMS_i , are deduced from:

$$\langle I_i \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_{i,k} \quad \text{and} \quad RMS_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (\langle I_i \rangle - I_{i,k})^2}. \quad (12)$$

The SMD index corresponds to a planar average and measures the spatial heterogeneity of the mixture (a zero SMD value indicates perfect mixing in this plane):

$$SMD = \frac{RMS_{\text{plane}}(\langle I_i \rangle)}{Avg_{\text{plane}}(\langle I_i \rangle)}, \quad (13)$$

where

$$Avg_{\text{plane}}(\langle I_i \rangle) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \langle I_i \rangle \quad (14)$$

and

$$RMS_{\text{plane}}(\langle I_i \rangle) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\langle I_i \rangle - Avg_{\text{plane}}(\langle I_i \rangle))^2}. \quad (15)$$

The TMD index is given by a planar average of the temporal fluctuations and measures the temporal heterogeneity of the mixture:

$$TMD = Avg_{\text{plane}} \left(\frac{RMS_i}{\langle I_i \rangle} \right). \quad (16)$$

LES estimates of TMD and SMD are obtained by considering that the fuel mass fraction Y_{fi} , at point i , is directly proportional to the fluorescence intensity I_i measured in the experiments. It is, however, necessary to take into account two major factors for a direct comparison between experiments and LES results:

- The laser diagnostic techniques used in these experiments are realized with 5200 measurements and data are filtered. For the LES predictions, interpolation routines are used to yield values in the planes of interest when they do not correspond directly to grid points. The resulting values depend on the mesh precision and decreases from 4008 data points for plane 1 to 346 data points for plane 4 (outlet of the chamber).
- Small-scale statistical representation is obtained with high precision for the LES predictions (provided that the SGS model is of good quality and the grid resolution is sufficient) because time-steps are smaller than the typical acquisition time step of the experiment. Large-scale statistical representation is, on the other hand, easier to access in the experiment than in LES. Indeed, large-scale characteristic times may result in very costly LES and yield approximate convergence of the corresponding statistics if not carefully constructed. This problem is easily overturned in the experiment as time constraints are much less stringent. Finally, only filtered quantities are accessible in LES in contrast to experimental measurements which are exact (before treatment). Hence, RMSs obtained by LES may underestimate experimental measurements.

Figure 13 illustrates estimates for the indices obtained from LES predictions and unsteady RANS⁶ results [18]. The two indices SMD and TMD are presented as a function of downstream

⁶ Note that the RANS predictions are obtained with adjusted model coefficients to yield descent predictions.

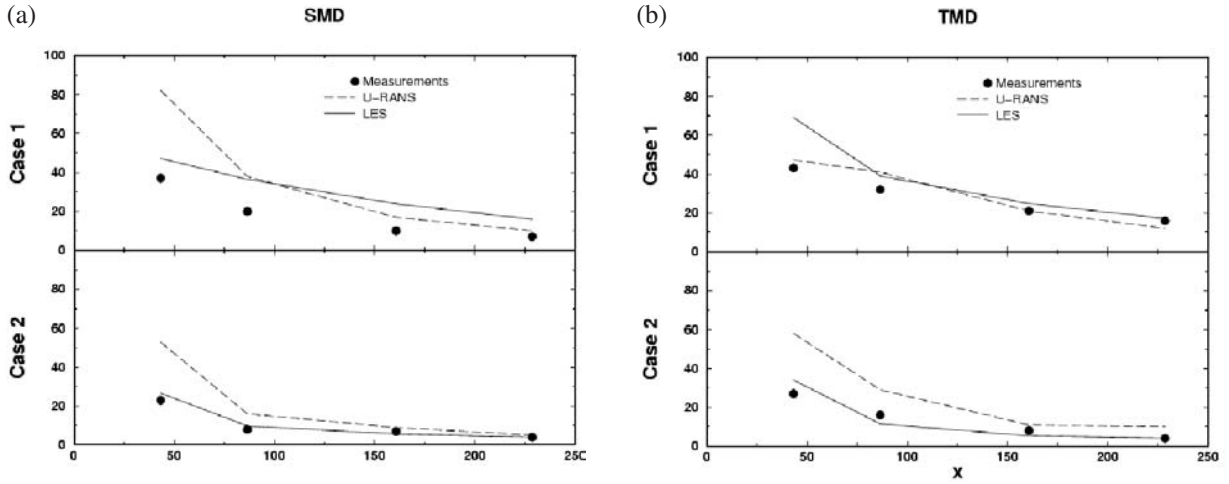


Figure 13. Comparison of, (a) the Spatial Mixing Deficiency and (b) the Temporal Mixing Deficiency.

locations after guaranteeing statistical convergence of the one-point–several-times large-scale statistics (i.e. convergence of $\langle I_i \rangle$ and RMS_i for all i of the computational domain). Estimates of the SMD are illustrated in figure 13(a). For Case 1, the LES results show a similar decay rate to the experimental values near the exit of the main duct. Closer to the injection point the decay rate is clearly underestimated. Three reasons can explain this difference: first, as mentioned above, each diagnostic uses filtering techniques (for experiments) or interpolations (for LES data). Secondly, the small flow scales need to be well resolved and despite the mesh refinement, the grid may still be too coarse in the near-field JICF region for Case 1. Note that this region is also very sensitive to jet exit profiles which are most probably inadequately represented in LES. Finally, SGS terms are not accounted for in the numerical/experimental comparison which constitute another source of error, particularly in the near injection field. For Case 2, LES predictions are in good agreement with experimental values. Although the mesh refinement in the neighbourhood of the JICF is the same for both geometries, the difference found between the experimental data and LES results of Case 1 is not seen for Case 2. For the latter case, the flow topology is characterized by very large structures which are well resolved by LES in contrast to Case 1. Estimates of the TMD are shown in figure 13(b). Similar to the SMD, LES predictions for Case 1 overpredict the experimental measurements (10% higher). For Case 2, LES predictions are much closer to the experimental values. The improvement due to the LES approach over the RANS methodology is clearly illustrated as long as the mesh refinement is properly tuned.

4.2.2. Pdf's. The pdf at point x_i follows [65]–[68]

$$f(\xi; x_i) \equiv \{\text{probability that the event } \alpha_{ik} = \xi \text{ occurs}\}, \quad (17)$$

where ξ is the statistical representation of α and x_i the point under observation. Each function $f(\xi; x_i)$ is constructed from the time series α_{ik} (i is kept fixed for a given x_i) so that mean temporal quantities are obtained by integration:

$$\begin{aligned} \langle \alpha_i \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \xi f(\xi; x_i) d\xi, \\ RMS_i &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - \langle \alpha_i \rangle)^2 f(\xi; x_i) d\xi. \end{aligned} \quad (18)$$

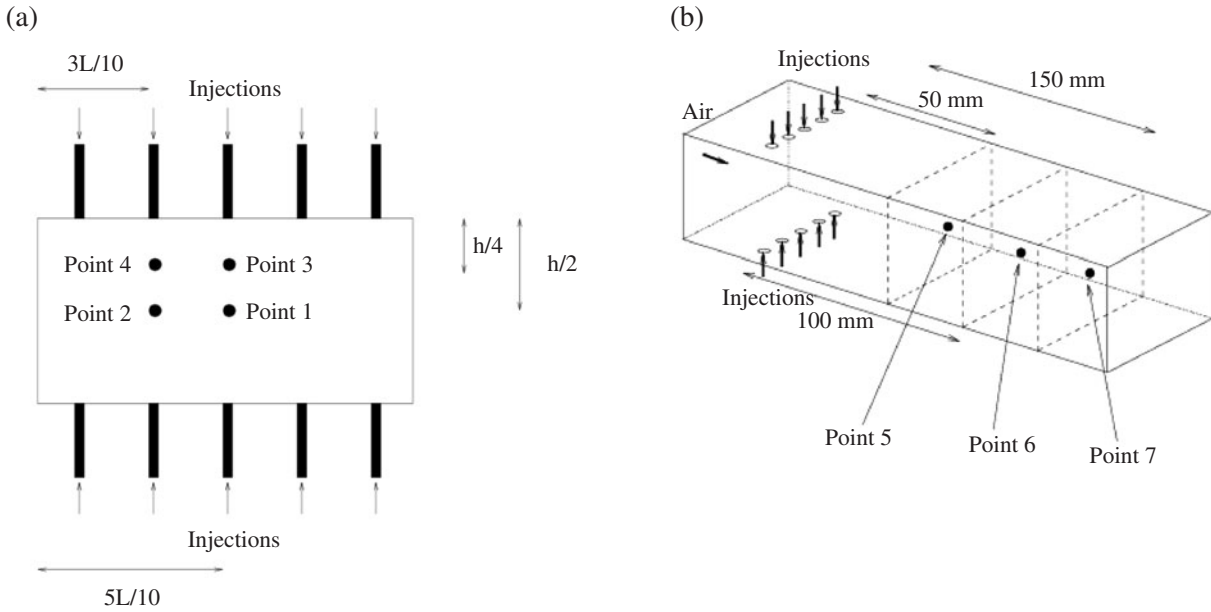


Figure 14. Location of the points for which pdf's are constructed: (a) position of the first four points in the cross-stream plane located 228 mm downstream the injection points, (b) position of the remaining points in the domain.

Based on definition (17), only temporal information relative to the point x_i can be extracted. Spatial information can only be inferred through the comparison of the pdf's obtained at different locations (i.e. different values of x_i). For clarity and simplicity, the pdf of the jet air scalar concentration Y_f is not directly used. Instead, temporal homogeneity of the flow is measured by the parameter

$$\alpha = 100 \frac{(Y_f/Y_o)_{\text{local}}}{(Y_f/Y_o)_{\text{global}}}. \quad (19)$$

In (19), global quantities are determined from the air and fuel mass fluxes. When $\alpha = 100$, homogeneity is reached, whereas $\alpha > 100$ and $\alpha < 100$ correspond, respectively, to fuel-rich and -lean realizations. The shape of the pdf is a strong indicator of the temporal evolution taking place at a given location. In particular, full mixing is indicated by a pdf taking the form of a delta function centred at 'homogeneity' (α) values of 100. Spatial variability of the shape of the pdf is also useful to characterize the mixing process taking place at the various locations. To quantify these variations, four points in a downstream plane located 228 mm from the injection points are probed to construct the respective pdf's (figure 14(a)). Similarly, the evolution of the pdf along the centreline of the computational domain is illustrated for the points indicated in figure 14(b).

Figure 15 for Cases 1 and Case 2 depicts the spatial variability of the temporal homogeneity in plane $x = 228$ mm (near the exit). With no mixing device, the pdf at points 1 and 2 (figures 15(a) and (b), broken lines) differ slightly. The mean temporal homogeneity tends toward $\alpha \approx 135\%$ and corresponds to fuel-rich regions. Variations from one jet to the next are for that case quite limited and the underlying temporal mixing processes taking place at these points can be considered equivalent. Looking at pdf's at points 3 and 4 (i.e. figures 15(c) and (d), broken lines), the distributions are similar. The means are respectively 175% and 115% for points 3 and 4, indicating a richer region at point 3. It is important to note that for Case 1,

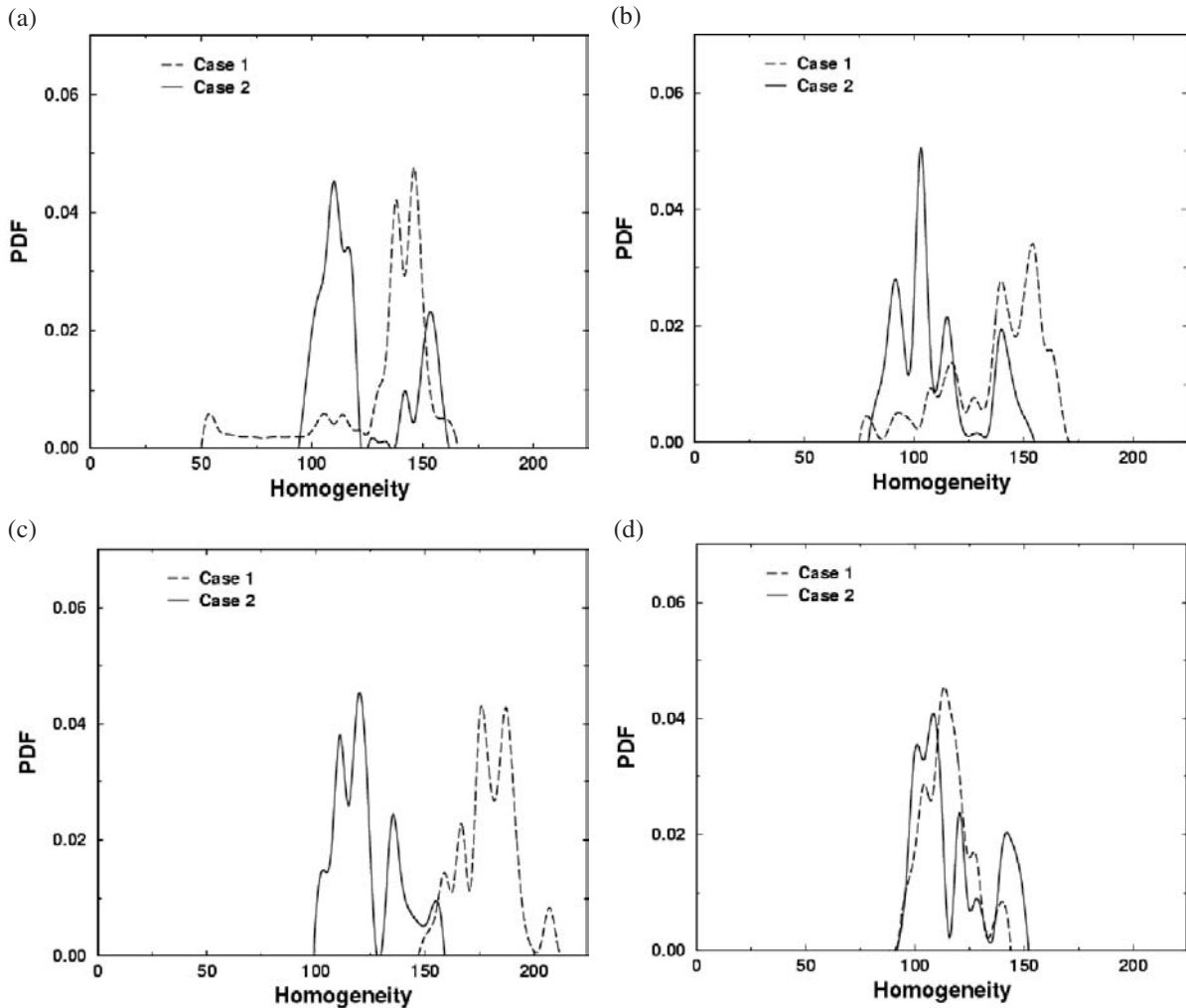


Figure 15. Pdf's at the downstream positions for Cases 1 and 2. Panels (a), (b), (c) and (d) correspond respectively to points 1, 2, 3 and 4 (cf figure 14(a)).

points 1–4 are usually associated with fuel-rich regions which supposes the existence of strong spatial inhomogeneities. Moreover, the respective pdf's shape approaches the delta function distribution indicating that the rate of mixing is small, i.e. almost no mixing of the jet fluid occurs.

Introduction of the mixing devices (figure 15, thick lines) results in more doubled-peaked pdf's. All distributions are centred around $\alpha \approx 110\%$, which indicates that full mixing is almost reached in time and space. Temporal homogeneity is however not guaranteed at all points. Indeed, fuel-rich pockets can be found when the device is used (cf peaks on the right-hand side of figure 15). The probability for such events is nonetheless quite low in comparison with the peak at $\alpha = 110\%$. In any case, mixing in time as well as in space is greatly improved when compared with Case 1.

Looking at the pdf's evolution along the duct centreline (figure 16), one can infer information about the spatial evolution of the mixing process taking place in the downstream direction. Figure 16 shows the pdf's obtained for points 5, 6, 7 and 1 (Case 1, broken lines; Case 2, thick lines). Concentrating on Case 1 and in the near-field region of the jet (figure 16(a)), the mean temporal homogeneity is estimated at $\alpha \approx 65\%$ which corresponds to a fuel-lean region. Peaks at

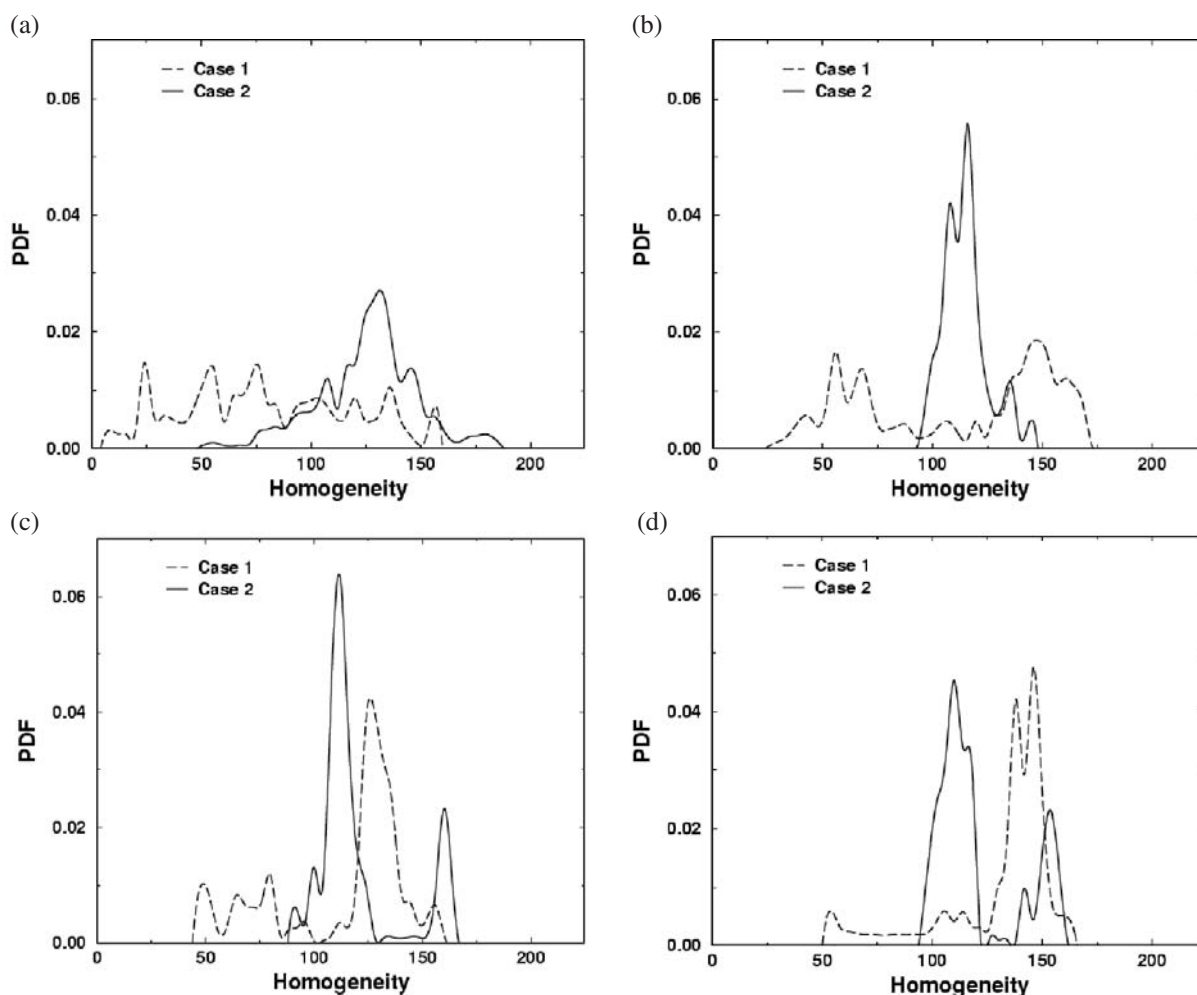


Figure 16. Pdf's at the downstream positions for Cases 1 and 2. Panels (a), (b), (c) and (d) correspond respectively to points 5, 6, 7 and 1 (cf figure 14(b)).

$\alpha = 25, 50$ and 75% indicate the tendency to have alternatively fuel-rich pockets probably issued from the nearby JICFs. Travelling further downstream, point 6 (cf figure 16(b), broken lines), the distribution is quite different. First, temporal homogeneity at this point is almost achieved (at least in the mean sense): the pdf is centred around the value of 100% . Secondly, temporal homogeneity is not guaranteed instantaneously. The distribution is symmetric with two peaks, respectively, located at $\alpha = 50$ and 150% . Such a shape is indicative of large fuel-rich and -lean structures passing through the point. This could be explained, for example, by the possible flapping of the jet at this location. Further downstream at points 7 and 1 (cf figures 16(c) and (d), broken lines), although temporal homogeneity is almost achieved in the mean sense, full mixing is clearly not ensured instantaneously: the distributions tend toward delta functions centred at $\alpha \approx 130\%$ for point 1 which corresponds to a highly rich region.

Introduction of the mixing device improves the mixing taking place along the centreline. At points 5 and 6 (figures 16(a) and (b), broken lines), the pdf's take on a Gaussian-like shape centred respectively around $\alpha = 125$ and 110% . Such shaped pdf's allow us to state that the mixing is essentially governed through highly turbulent processes. Their efficiency is linked to the diminishing variance of the pdf's. Going further downstream, points 7 and 1, the pdf's take on similar shapes and approach a double-peaked function. This demonstrates that full mixing is

not guaranteed instantaneously for these points. Indeed, fuel-rich regions may be encountered occasionally (peaks at $\alpha = 150\%$) and prove that large-scale motions play a determining role in ensuring full mixing prior the duct exit.

5. Conclusions

In this work, initiated by Siemens PG (Germany), the design of the fuel injection system is addressed using LES. The aim of the study is to demonstrate the ability of this new computational approach to assess two design options for the proper mixing of fuel and air prior to its combustion. The quality of the design is gauged based on the temporal and spatial homogeneity of the mixture at the exit of the chamber. The importance of such criteria is revealed by the fact that fuel inhomogeneities entering the combustion zone may trigger combustion instabilities whose consequences are the increase of the pollutant formation and the potential damage of the entire gas turbine engine. Assessing the mixing quality of a design is therefore essential for the next-generation gas turbines.

LES results are presented for two design options based on the simpler JICF configuration. The first geometry consists of 10 opposed JICFs issuing fuel into air flowing in a rectangular duct. The second design is based on the first one with an added mixing device. Instantaneous LES results clearly illustrate major differences in the flow topologies. Whereas the first design follows the known evolutions of interacting JICFs, the introduction of the mixing device generates a flow dominated by two rotating structures scaling with the height of the duct. These rollers increase the entrainment of the JICFs and the strength of the mixing process when compared with the first design. Statistical analyses reveal that the SMD and TMD indices are appropriately estimated by the LES predictions when compared with the measurements performed by the University of Bochum [16, 17]. The pdf analysis of the LES clearly assesses the predictions in term of temporal and spatial homogeneity of the mixture at various locations in the computational domain. Full temporal and spatial homogeneity at the exit of the test section is not achieved by any of the two design options. However, addition of the mixing device greatly improves the results obtained from the LES predictions and outperforms results obtained for the first design. Note that the major consequence other than the increase in mixing efficiency is an increase in pressure loss. The gas turbine efficiency will henceforth be modified but investigations of the fully reacting cases may be required to fully assess the impact of the geometry change.

References

- [1] Putnam A A 1971 *Combustion Driven Oscillations in Industry* (New York: Elsevier)
- [2] Strahle W 1978 Combustion noise *Prog. Energy Comb. Sci.* **4** 157–76
- [3] Rayleigh L 1878 The explanation of certain acoustic phenomena *Nature* **18** 319–21
- [4] Williams F A 1985 *Combustion Theory* (New York: Benjamin-Cummings)
- [5] Crocco L 1951 Aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motor. Part I *J. Am. Rocket Soc.* **21** 163–78
- [6] Price E W 1968 Recent advances in solid propellant combustion instability *Proc. 12th Int. Symp. on Combustion* (The Combustion Institute, Pittsburgh) pp 101–13
- [7] Yang V and Culick F E C 1986 Analysis of low-frequency combustion instabilities in a laboratory ramjet combustor *Combust. Sci. Tech.* **45** 1–25
- [8] Candel S, Huynh C and Poinot T 1996 Some modeling methods of combustion instabilities *Unsteady Combustion* ed F Culick, M V Heitor and J H Whitelaw Nato ASI Series (Dordrecht: Kluwer Academic) pp 83–112
- [9] Poinot T and Veynante D 2001 *Theoretical and Numerical Combustion* (Ecole Centrale: Edwards, CNRS)
- [10] Launder B E and Spalding D B 1972 *Mathematical Models of Turbulence* (London: Academic)
- [11] Ferziger J H 1977 Large eddy simulations of turbulent flows *AIAA J.* **15** 1261–7
- [12] Lesieur M and Métais O 1996 New trends in large-eddy simulations of turbulence *Ann. Rev. Fluid Mech.* **28** 42–82

- [13] Mason P J 1994 Large-eddy simulation: a critical review of the technique *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **120** 1–26
- [14] Rogallo R S and Moin P 1984 Numerical simulation of turbulent flows *Ann. Rev. Fluid Mech.* **16** 99–137
- [15] Sagaut P 2001 *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows* (New York: Springer)
- [16] Schneiders E W, Hoeren A, Vortmeyer B, Pfost K, Scherer V and Koestlin B 2001 Investigation of unsteady gas mixing processes in gas turbine burners applying a tracer-lif method *Proc. ASME Turbo Expo 2001* (New Orleans, 4–7 June) ASME Turbo Expo 2001 Land, Sea and Air 1–10
- [17] University of Bochum 2003 Measurements of JICF mixing, private communication
- [18] Siemens P G, Germany 2002 JICF mixing, private communication
- [19] Schönfeld T and Rudgyard M A 1999 Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver AVBP *AIAA J.* **11** 1378–85
- [20] Aldama A A 1999 *Filtering Techniques for Turbulent Flow Simulations (Lecture Notes in Engineering vol 49)* (New York: Springer)
- [21] Vreman B, Geurts B and Kuerten H 1994 Realizability conditions for the turbulent stress tensor in large-eddy simulation *J. Fluid Mech.* **278** 351
- [22] Favre A 1969 Statistical equations for turbulent gases *Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics* (Philadelphia, PA: SIAM) pp 231–66
- [23] Lesieur M 1998 *Turbulence et Déterminisme* (Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble)
- [24] Ferziger J H 1997 Large eddy simulation: an introduction and perspective *New tools in Turbulence Modelling* (Les éditions de physique, Springer) pp 29–48
- [25] Smagorinsky J 1963 General circulation experiments with the primitive equations. I. the basic experiment *Mon. Weather Rev.* **91** 99–164
- [26] Nicoud F and Ducros F 2000 Subgrid-scale stress modelling based on the square of velocity gradient tensor *Flow, Turbulence and Combustion* vol 62 (Dordrecht: Kluwer Academic) pp 183–200
- [27] Erlebacher G, Hussaini M Y, Speziale C G and Zang T A 1992 Towards the large eddy simulation of turbulent flows *J. Fluid Mech.* **238** 155
- [28] Moin P, Squires K, Cabot W and Lele S 1992 A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport *Phys. Fluids* **3** 2746
- [29] Ducros F, Comte P and Lesieur M 1996 Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer over an adiabatic flat plate *J. Fluid Mech.* **326** 1
- [30] Comte P 1996 Vortices in incompressible LES and non-trivial geometries *New Tools in Turbulence Modelling* (course of Ecole de Physique Théorique de Houches) ed O Métais and J Ferziger (Paris: Springer)
- [31] Germano M 1992 Turbulence: The filtering approach *J. Fluid Mech.* 238–325
- [32] Lilly D K 1992 A proposed modification of the germano sub-grid closure method *Phys. Fluids A* **4** 633–5
- [33] Meneveau C, Lund T and Cabot W 1996 A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence *J. Fluid Mech.* **319** 353
- [34] Ghosal S, Lund T S, Moin P and Akselvoll K 1995 A dynamic localization model for large eddy simulation of turbulent flow *J. Fluid Mech.* **286** 229
- [35] Rudgyard M A 1993 Cell vertex methods for steady inviscid flow *Technical report* (VKI, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Brussels, Lecture Series 1993–04)
- [36] Ottino J M 1990 Mixing, chaotic advection and turbulence *Ann. Rev. Fluid Mech.* **22** 207–53
- [37] Poinso T and Lele S 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows *J. Comput. Phys.* **101** 104–29
- [38] Schlüter J U, Angelberger C, Schönfeld T and Poinso T 1999 Les of jets in crossflow and its applications to gas turbine burners *Turbulence and Shear Flow Phenomena* vol 1, ed S Banerjee and J K Eaton (Santa Barbara, CA: Begell House) pp 71–76
- [39] Yuan L L, Street R L and Ferziger J H 1999 Large eddy simulations of a round jet in crossflow *J. Fluid Mech.* **379** 71–104 January
- [40] Margason R J 1993 Fifty years of jet in cross flow research *Computational and Experimental Assessment of Jets in Cross Flow* (No. CP-534. AGARD)
- [41] Sutton O G 1932 A theory of eddy diffusion in the atmosphere *Proc. R. Soc.* **A-CXXXV** 143–65
- [42] Brown G L 1976 Structures of tubulent flows: a new look *AIAA J.* **14** 1349–57
- [43] Baker C J 1979 The laminar horseshoe vortex *J. Fluid Mech.* **2** 347–67
- [44] Andreopoulos J 1985 On the structures of jets in crossflow *J. Fluid Mech.* **157** 163–97
- [45] Sykes R I, Lewellen W S and Parker S F 1986 On the vorticity dynamics of a turbulent jet in cross flow *J. Fluid Mech.* **168** 393–413
- [46] Coehlo S L V and Hunt J C R 1989 The dynamics of the near field of strong jets in crossflow *J. Fluid Mech.* **200** 95–120

- [47] Fric T F and Roshko A 1989 Structure in the near field of the transverse jet *Proc. 7th Symp. on Turbulent Shear Flows* (no. 6-4. Stanford, August)
- [48] Smith S H and Mungal M G 1998 Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow *J. Fluid Mech.* **357** 83–122
- [49] Haven B A and Kurosaka M 1976 Kidney and anti-kidney vortices in crossflow jets *J. Fluid Mech.* **3** 525–44
- [50] Stanley S A and Sarkar S 2000 Influence of nozzle conditions and discrete forcing on turbulent planar jet *AIAA J.* **38** 1615–23
- [51] Su L K and Mungal M G 1999 Simultaneous measurements of velocity and scalar fields: application in crossflowing jets and lifted jet diffusion flames *Annual Research Briefs* (Center for Turbulence Research)
- [52] Gutmark E, Schadow K C and Wilson K J 1989 Noncircular jet dynamics in supersonic combustion *Technical Report 5* (Naval Weapons Center, China Lake, California) (*J. Propulsion*)
- [53] Toy N, Savory E and McCusker S 1993 The interaction region associated with the twin jets and a normal cross flow *Computational and Experimental Assessment of Jets in Cross Flow* (No. CP-534. AGARD, November)
- [54] Chiu S H, Roth K R, Margason R J and Tso J 1993 A numerical investigation of a subsonic jet in cross flow *Computational and Experimental Assessment of Jets in Cross Flow* (No. CP-534. AGARD, November)
- [55] Alvarez J, Jones W P and Seoud R 1993 *Computational and Experimental Assessment of Jets in Cross Flow* (No. CP-534. AGARD, November)
- [56] Claus R W and Wanka S P 1992 Multigrid calculations of a jet in crossflow *J. Propulsion Power* **8** 425–31
- [57] Kim S W and Benson T J 1992 Calculation of a circular jet in crossflow with multiple-time-scale turbulence model *Int. J. Heat Mass Transfer* **35** 2357–65
- [58] Demeuren A O 1993 Characteristics of three-dimensional turbulent jets in crossflow *Int. J. Eng. Sci.* **31** 899–913
- [59] Rudman M 1994 Numerical simulation of a jet in crossflow *Int. Colloq. on Jets, Wakes and Shear Layers* (CSIRO, Melbourne)
- [60] Yuan L L, Street R L and Ferziger J H 1998 Trajectory and entrainment of a round jet in crossflow *Phys. Fluids* **10** 2323–35
- [61] Schlüter J U and Schönfeld T 2000 Les of jets in crossflow and its application to gas turbine burners *Flow, Turbulence Comb.* **65** 177–203
- [62] Jones W P and Wille M 1996 Large eddy simulation of a round jet in a cross-flow *Engineering Turbulence Modeling and Experiments 3* ed W Rodi and G Bergeles (Amsterdam: Elsevier) pp 199–208
- [63] Rivero A, Ferré J A and Giral F 2001 Organized motions in a jet in crossflow *J. Fluid Mech.* **444** 117
- [64] Hunt J C R, Wray A A and Moin P 1988 Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows *Annual Research Briefs* (Center for Turbulence Research)
- [65] Pope S B 2000 *Turbulent Flows* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [66] Pope S B 1985 PDF methods for turbulent reactive flow *Prog. Energy Combust. Sci.* **11** 119–92
- [67] Colucci P J, Jaber F A and Givi P 1998 Filtered density function for large eddy simulation of turbulent reacting flows *Phys. Fluids* **10** 499–515
- [68] Gicquel L Y M, Givi P, Jaber F A and Pope S B 2002 Velocity filtered density function for large eddy simulation of turbulent flows *Phys. Fluids* **14** 1196–213

Chapitre 6

LES de jets de dilution transverses dans une configuration industrielle

De nos jours, les principales motivations de l'industrie des turbines à gaz sont l'optimisation des performances de la combustion en mélange pauvre associée à de faibles niveaux d'émissions de polluants. Ce chapitre est consacré à l'étude d'une chambre de combustion de moteurs d'avions à faibles émissions polluantes. Ce travail s'inscrit dans le cadre du contrat européen MOLECULES (« Modelling Of Low Emissions Combustors Using Large Eddy Simulations ») et est coordonné par Rolls-Royce Deutschland GmbH. Dans ce programme, le principal objectif est une validation des méthodes LES ; une banque de données expérimentales fournies par le CERT-ONERA (Toulouse) a permis d'exploiter les prédictions obtenues par la LES. Les investigations portent sur l'étude de la zone de dilution située en bout de chambre de combustion d'une turbine à gaz aéronautique (*cf.* Fig. 6.1). La configuration expérimentale est un conduit cylindrique autour duquel sont localisés dans une même section, huit jets d'air isothermes perpendiculaires à l'écoulement principal. Cette configuration s'apparente à une configuration de JICF.

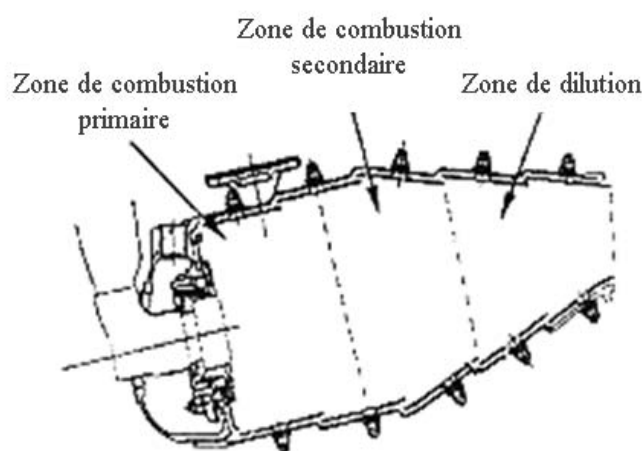


FIG. 6.1 – Représentation schématique d'une chambre de combustion.

Dans ce travail, les comportements moyens et instationnaires du JICF sont largement analysés à l'aide de multiples caractéristiques. Il est à noter qu'une description détaillée du Jet In Cross-Flow isolé est réalisée et référencée à de nombreux auteurs dans la section 2.2. La section 6.1 de ce chapitre est destinée à la présentation du dispositif expérimental de la configuration « MOLECULES » qui contient huit JICF. Le domaine de calcul et les différents paramètres de la simulation numérique sont présentés en section 6.2. Les effets de résolution sur les prédictions LES sont évalués au moyen d'un maillage grossier (grille M_1) et d'un maillage raffiné (grille M_2). Enfin, une perturbation spatiale de l'écoulement principal est imposée à l'entrée du domaine de calcul afin de respecter les niveaux de turbulence observés dans l'expérience ; des comparaisons sont alors effectuées entre les différentes prédictions LES et les résultats expérimentaux.

Dans la section 6.3, un des huit JICF est investigué pour une évaluation claire de la LES dans une configuration industrielle. La topologie du JICF est illustrée dans l'écoulement considéré à l'aide de visualisations de champs moyens et instantanés et la structure de la paire de vortex contrarotatifs est présentée en détails. Le comportement instationnaire est décrit à l'aide d'une analyse en fréquences et le passage des structures tourbillonnaires situées dans les régions du sillage et de la couche cisailée amont du jet est directement comparé aux investigations expérimentales. Section 6.4, le comportement moyen de l'écoulement est analysé et les profils de la vitesse moyenne et fluctuante sont présentés et comparés là aussi à l'expérience. Enfin, l'évaluation des trajectoires et des décroissances des jets dans l'écoulement principal est présentée et comparée à des expressions analytiques issues de la littérature. La section 6.5 offre les conclusions de cette étude.

Note : Les résultats expérimentaux proviennent des rapports réalisés par P. Gajan *et al.* (Laboratoire du CERT-ONERA, Toulouse) [28], [29].

6.1 La configuration MOLECULES

Ce paragraphe est consacré à la présentation des maquettes expérimentales et des paramètres de l'écoulement considérés par les expérimentateurs. Les mesures sont obtenues à l'aide des techniques classiques suivantes. La LDA et la PIV permettent l'obtention des champs de vitesses moyennes et fluctuantes. Les mesures par anémométrie à fil chaud donnent accès aux signaux temporels de vitesses en des points situés dans des régions distinctes de l'écoulement. Enfin, la PLIF fournit les concentrations scalaires mais, pour des raisons de délai, aucune comparaison ne sera effectuée avec les prédictions LES. Une description sommaire de ces différentes méthodes est réalisée au paragraphe 1.3.1. De plus amples détails relatifs aux mesures expérimentales de la configuration de MOLECULES sont également fournis dans le rapport de Bives [7].

↗ **Le banc d'essais :**

Le banc d'essais aérodynamiques du CERT-ONERA (Toulouse) est représenté en Fig. 6.2.

Les expériences sont réalisées sur un conduit cylindrique de diamètre interne égal à 100 mm . Deux conduits sont utilisés : l'un en verre (Suprasil) permet l'obtention des mesures optiques telles que la LDA ou la PIV ; l'autre en métal permet les mesures de pression au mur (à l'aide de microphones) ainsi que la mise en place d'un capteur pour

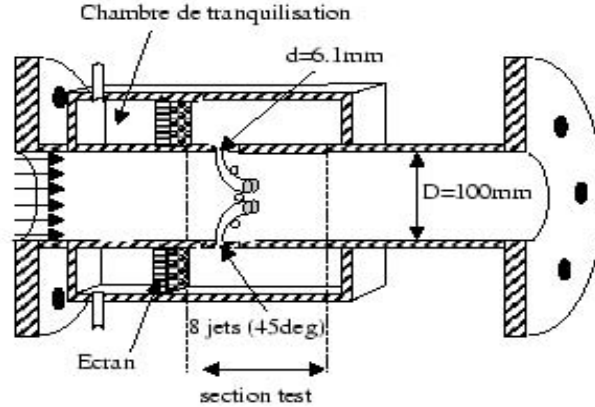


FIG. 6.2 – Plan d'ensemble du banc d'essais aérodynamiques du CERT-ONERA.

accéder à des mesures de pression et de vitesses. L'injection, perpendiculaire à l'écoulement principal, est localisée 200 mm en aval de l'entrée. Les huit injecteurs de section circulaire et de diamètre égal à 6.1 mm sont localisés dans une même section transversale et sont répartis tous les 45° .

Le schéma du dispositif expérimental est présenté en Fig. 6.3. L'air provient d'un réservoir haute pression (70 bars) via un échangeur de chaleur. Le flux massique total d'entrée Qm_T est contrôlé par un nez sonique à section variable. Ce flux se sépare à la jonction en deux, un premier pour l'écoulement principal (Qm_{axial}) et un second pour les jets (Qm_{jets}). Le contrôle du rapport entre ces deux flux est géré par la position des deux valves. Lors des expériences, la différence de pression ΔP_{jets} entre la chambre et le conduit interne de l'injecteur est aussi évaluée et fournit une indication sur la vitesse débitante dans les injecteurs. Sur la partie principale du circuit, une grille de turbulence est positionnée en aval de la valve afin de perturber l'écoulement.

↗ La grille de turbulence :

Cette grille de turbulence est placée trois diamètres de chambre D (c'est-à-dire 300 mm) en amont de l'injection. La forme de cette grille est représentée en Fig. 6.4. Ses caractéristiques ont été choisies afin d'obtenir un écoulement avec une turbulence de canal pleinement développée. Les profils de la composante axiale de la vitesse moyenne et du rms sont mesurés 3 diamètres d'injection en aval de la grille. La forme du profil moyen est plate, de type Poiseuille turbulent, tandis que le taux de rms est de l'ordre de 6% de la vitesse débitante.

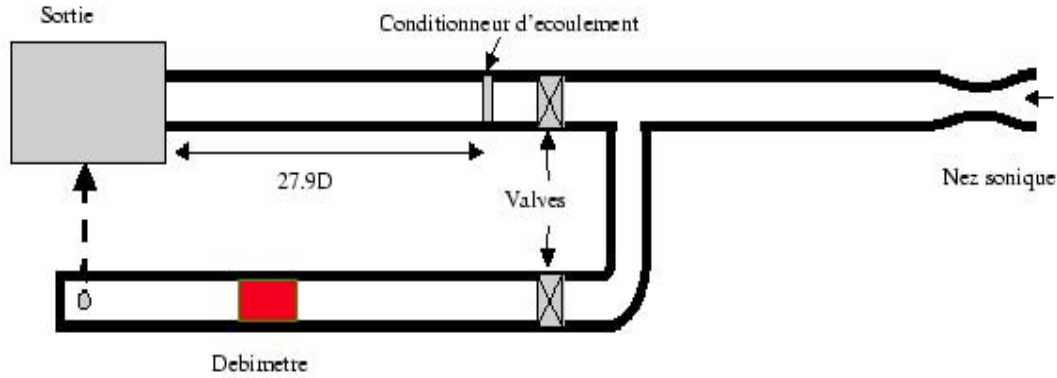


FIG. 6.3 – Représentation schématique du dispositif expérimental.

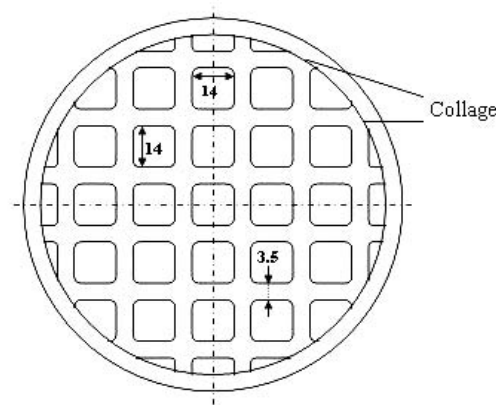


FIG. 6.4 – Représentation de la grille de turbulence placée 300 mm en amont des injecteurs.

6.2 Simulations numériques de l'écoulement

Dans cette section sont introduites les principales caractéristiques de l'écoulement simulé. Les paramètres choisis tentent de reproduire au mieux les conditions de fonctionnement du banc expérimental. Dans un premier temps, les caractéristiques de cette configuration de Jets In Cross-Flow (JICF) telles que les vitesses mises en jeu ainsi que les nombres de Reynolds correspondants sont analysés. Puis, les dimensions du domaine de calcul et les différents maillages investigués sont présentés. Enfin, une description détaillée des différentes conditions aux limites imposées sur le domaine de calcul est entreprise.

6.2.1 Le domaine de calcul

1. Une configuration comprenant huit JICF

Le domaine de calcul est représenté sur la figure 6.5. La configuration de la chambre est

composée d'un conduit circulaire principal et de huit jets transverses (JICF) à section circulaire. Ils sont localisés dans une même section et l'injection se fait perpendiculairement à l'écoulement principal.

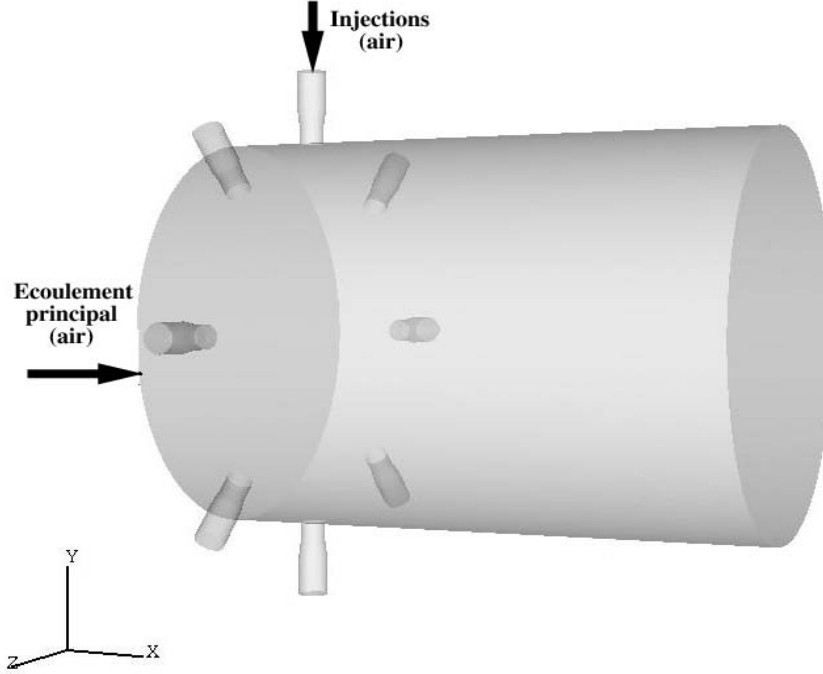


FIG. 6.5 – Représentation du domaine de calcul considéré pour les simulations LES de Jets In Cross-Flow isothermes.

Le rapport des quantités de mouvement J , où $J = \rho_j U_j^2 / \rho_\infty U_\infty^2$, est l'un des paramètres essentiels dans une configuration de JICF. Dans l'écoulement considéré où l'air est injecté dans un écoulement transversal d'air, les densités sont égales et le rapport J se réduit au rapport des vitesses $R = U_j / U_\infty$. Ainsi, la vitesse de l'écoulement principal étant maintenue à $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, les vitesses dans les injecteurs sont respectivement ramenées à $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour les cas $R=2$ et $R=4$. Ces valeurs se rapportent à des vitesses débitantes évaluées sur chaque entrée.

Les deux rapports de vitesses considérés sont investigués mais les prédictions LES présentées dans ce travail concerneront essentiellement le cas $R=4$. Le cas $R=2$ révélant quelques différences avec les résultats expérimentaux, notamment sur les profils des champs moyens de la vitesse, sera toutefois montré en vue de mettre en évidence certains problèmes non discernables avec le rapport de vitesses $R=4$.

L'écoulement simulé est fortement turbulent et le nombre de Reynolds Re , basé sur le diamètre du conduit principal D et la vitesse axiale moyenne U est égal à 168 000. Il assure un taux de mélange élevé et diminue les effets de la couche limite turbulente. De nombreuses caractéristiques dépendent du choix des deux paramètres que sont le rapport des quantités de mouvement J et le nombre de Reynolds Re de l'écoulement principal (Andreopoulos & Rodi [2], Smith & Mungal [83]). De fait, ces paramètres font l'objet de différents travaux dans le principal but d'optimiser le mélange dans les turbines à

gaz entre le carburant injecté et l'écoulement principal d'air. Les trajectoires de vitesses et de concentrations, la longueur de pénétration des jets, le taux d'ouverture ou encore les décroissances des vitesses axiales et des concentrations scalaires sont analysés. Il est nécessaire d'ajouter une observation précise de la topologie des structures cohérentes du jet transverse et une analyse en fréquences du passage des structures tourbillonnaires dans le champ proche. Certaines de ces caractéristiques comme les structures cohérentes de vorticité, les trajectoires ou encore les décroissances sont analysées par la suite (Sections 6.3 & 6.4) sur la configuration industrielle de jets de dilution transverses.

2. Les dimensions du domaine de calcul

La géométrie tridimensionnelle utilisée pour les simulations numériques est décrite dans ce paragraphe. Les dimensions du domaine de calcul sont représentées sur la figure 6.6. La longueur de la chambre simulée est de 138.3 mm et son diamètre est de 100 mm . L'entrée se situe 18.3 mm , c'est-à-dire à trois diamètres d'injecteur en amont de l'axe du jet et permet ainsi d'imposer le profil des vitesses fourni par les expérimentateurs. Enfin, la condition de sortie, associée à une condition aux limites appropriée, est localisée 120 mm en aval de l'injection, suffisamment loin dans l'écoulement pour ne pas influencer les prédictions LES.

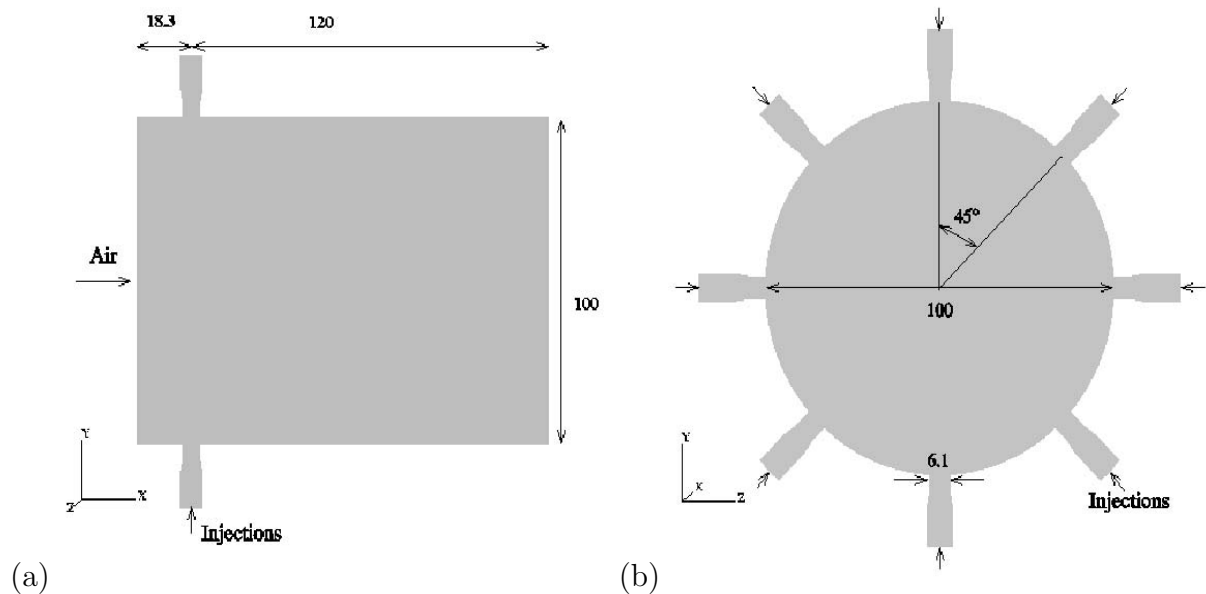
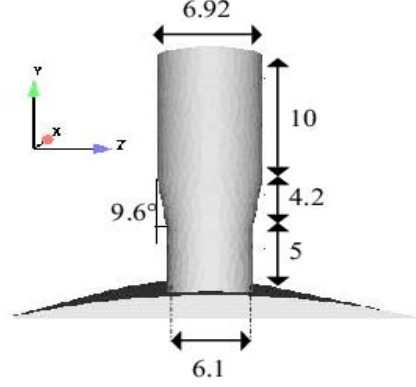


FIG. 6.6 – Représentation des sections en (a) : plan $z=0$ et (b) : plan $x=0$ (dimensions exprimées en mm).

Les huit Jets In Cross-Flow sont localisés dans une même section transversale autour de la chambre tous les 45° . L'injection est circulaire et le diamètre est de 6.1 mm , (cf. Fig. 6.7). Le rapport de contraction β est de 0.811 et ramène ainsi le diamètre d'entrée de l'injection à 6.92 mm . La géométrie de l'injection est un paramètre important et la contraction du système d'injection vise à obtenir un profil de vitesse plat de type Poiseuille turbulent. Les nombres de Reynolds dans l'injection sont respectivement évalués à


 FIG. 6.7 – Géométrie du système d'injection (dimensions en *mm*).

40 000 et à 20 000 pour les rapports de vitesses $R=4$ et $R=2$.

3. Les caractéristiques du maillage

Le maillage généré est entièrement non structuré et constitué de tétraèdres. Afin de contrôler le nombre total de cellules et de limiter ainsi les coûts de calculs, le raffinement n'est effectué que dans certaines zones où il s'avère nécessaire. En effet, les différentes régions proches injections, les régions proche de la paroi ainsi que les trajectoires des jets ont nécessité une attention particulière, ceci dans le but de capturer avec précision les forts gradients présents dans l'écoulement et d'acquérir une grande efficacité du modèle de sous-maille LES. Des lignes « conductrices » ont ainsi été construites en aval des injecteurs ; elles permettent de faciliter le contrôle du raffinement du maillage le long des trajectoires. Ces lignes suivent la relation proposée par Chassaing *et al.* [11] dans une configuration de JICF seul et pour des faibles rapports de vitesses R .

$$Y = \left(2.351 + \frac{4}{R} \right)^{0.385} \left(\frac{1}{R} \right)^{2.6} \left(\frac{X}{2} \right)^{2.6} \quad (6.1)$$

Dans l'équation 6.1, R , égal à 4, est le rapport entre les vitesses d'injection et de l'écoulement principal, X et Y sont les directions longitudinale et transversale. Il est à noter que diverses lois relatives aux trajectoires de jets sont répertoriées dans la littérature mais l'investigation de ces lois n'est pas l'objectif premier de ce travail, et la loi proposée ici s'est avérée être par la suite une bonne représentation des trajectoires obtenues par les prédictions LES. Deux maillages M_1 et M_2 , représentés en Fig.6.8, sont utilisés dans cette étude et permettent d'illustrer l'effet de la résolution sur les prédictions LES. M_1 et M_2 correspondent respectivement aux maillages grossier, Fig. 6.8(a), et raffiné, Fig. 6.8(b). Les caractéristiques de chaque maillage sont présentées dans la table 6.1. Le maillage raffiné (M_2) contient approximativement 1.7 fois plus de nœuds que le maillage grossier (M_1). La taille de cellule minimale, située dans la région de l'injecteur est la même pour les deux maillages. Ceci implique un pas de temps minimal Δt_{min} , basé sur la taille minimale de cellule, identique pour les deux maillages. En revanche la simulation d'un temps de convection, basée sur la vitesse axiale moyenne U dans la direction principale du conduit, requiert environ 8 heures sur le maillage M_1 tandis qu'il faut 13 heures pour le maillage M_2 (32 processeurs sur une SGI Power Challenge, CINES).

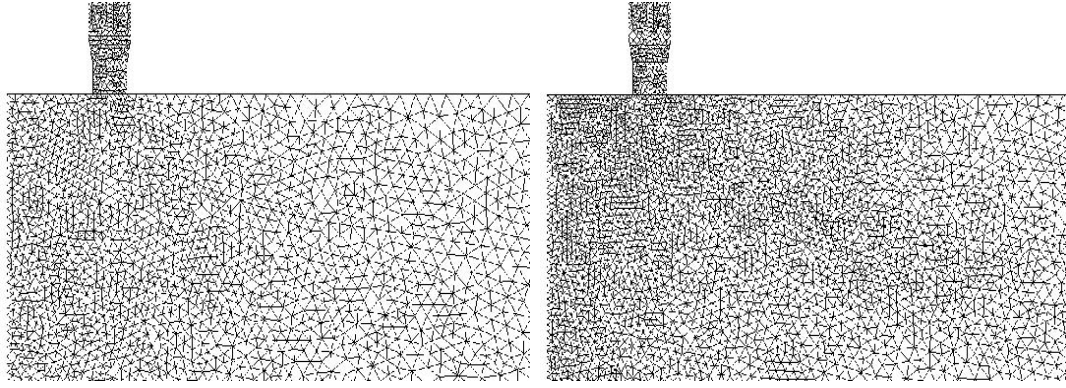


FIG. 6.8 – Vue détaillée du raffinement du maillage pour le maillage grossier M_1 (a) et pour le maillage raffiné M_2 (b).

Maillages #	Nombre total de nœuds	Nombre total de cellules	Min/Max de la taille de cellule (m)	CPU requis (h)
Maillage M_1	240 000	1 200 000	$3.5 \cdot 10^{-4} / 8.2 \cdot 10^{-3}$	8
Maillage M_2	400 000	2 100 000	$3.5 \cdot 10^{-4} / 5.2 \cdot 10^{-3}$	13

TAB. 6.1 – Caractéristiques des maillages M_1 et M_2 utilisés pour évaluer les effets de résolution sur les prédictions LES.

6.2.2 Les conditions aux limites

Une attention toute particulière est portée sur le traitement des conditions aux limites considérées pour le domaine de calcul. Leur utilisation nécessite une bonne compréhension de l'acoustique présente dans les équations. Dans certains cas, des phénomènes de transition - non physiques - issus de l'approximation de la solution initiale et/ou du traitement des conditions aux limites peuvent être générés par l'acoustique. Ces conditions sont organisées en « patches », comme le montre la figure 6.9, et sont résumées à l'aide de mots clefs dans la table 6.2.

Patch : Caractérisation	Mots clefs AVBP	Note
A : Entrée de la chambre	INLET_RELAX_UVW_T_Y_TURB	Partiellement réfléchissante
B : Entrée d'injection	INLET_RELAX_UVW_T_Y	Partiellement réfléchissante
C : Sortie de la chambre	INOUT_FREESTREAM	Partiellement réfléchissante
D : Loi de paroi isotherme	WALL_LAW_ISOT	Non réfléchissante
E : Mur isotherme non glissant	WALL_WAVE_NO_SLIP_ISOT	Non réfléchissante

TAB. 6.2 – Types des conditions aux limites caractéristiques imposées dans la simulation numérique sur les différents patches présentés en Fig. 6.9.

La méthode NSCBC (Thompson [89], Poinot & Lele [68]) s'applique pour chacune des conditions aux limites du domaine de calcul. Cette méthode (décrite au paragraphe 3.2.1)

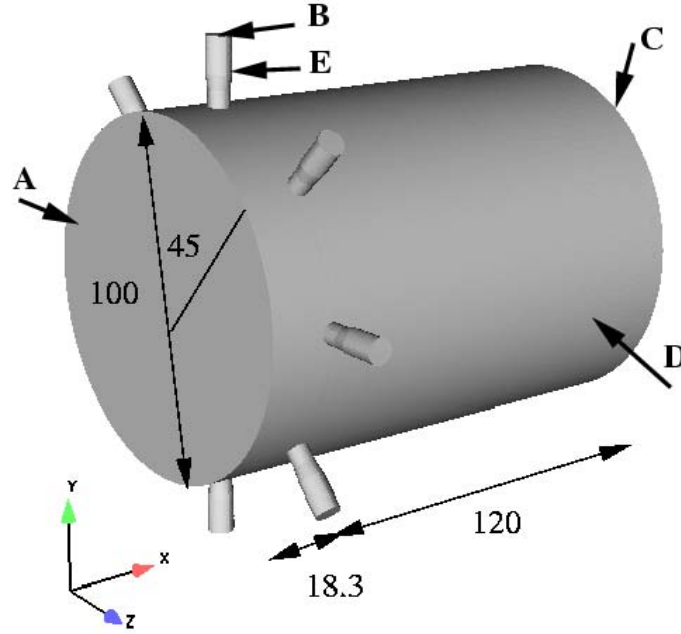


FIG. 6.9 – Représentation des patches des conditions aux limites employées pour la configuration de JICF isothermes.

s'avère être très utile pour le traitement des conditions aux limites dans un code de calcul compressible et permet de réduire l'étendue du domaine de simulation.

– **La condition aux limites d'entrée de la chambre (patch A) :**

Une condition aux limites caractéristique d'entrée est imposée sur le patch A. Les trois composantes de la vitesses \tilde{u} , \tilde{v} et \tilde{w} , la température et les fractions massiques des espèces tendent vers des valeurs « cibles » définies sur le patch de condition aux limites et correspondant aux valeurs fournies par l'expérience. Un paramètre important appelé paramètre de relaxation ou « relax » agit comme un rappel de ces valeurs cibles. Lorsque ce « relax » est nul la condition aux limites est considérée purement non réfléchissante ; elle laisse toutes les ondes acoustiques quitter le domaine et aucune composante n'est réinjectée dans le domaine de calcul. A l'inverse, lorsque ce relax est maximum (de valeur $1/\Delta t_{min}$) toutes les ondes acoustiques sont réfléchies. Par ailleurs, cette condition d'entrée (différente de la condition d'entrée des injecteurs) est telle que les trois composantes de la vitesse \tilde{u} , \tilde{v} et \tilde{w} varient en temps et en espace. Cette condition vise à reproduire l'effet d'un champ turbulent entrant tel qu'il est observé dans les investigations expérimentales. La construction de ce signal turbulent, basé sur l'algorithme « Random Flow Generation » (RFG), est décrit de façon détaillée au paragraphe 3.2.2. Les effets de l'injection de turbulence (LES avec « *IT* ») seront mis en évidence avec les simulations numériques réalisées avec une simple entrée partiellement réfléchissante (LES sans « *IT* »).

Les profils d'entrée de la composante axiale U de la vitesse moyenne et de la fluctuation moyennée de U sont respectivement représentés sur les figures 6.10(a) & (b),

en fonction du rayon de la chambre. Les quantités sont adimensionnées par la vitesse débitante U_0 et sont comparées aux données expérimentales dans un plan situé

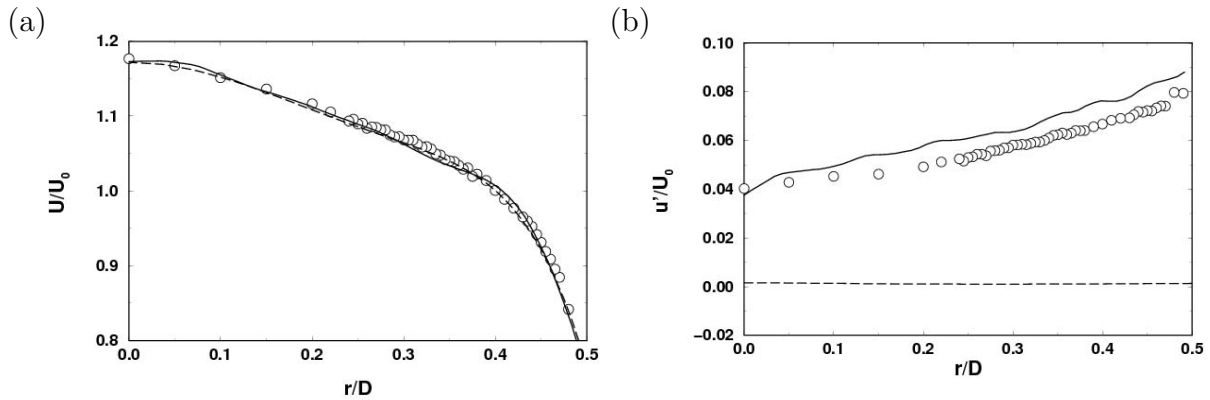


FIG. 6.10 – Profils de la composante axiale U de la vitesse moyenne (a) et de la fluctuation axiale u' (b) adimensionnés par U_0 ($U_0=25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) sur le patch A et pour le maillage M_2 . Lignes continues : cas avec injection de turbulence, tirets : cas sans injection de turbulence, cercles : mesures.

trois diamètres d'injection en amont de l'axe du jet. Les cercles représentent la valeur moyenne des résultats expérimentaux obtenus avec la LDA et mesurés en cinq rayons localisés tous les $\pi/32$ Rad de $8\pi/32$ Rad à $12\pi/32$ Rad. Une fonction polynomiale d'ordre six (ligne continue) est ajustée et correspond à la valeur cible des simulations numériques. La figure 6.10(a) présente des profils de la vitesse moyenne issus des simulations réalisées avec l'injection de turbulence (ligne continue) et sans l'injection de turbulence (tirets) correctement superposés aux données expérimentales. Sur la figure 6.10(b), le profil de fluctuation axiale généré par l'injection de turbulence (ligne continue) est situé légèrement au-dessus de sa valeur cible. Cette différence est probablement liée à l'acoustique introduite par la condition aux limites caractéristique. Le comportement « sinueux » s'explique par la nature instationnaire du signal entrant associée à la condition aux limites partiellement réfléchissante. Une augmentation du nombre de modes injectés fournirait peut-être une meilleure représentation du signal. Enfin, en l'absence d'injection de turbulence (tirets), le niveau de fluctuations à l'entrée du domaine avoisine la valeur zéro.

– La condition aux limites d'entrée des injecteurs (patch B) :

Les profils de vitesses sont imposés sur les patches d'entrée de chaque injecteur, patch B. La vitesse normale en chaque patch (\tilde{u}_n) tend vers une fonction polynomiale d'ordre dix tandis que la vitesse tangentielle (\tilde{u}_t) est nulle ; les profils ainsi obtenus sont de type profils de Poiseuille turbulents. La vitesse débitante est intégrée sur tout le patch de la condition aux limites et respecte le flux massique rencontré dans l'expérience de l'ordre de $3 \text{ g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$. Il faut remarquer d'une part, que l'utilisation d'un mur non glissant en injection impose une vitesse nulle à la paroi. La forme du profil issu de l'intersection entre le système d'injection et le conduit principal de la chambre dépend fortement de la résolution du maillage dans cette région. De fait, le profil de sortie du jet ne reproduit probablement pas exactement le profil expérimental. En outre, les différences

géométriques du système d'injection entre les simulations numériques et l'expérience implique certainement une autre source d'erreurs. Cependant, la simplification du système d'injection a été choisie pour faciliter le traitement du champ acoustique et pour réduire le coût de calcul.

– **La condition aux limites de sortie (patch C) :**

La condition aux limites de sortie du conduit principal permet d'imposer les vitesses ainsi que les conditions atmosphériques comme état de référence. Ces conditions sont imposées de façon « douce » en utilisant un paramètre de relaxation ; les ondes entrant dans le domaine sont calculées à partir de la différence entre la solution aux nœuds appartenant au patch et l'état de référence imposé par la condition aux limites.

– **Les conditions aux limites de mur (patches D-E) :**

Le patch D est une condition aux limites caractéristique de mur isotherme. Les trois composantes du vecteur vitesse sont imposées à zéro et la température à 300 K . Concernant le patch E, relatif au mur du conduit principal, une loi de paroi de type loi logarithmique est utilisée. Une description détaillée est fournie au paragraphe 3.2.3. De nombreuses simplifications sur le comportement de l'écoulement en région proche paroi ont été apportées (Deardorff [16], Chapmann [10] et Piomelli *et al.* [67]). Par ailleurs cette loi de paroi a été validée sur un jet transverse isolé (*cf.* Chapitre 7) et les comparaisons sont réalisées avec les expériences. Ce travail confirme bien la supériorité de la loi de paroi par rapport à une condition aux limites de type mur non glissant. Dans ce travail, la loi de paroi est investiguée sur le mur du conduit principal et les tensions sont modélisées afin de mimer les effets du mur sur le comportement de l'écoulement.

6.2.3 Les paramètres de la simulation

Les résultats issus des simulations numériques sont obtenus de la façon suivante : une première étape qui consiste à utiliser le maillage grossier (maillage M_1) pour obtenir une solution convergée en un temps de calcul raisonnable. En outre, afin d'éviter tout comportement indésirable, les vitesses initiales de l'injection et de l'écoulement principal sont nulles et tendent progressivement vers les valeurs « cibles » imposées sur les conditions aux limites. Les prédictions LES obtenues sur le maillage M_1 seront investiguées afin d'évaluer les effets du raffinement de la grille. La seconde étape consiste à prendre la solution convergée obtenue pour le maillage M_1 et à l'interpoler sur le maillage raffiné M_2 . Il faut noter enfin que pour chacune de ces deux étapes, un temps de convection est nécessaire afin d'obtenir une solution physique de l'écoulement. Les analyses statistiques peuvent alors être entreprises.

Pour la prédiction de la turbulence instationnaire, plusieurs modèles de sous-maille ont été développés dans le code AVBP ; ces différents modèles sont présentés au paragraphe 3.1.4. Le filtrage spatial étant basé sur le volume local de la cellule ($\Delta = V_{cell}^{1/3}$), le raffinement du maillage nécessite d'être contrôlé pour obtenir une bonne efficacité du modèle de sous-maille. Le modèle WALE [61] a semblé être le plus approprié à la configuration de JICF étudiée en particulier pour son comportement à la paroi au niveau de l'injection

où la viscosité turbulente ν_t est ramenée à zéro.

Le code AVBP offre plusieurs types de schémas numériques. Le plus précis d'entre eux est le schéma TTGC [14] d'ordre trois en espace et en temps. Cependant, il s'est avéré très coûteux pour la simulation d'une telle configuration. Le schéma numérique de Lax-Wendroff est quant à lui moins précis (ordre deux en espace et en temps) mais semble toutefois fournir des résultats très satisfaisants. Le gain en temps de calcul est tel que, pour le maillage raffiné M_2 , le schéma de Lax-Wendroff est 1.6 fois moins coûteux que le schéma TTGC. Il a donc été utilisé dans le cadre de ce travail, qui s'intègre lui-même dans un contexte industriel.

6.3 Caractérisation de la dynamique de l'écoulement

Bien que la configuration de JICF étudiée dans cette section possède huit jets localisés dans une même section transversale, les paramètres donnés (le rapport de vitesses R , le nombre de Reynolds Re) font que chaque jet est peu influencé par son voisin particulièrement dans la région proche de l'injection. Toutefois, plus en aval dans l'écoulement, les JICF peuvent entrer en contact et une modification du comportement des paires de vortex contrarotatifs est possible. L'influence des jets les uns vis-à-vis des autres est montrée par la suite avec la représentation des trajectoires basées sur la vitesse et le scalaire. La paire de vortex contrarotatifs est clairement illustrée à l'aide de champs instantanés et moyennés. Le caractère instationnaire des vortex se développant dans la zone de sillage et ceux localisés dans la couche de cisaillement du jet (zone d'interaction entre la limite amont du jet et l'écoulement principal) est également mis en évidence. Par ailleurs, une analyse des fréquences de passage de ces structures tourbillonnaires est investiguée et des comparaisons sont réalisées avec les résultats expérimentaux.

Concernant le vortex en « fer à cheval » et les colonnes de fluide localisées dans la région de sillage, leurs visualisations s'avèrent plus délicates même sur le maillage raffiné M_2 . Parallèlement les techniques expérimentales (LDA et PIV) sont limitées par l'obtention des mesures du fait de la courbure du conduit principal et de la difficulté à mettre en évidence de telles structures. Numériquement, ces deux phénomènes dépendent fortement de la résolution du maillage près du mur, qui n'est certainement pas appropriée. Leurs détections qui susciteraient une augmentation considérable du nombre de nœuds dans la région proche de la paroi et donc du coût des calculs, ne s'avèrent pas cependant essentielles pour la validation des méthodes LES dans une telle configuration de JICF.

6.3.1 Mise en évidence des structures caractéristiques du jet

Des simulations ont été réalisées pour les rapports de vitesses $R=2$ et 4 et des visualisations dans le champ proche sont présentées pour ces deux valeurs. En revanche, du fait des similarités des comportements du JICF, seules les visualisations de la paire de vortex contrarotatifs pour le cas $R=4$ sont montrées et comparées à des visualisations expérimentales obtenues par la PIV.

↗ Visualisations du jet en champ proche :

L'un des principaux avantages de la LES est que toutes les quantités instantanées de l'écoulement sont accessibles. Dans ce paragraphe, un des huit jets transverses est représenté Figs. 6.11 & 6.12 à l'aide de quatre variables distinctes permettant l'identification des structures de vorticité d'un JICF. Le maillage raffiné M_2 est utilisé et les visualisations sont montrées pour les rapports de vitesses $R=2$ (Fig. 6.11) et $R=4$ (Fig. 6.12). La région proche injection est représentée et l'évolution de chaque JICF ne semble pas dépendre de celle de ses voisins.

Les figures 6.11(a) & 6.12(a) montrent l'iso-surface de fraction massique \tilde{Y}_{O_2} et les poches d'oxygène sont clairement observées. La valeur de l'iso-surface est de 0.1 ; cette valeur correspond environ à la moitié de la concentration initiale du jet, où $\tilde{Y}_{O_2}=0.23$. La valeur 0.1 est parfois utilisée par certains auteurs pour définir les frontières internes et externes du jet (*cf.* Section 2.2). La visualisation de \tilde{Y}_{O_2} montre que le jet pénètre net-

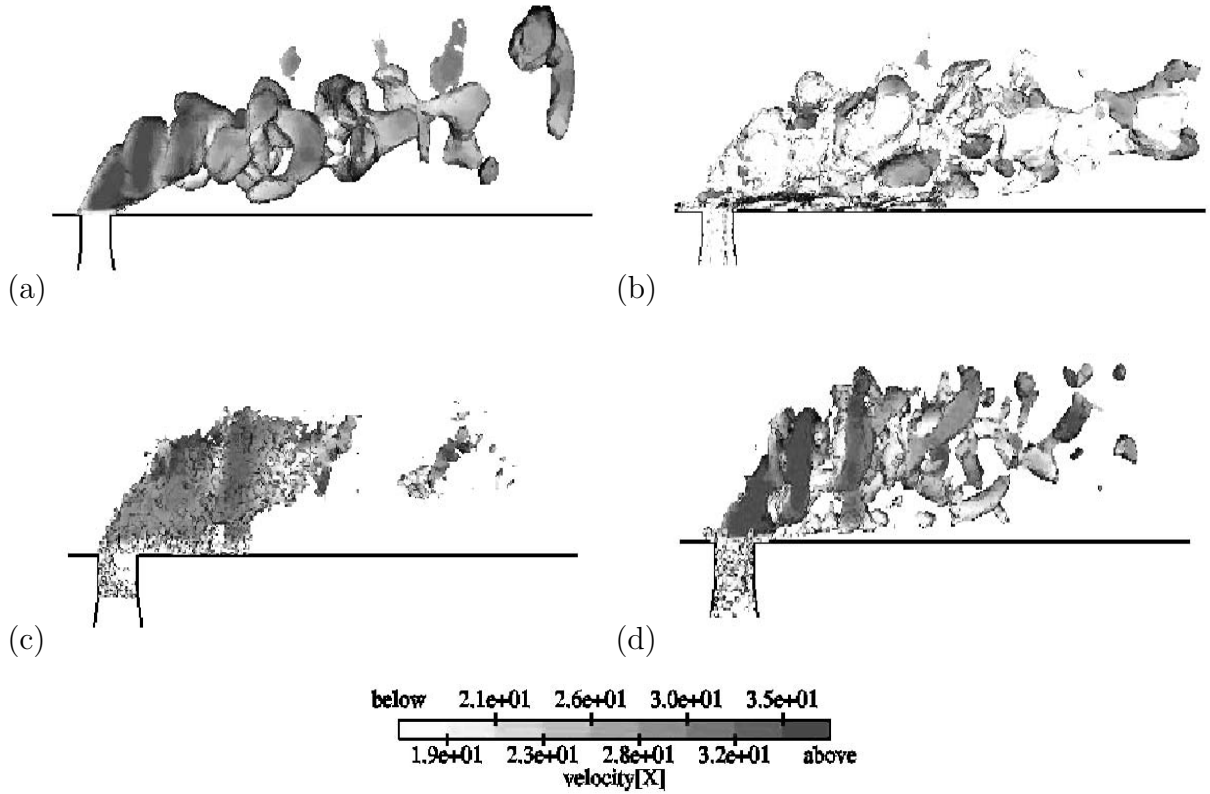


FIG. 6.11 – Visualisation du JICF ($R=2$, maillage M_2)    l'aide de l'iso-surface de (a) : la fraction massique $\tilde{Y}_{O_2}=0.1$, (b) : la vorticité axiale $\Omega_x=3 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, (c) : la pression $\bar{p}=1.013 \text{ bars}$ et (d) : le critère $Q=9 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$.

ttement moins lorsque R diminue. Sur les figures 6.11(b) & 6.12(b), l'iso-surface de basse pression est montrée. Elle correspond à des noyaux de vorticité et constitue un critère de détection des vortex dans les simulations numériques. Figs. 6.11(c) & 6.12(c), un autre critère de détection de structures cohérentes est utilisé, c'est le critère Q . Une description

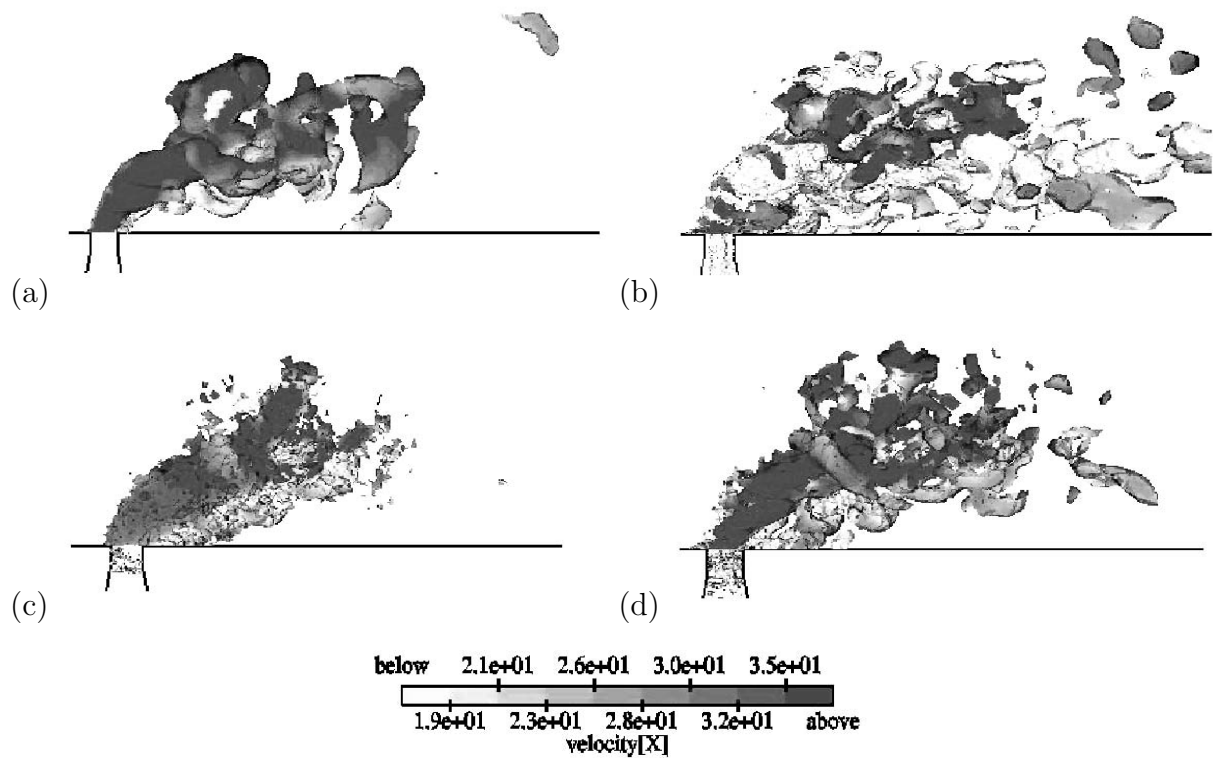


FIG. 6.12 – Visualisation du JICF ($R=4$, maillage M_2) à l'aide de l'iso-surface de (a) : fraction massique $\tilde{Y}_{O_2}=0.1$, (b) : la vorticité axiale $\Omega_x=3\cdot 10^3 s^{-1}$, (c) : la pression $\bar{p}=1.013$ bars et (d) : le critère $Q=9\cdot 10^6 s^{-2}$ (d).

détaillée est présentée en annexe A.2. Ce critère n'implique pas, comme le montrent les figures 6.11(d) & 6.12(d), les niveaux élevés de la vorticité dûs aux forts gradients de vitesses dans les régions proche de la paroi. Une étude plus approfondie de ce critère est réalisée dans l'annexe A.2, pour le cas d'un vortex axi-symétrique en deux dimensions. Sur toutes les iso-surfaces montrées Figs. 6.11 & 6.12, la composante axiale \tilde{u} de la vitesse instantanée est représentée.

↗ La paire de vortex contrarotatifs (CVP) :

Le CVP, qui signifie dans la littérature anglo-saxonne Counter-rotating Vortex Pair, a attiré l'attention de nombreux chercheurs (Andreopoulos & Rodi [2], Rivero *et al.* [71], Smith & Mungal [83]...). Cette structure tourbillonnaire, très représentative de l'écoulement dans une configuration de jets transverses, persiste dans le champ lointain dans la direction principale de l'écoulement. Le CVP est une structure à caractère instationnaire mais se retrouve aussi dans l'écoulement moyen et semble être indépendante des rapports de vitesses R (suffisamment grands) et des nombres de Reynolds Re rencontrés dans l'écoulement.

La figure 6.13 compare les prédictions LES issues d'un champ scalaire instantané avec un champ expérimental obtenu par imagerie des particules (PIV) ; ces particules, in-

jectées dans les huit JICF, donnent une idée de la pénétration des jets. Les visualisations

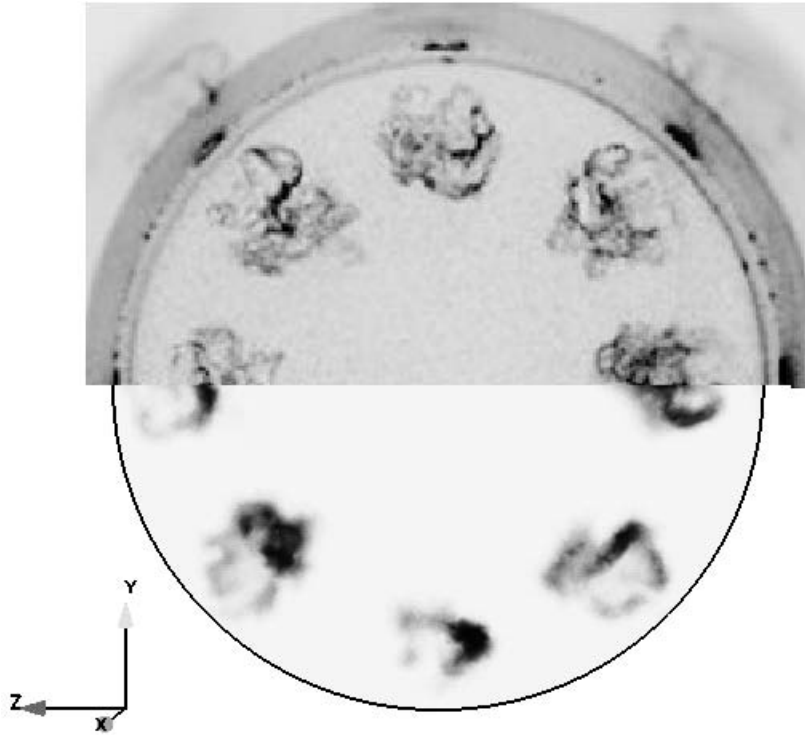


FIG. 6.13 – Représentation de la structure du CVP dans un plan situé à $1d$ en aval de l'axe du jet. Visualisations obtenues expérimentalement à l'aide de la PIV, en haut, et de la fraction massique injectée \tilde{Y}_{O_2} pour la LES, en bas. Remerciements à Lorenzo Hernandez de Turboméca et au CERT-ONERA.

sont réalisées à un diamètre d'injection en aval de l'axe du jet ; le caractère instationnaire de la paire de vortex contrarotatifs est clairement illustré et l'écoulement est fortement asymétrique pour les mesures comme pour les simulations. La comparaison avec l'expérience montre clairement le potentiel de la LES à reproduire des écoulements instationnaires en géométries complexes.

Sur la figure 6.14, le développement de la paire de vortex contrarotatifs est analysé dans le champ proche, et ce, dans deux sections perpendiculaires à l'écoulement principal localisées en aval, à un et deux diamètres de l'axe du jet. Les prédictions LES permettent d'accéder, au moyen de la composante axiale Ω_x du vecteur vorticité, au sens de rotation des deux vortex qui constituent le CVP. Les contours noirs ($\Omega_x = 1 \cdot 10^4 s^{-1}$) représentent les structures tournant dans le sens positif tandis que les contours gris clairs ($\Omega_x = -1 \cdot 10^4 s^{-1}$) représentent les structures tournant dans le sens négatif. La visualisation de ces champs moyennés révèle aussi une forme régulière montrant une déformation ovale. Les deux vortex contrarotatifs donnent au jet qui se courbe, une forme de « haricot » et le niveau de vorticité s'atténue très rapidement dans la direction de l'écoulement. La composante longitudinale du vecteur de vorticité (Ω_x) est choisie correctement de manière à faire apparaître les deux vortex contrarotatifs. Comme il a déjà été remarqué, les larges niveaux de Ω_x particulièrement observés sur la figure 6.14, ne correspondent pas à la représentation

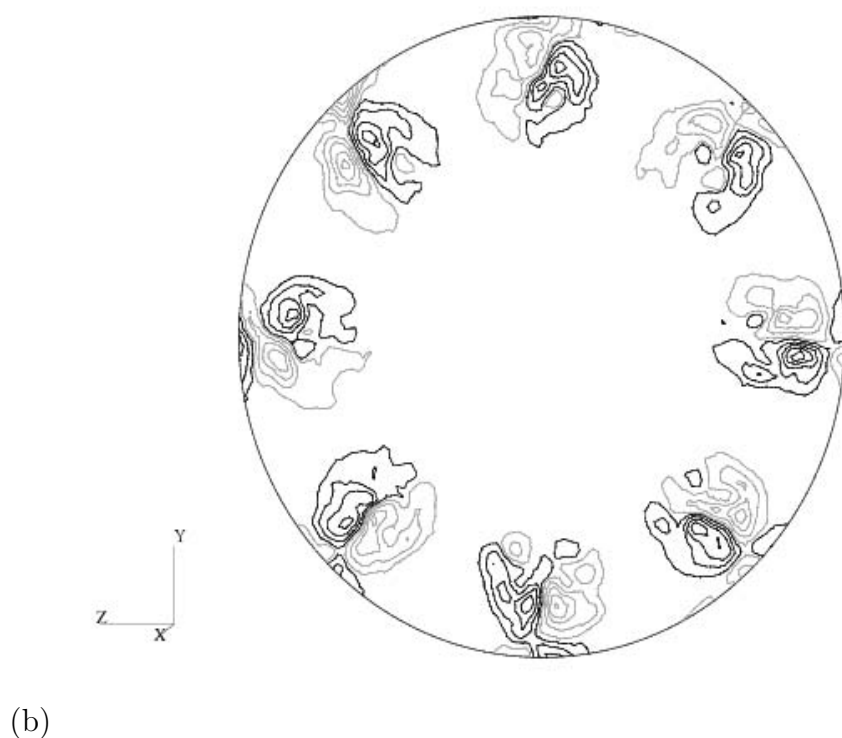
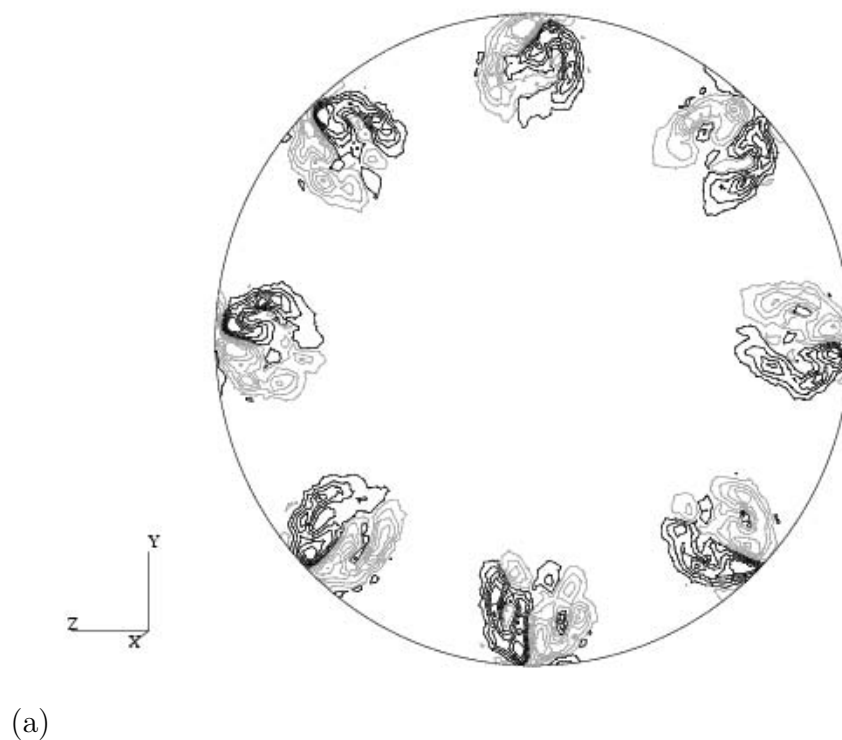


FIG. 6.14 – Visualisations de la composante axiale Ω_x du vecteur vorticité sur un champ LES moyenné dans les plans situés à $1d$ (a) et   $2d$ (b) en aval du point d'injection. Contours noirs : $\Omega_x=1\cdot10^4\text{ s}^{-1}$, et contours gris clairs $\Omega_x=-1\cdot10^4\text{ s}^{-1}$.

moyenne du CVP ; ils sont dûs aux forts gradients de vitesses présents dans la région proche paroi. Même si chaque JICF peut être considéré comme un jet transverse unique dans la région près de l'injection, certains d'entre eux semblent être déviés de leur trajectoire théorique. Ce comportement est plus particulièrement observé pour le JICF localisé dans le plan $z=0$ sur le haut des figures 6.14(a) & (b). L'hypothèse d'un faible couplage entre les jets peut être envisagée ; ce couplage, dû à l'interaction entre des jets opposés et/ou voisins, reste difficile à déterminer. Dans ces circonstances, le traitement individuel de chaque jet doit être effectué avec beaucoup de précautions.

Sur la figure 6.15, des vues zoomées de JICF issues des deux plans localisés à $1d$ et $2d$ en aval du point d'injection sont montrées. Les niveaux de la composante axiale du vecteur de vorticité sont représentés et Ω_x est adimensionnée par Ω_{x0} , le niveau maximal de $|\Omega_x|$ dans le plan considéré. Pour les deux vues, Figs. 6.15(a) & (b), la forte valeur

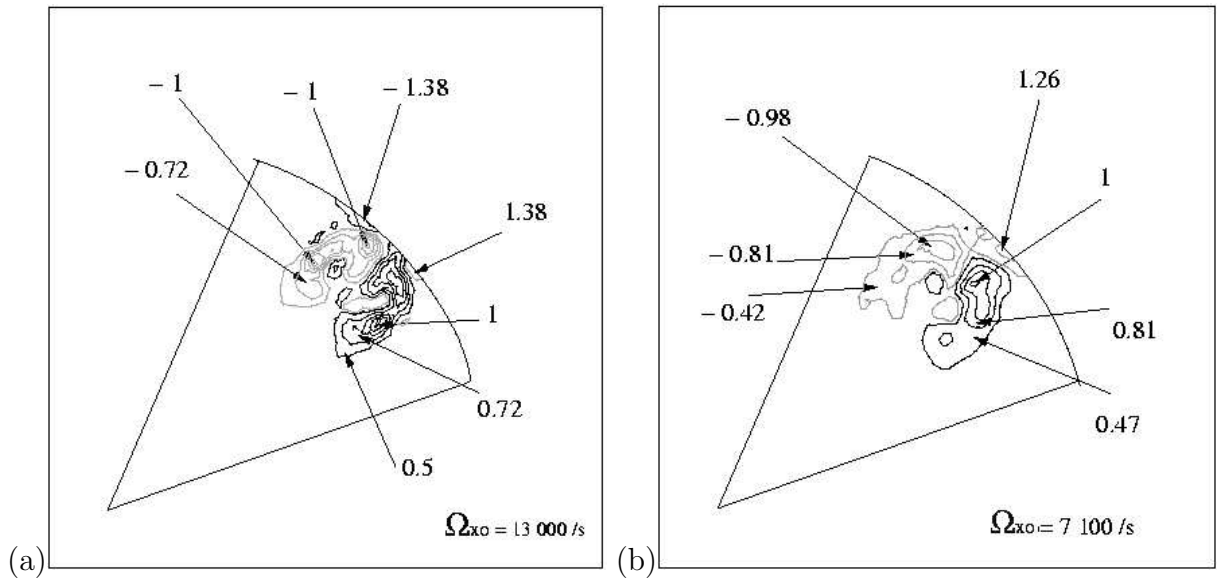


FIG. 6.15 – Niveaux moyens de la composante axiale Ω_x du vecteur de vorticité, à $1d$ (a) et $2d$ (b) en aval du point d'injection, contours noir : Ω_x positif, et contours gris clair Ω_x négatif.

au mur n'est pas considérée dans la représentation du CVP. La deuxième observation est que les niveaux maximaux décroissent très rapidement et Ω_{x0} est presque réduit de moitié entre les deux plans considérés, à un et deux diamètres d'injection dans la direction de l'écoulement. Cette décroissance peut être expliquée par le mécanisme des diffusions naturelle (due aux forces moléculaires) et turbulente (due à la modélisation sous-maille) qui sont responsables de la décroissance des niveaux de vorticité.

6.3.2 Fréquences d'apparition des différentes structures

L'analyse des fréquences de passage des différentes structures dans la région proche injection a suscité un grand intérêt dans l'étude du JICF et constitue encore aujourd'hui un

aspect important dans le domaine des turbines à gaz industrielles. En effet, ces structures de vorticité peuvent avoir un impact non négligeable sur le processus de mélange d'un jet transverse. Elles contribuent à l'homog  nisation de l'écoulement, processus indispensable pour obtenir une combustion efficace et pour éviter l'apparition d'instabilités acoustiques. Dans les investigations expérimentales obtenues par le CERT-ONERA, des mesures ont été obtenues au moyen de la technique par anémométrie à fil chaud et une analyse spectrale a été réalisée dans deux régions distinctes, le sillage du jet et la couche de cisaillement amont du jet. La visualisation de ces deux régions a permis aux expérimentateurs de déterminer la position de deux points à partir desquels un signal de vitesses est extrait.

Ce paragraphe présente la méthode d'acquisition des fréquences investiguée dans les simulations numériques. Les vortex situés dans les régions de sillage et de la couche cisailée amont du jet sont étudiés en plusieurs points correctement placés pour mettre en évidence le passage de ces structures tourbillonnaires. L'obtention des très basses fréquences de passage des structures requiert d'un point de vue statistique, un temps de simulation très long. Afin d'obtenir une bonne convergence des prédictions LES et de faire apparaître les fréquences dominantes, deux hypothèses sont prises en compte : premièrement, l'écoulement est supposé axi-symétrique ; la dynamique de l'écoulement est donc sensée être la même pour les huit jets, ceci malgré des pénétrations de jets qui ne sont pas strictement identiques, en termes de moyennes (*cf.* Section 6.4). La seconde hypothèse est que les fréquences des structures tourbillonnaires évoluant dans le sillage du jet sont supposées être équivalentes en chaque point situé dans cette région, c'  st-  dire que chacun des points de mesure voit passer les mêmes structures. Cette considération est également retenue pour les points de la couche de cisaillement. Sous ces deux hypothèses, une opération de moyenne est effectuée dans les deux régions étudiées, la région de sillage et la couche de cisaillement du jet, et les spectres obtenus sont alors comparés avec les résultats expérimentaux.

1. Transformées de Fourier

L'analyse spectrale est appliquée à une série temporelle en plusieurs points du maillage M_2 . La variable dynamique retenue est la composante axiale \tilde{u} du vecteur vitesse instantané et l'échantillonnage est obtenu en des points localisés dans les régions du sillage et de la couche de cisaillement du jet. Il faut noter que pour une meilleure compréhension des prédictions LES, seules les quantités fluctuantes sont considérées dans la représentation des spectres. En effet, la moyenne temporelle $\hat{f}(0)$, largement supérieure aux niveaux de fluctuations rencontrés dans l'écoulement, n'est pas représentée. $\hat{f}(0)$ correspond au premier mode issu des transformées de Fourier (Eq. 6.2).

$$\hat{f}(\omega_k) = \int_{T_1}^{T_2} f(t) e^{-i\omega_k t} dt \quad \text{avec} \quad \hat{f}(0) = \int_{T_1}^{T_2} f(t) dt \quad (6.2)$$

où, le vecteur de données ω_k est remplacé par \tilde{u} , $f(t)$ représente la fonction continue de la série temporelle considérée, et T_1 et T_2 sont les bornes d'intégration ($T_2 - T_1$ correspondant à 37 ms c'  st-  dire à environ 6.7 temps convectifs). La fréquence d'échantillonnage est proche de 40 000 Hz. Cet échantillonnage ainsi que la période de mesure considérée permettent de saisir la plupart de l'information. Enfin, le nombre de Strouhal (St) a été choisi pour caractériser la fréquence en fonction d'une vitesse et d'une longueur de

référence. Il est défini par $St = fL_{ref}/U_{ref}$, où f est la fréquence (s^{-1}), L_{ref} la longueur de référence et U_{ref} la vitesse débitante de référence. Deux nombres de Strouhal seront considérés dans ce travail : un premier basé sur d , le diamètre du jet et U_0 , la vitesse de l'écoulement principal, pour l'étude des fréquences caractéristiques relatives au sillage du jet et un second basé sur d et U_j , la vitesse en injection, concernant cette fois-ci les fréquences caractéristiques relatives à la couche cisailée.

2. Analyse des vortex de la région du sillage

La région de sillage, localisée en aval du point d'injection, suscite un grand intérêt depuis les travaux effectués par Fric (1990) et Fric & Roshko (1994). Le comportement des structures tourbillonnaires formées derrière la colonne du jet et interagissant dans le champ lointain, est apparenté au comportement des allées de von Kármán derrière un barreau cylindrique. Ces structures, représentées en Fig. 6.16, sont convectées dans le

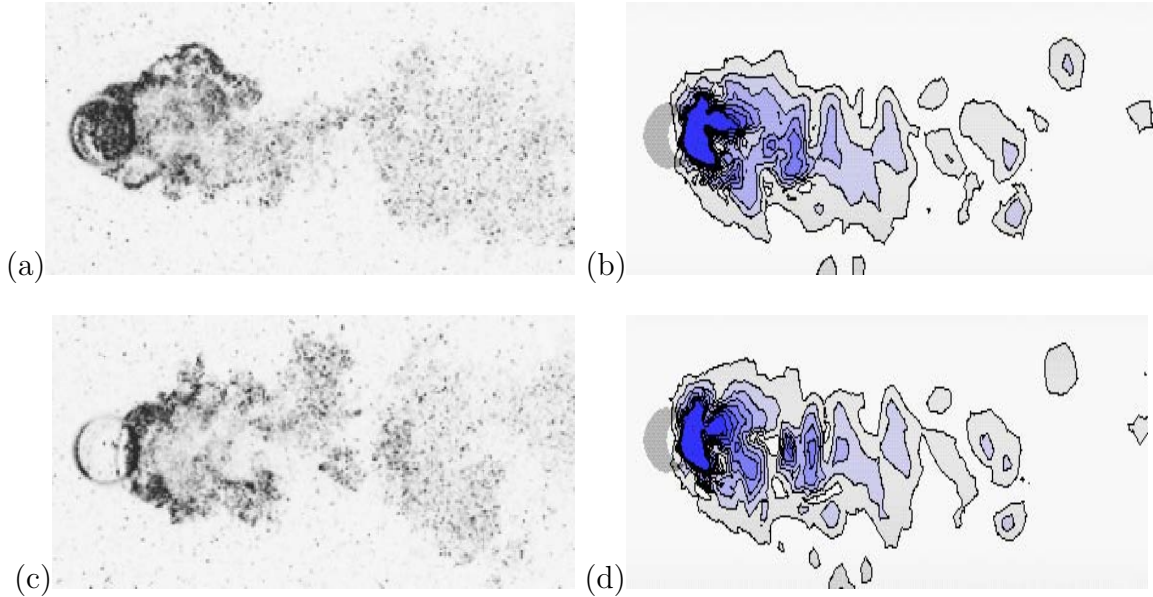


FIG. 6.16 – Visualisations dans un plan localisé à 6 mm de la paroi des larges structures de vorticité dans la région de sillage du jet transverse. (a) & (c) : mesures PIV, (b) & (d) : prédiction LES. Contours représentés par le module de vitesse $\sqrt{\tilde{v}^2 + \tilde{w}^2}$ en deux champs instantanés pris aux temps t et $t + 16 \cdot 10^{-5} s$.

champ lointain. Les comparaisons sont réalisées avec des mesures expérimentales obtenues à l'aide de la PIV et le module de la vitesse $\sqrt{\tilde{v}^2 + \tilde{w}^2}$ est utilisé pour la représentation des prédiction LES. Comme dans l'expérience, la surface de visualisation est localisée à 6 mm de la paroi mais elle est incurvée. Le détachement de structures est clairement observé sur les deux champs instantanés espacés de $16 \cdot 10^{-5} s$. Contrairement à la paire de vortex contrarotatifs, le comportement de ces tourbillons de sillage sont fortement influencés par le rapport de vitesses R et le nombre de Reynolds Re de l'écoulement principal.

Les résultats relatifs à l'analyse en fréquences des tourbillons situés dans la zone de

sillage sont pour la plupart issus de l'expérience. Une description détaillée de ces différents travaux est donnée dans la table 2.2.2(b), Section 2.2, et récapitule les valeurs des nombres de Strouhal correspondant aux fréquences de passage des tourbillons dans la région de sillage.

Dans les expériences du CERT-ONERA, le signal de vitesses est mesuré en un point situé à 6 mm du mur et à 12 mm en aval de l'axe du jet et le spectre correspondant est montré en Fig. 6.18(b). Concernant les simulations LES, cinq points de mesure sont placés dans la région du sillage, juste derrière la zone d'injection ; les dimensions sont en mm et les plans sont localisés en $z=0$ (Fig. 6.17(a)) et à une distance de $y=6\text{ mm}$ de la paroi (Fig. 6.17(b)). Considérant les hypothèses mentionnées ci-dessus, une moyenne est effectuée entre les différentes transformées de Fourier, 40 au total, relatives aux points lo-

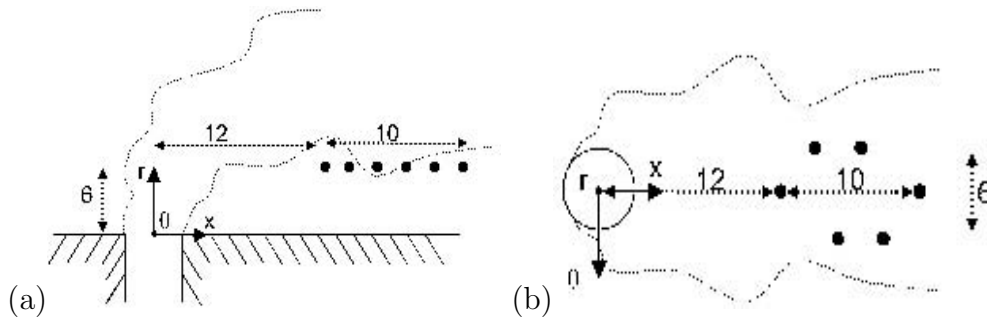


FIG. 6.17 – Localisations des points de mesures des simulations LES dans la région de sillage (dimensions en mm). (a) : plan $z=0$. (b) : plan $Y=6\text{ mm}$.

calisés dans la région de sillage. Le spectre moyen ainsi obtenu est présenté en Fig. 6.18(a) en ligne discontinue. Afin de distinguer au mieux les harmoniques et de révéler les pics les plus importants, une opération de « lissage » est réalisée à l'aide d'une fonction binomiale (filtre Gaussien). Le spectre lissé est montré en ligne continue. Les transformées de Fourier sont exprimées en fonction du nombre de Strouhal fonction du diamètre d du jet et de la vitesse débitante U_0 de l'écoulement principal. Les simulations LES mettent clairement en évidence un pic situé à un nombre de Strouhal de 0.18 et sensiblement supérieur au pic issu des investigations expérimentales où le nombre de Strouhal est trouvé égal à 0.11 (cf. Fig. 6.18(b)). En dépit du fait que les prédictions LES surestiment les mesures, la forme du spectre est toutefois bien reproduite. Les deux figures 6.18(a) & (b), révèlent un pic unique puis une décroissance régulière à plus hautes fréquences.

Avant d'évoquer les raisons qui sont susceptibles d'être à l'origine de la différence de localisation du pic entre les résultats LES et les mesures, il faut préciser au préalable que le temps simulé de $\Delta t=37\text{ ms}$ semble suffire à la convergence statistique. En effet, une statistique correcte relative à l'analyse en fréquences dans une zone de sillage peut être réalisée sur le passage d'au moins 10 structures [58]. Cette condition est largement respectée dans le cas de la LES. Par ailleurs, la fréquence d'acquisition des données étant relativement élevée (de l'ordre de 40000 Hz) l'échantillonnage fourni par la LES est suffisamment grand pour réaliser la convergence statistique.

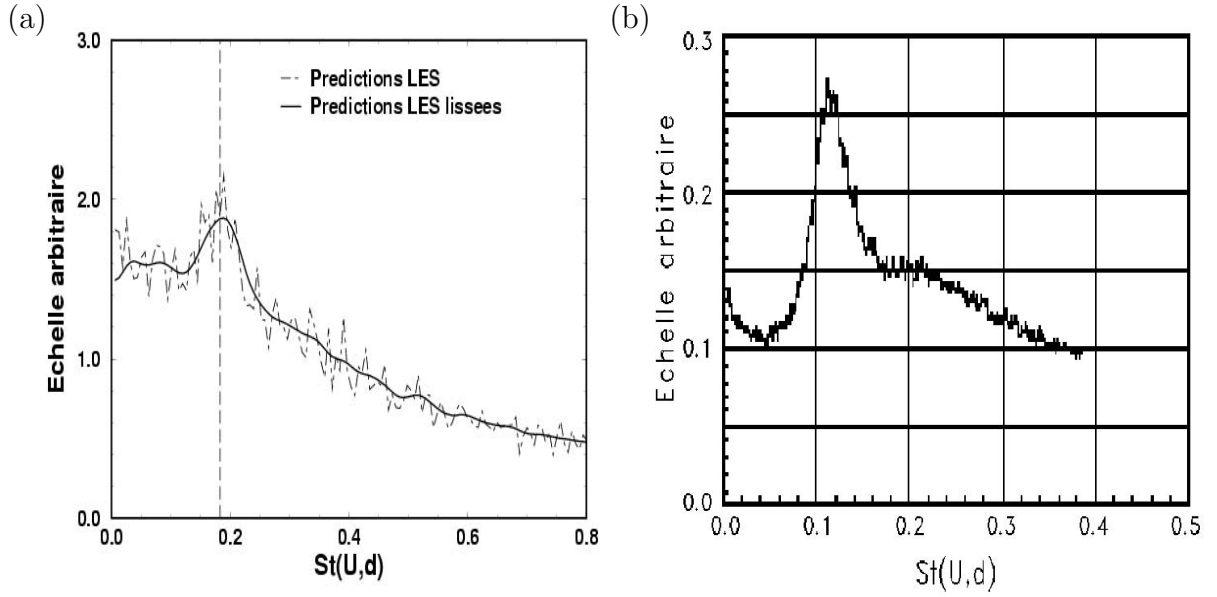


FIG. 6.18 – Analyse en fréquences des structures tourbillonnaires de la région de sillage. (a) : prédictions LES, (b) : mesures expérimentales.

Les différences dans la localisation des pics sont probablement dues au fait que le système d'injection, illustré en Fig. 6.7, Section 6.2, est différent de celui trouvé dans les expériences. Un conduit court avec un rapport de contraction égal à 0.811 est simulé afin de réduire les coûts de calculs et de faciliter le traitement de l'acoustique en entrée d'injection. Du fait de ces différences géométriques, le profil de vitesses au nez de l'injecteur ne représente pas exactement les conditions expérimentales. Or, la topologie du JICF ainsi que la dynamique de l'écoulement dans son ensemble sont en étroite relation avec la forme de ce profil et les fréquences caractéristiques de passage des structures peuvent alors être modifiées. Une autre raison pourrait être à l'origine de ces différences : c'est le fait que l'écoulement soit considéré axi-symétrique et que chaque point de mesure voit passer les mêmes structures. Ces deux hypothèses pourraient constituer une source d'erreur supplémentaire.

3. Analyse des vortex de la couche cisailée amont du jet

Afin de déterminer la topologie de la couche cisailée du jet transverse, il est nécessaire d'établir des vues appropriées. La figure 6.19 dépeint dans un plan $z=0$, le champ de vitesses (figures de gauche) et la fraction massique d'air injectée \tilde{Y}_{O_2} (figures de droite). Pour les deux illustrations, les contours sont analysés dans le champ proche de l'injection : les contours noirs et blancs sont respectivement reliés aux faibles et aux larges niveaux de vitesse et de fraction massique injectée. Ces vues ont pour but de montrer les structures de vorticité de manière qualitative.

La zone d'injection semble suffisamment bien résolue pour capturer les petites structures de vorticité contenues dans la couche de cisaillement du jet. Parallèlement, le pas de temps Δt_{min} , contrôlé par le volume minimal de la cellule et localisé près du nez de l'injecteur,

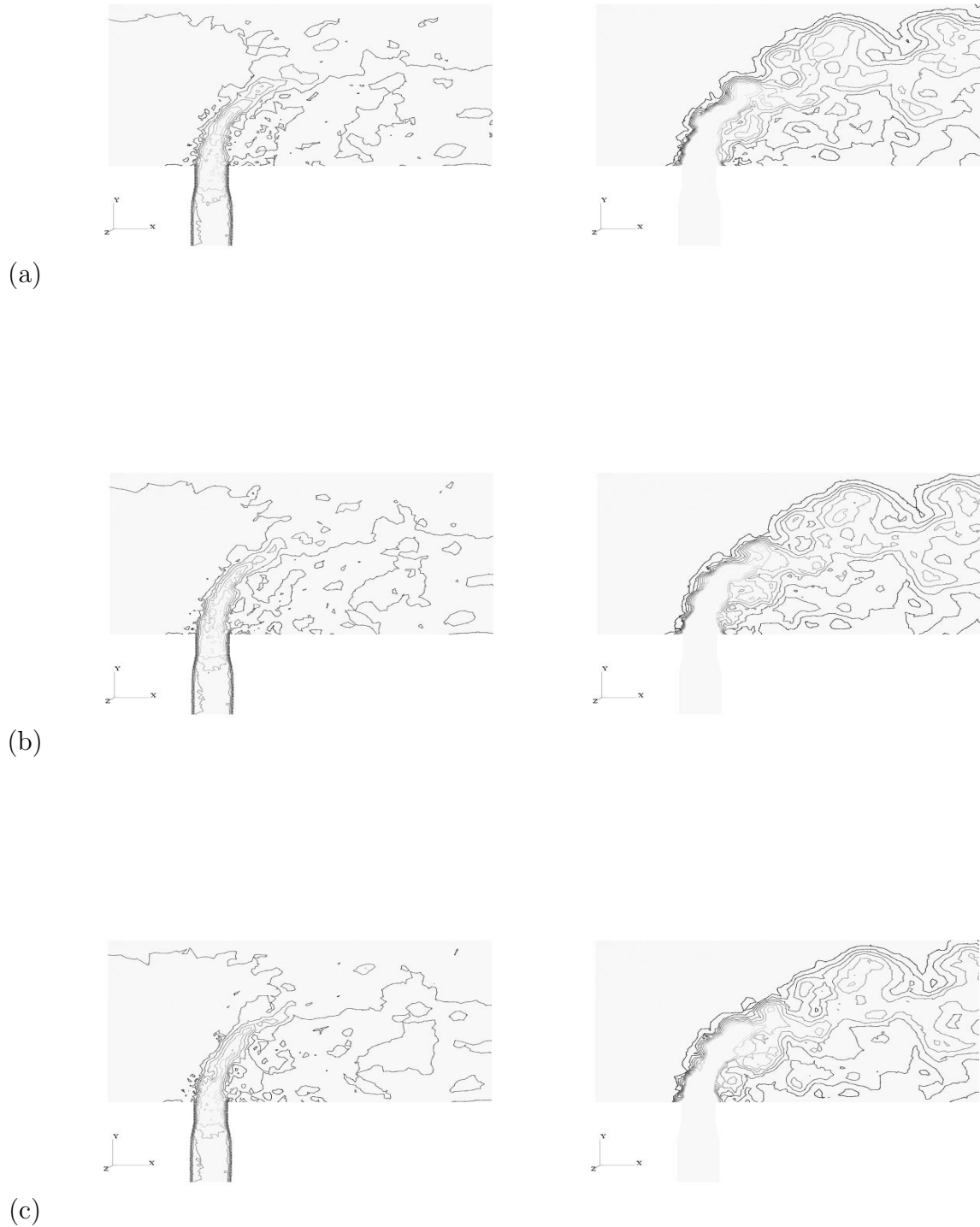


FIG. 6.19 – Visualisations instantanées de la couche cisailée amont du jet dans le plan $z=0$. Figures de gauche : iso-contours de la vitesse. Figures de droite : iso-contours de la fraction massique \tilde{Y}_{O_2} injectée. Représentation de trois champs instantanés pris aux temps t (a), $t + 8 \cdot 10^{-5} s$ (b) et $t + 16 \cdot 10^{-5} s$ (c).

permet une haute fréquence d'acquisition des images ; les vues représentées sur les figures 6.19(a), 6.19(b) et 6.19(c) sont espacées de $8 \cdot 10^{-5} s$ chacune. Les visualisations des contours révèlent des structures significatives de l'écoulement.

La couche de cisaillement qui se développe dès la sortie du jet est clairement mise en évidence par les deux représentations. Sur les vues de gauche (visualisation de la vitesse), les structures de vortex évoluent le long de la couche limite du jet dans la zone d'interaction entre le jet et l'écoulement principal. Des anneaux de vorticité sont observés sur les visualisations de la fraction massique d'air injectée \tilde{Y}_{O_2} ; ils traduisent un comportement ondulatoire du mouvement dans la couche de cisaillement. L'enroulement de ces anneaux serait à l'origine de la formation de la paire de vortex contrarotatifs décrite sur au paragraphe 6.3.1.

Une zone de recirculation localisée derrière la colonne de jet près de la paroi est clairement identifiée comme une zone où les vitesses et les concentrations de scalaires sont importantes. En revanche, ces iso-lignes ne correspondent pas exactement ; ceci s'explique par le fait que l'écoulement d'air principal contourne la colonne de jet créant derrière elle de larges structures. La deuxième observation est que les contours de vitesses sont capturés dans la région proche paroi tandis la fraction massique du scalaire injecté est absente. Il faut préciser que l'utilisation de la loi de paroi implique une vitesse libre au mur et facilite probablement la convection de telles structures.

La figure 6.20 montre une représentation, issue des mesures PIV obtenues au CERT-ONERA, de la couche cisailée dans un plan longitudinal. Le cercle noir représente l'orifice de l'injection voisine du jet visualisé.

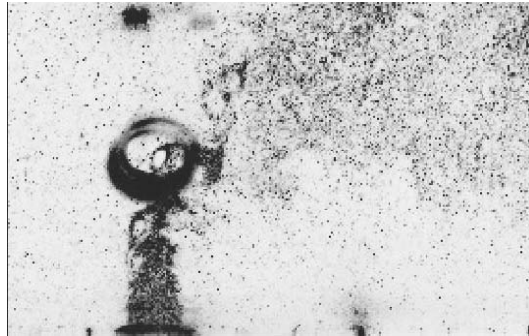


FIG. 6.20 – Visualisation dans un plan longitudinal de la couche cisailée par les mesures PIV obtenues au CERT-ONERA. Forme circulaire noire : orifice de l'injection voisine du jet représenté.

la couche de cisaillement est là aussi, correctement mis en évidence, sur les frontières inférieure et extérieure du jet.

L'étude des fréquences de passage des structures dans la couche de cisaillement du jet a reçu plus d'attention pour les jets transverses acoustiquement pulsés que pour ceux non forcés. On trouve tout de même quelques travaux sur ces derniers qui sont répertoriés dans la section 2.2.

La figure 6.21 montre les trois points localisés dans la couche de cisaillement amont du

jet et à partir desquels les prédictions LES sont extraites. Ces points sont positionnés au mieux pour détecter l'enroulement de la couche cisailée. Dans les expériences, le point de mesure est placé à 6 mm du mur et à 3 mm avant l'axe du jet. Les prédictions LES

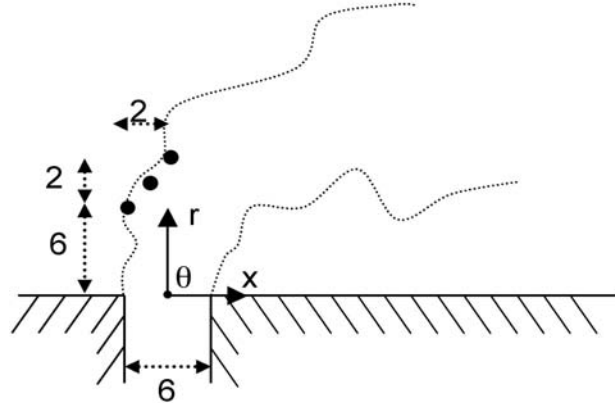


FIG. 6.21 – Positions des points de mesure (dans un plan $z=0$) des prédictions LES concernant la détection des fréquences de passage dans la couche cisailée amont du jet (dimensions en mm).

sont comparées avec les résultats expérimentaux et sont montrés en Fig. 6.22. Comme précédemment, les transformées de Fourier (24 au total) sont moyennées sur les huit jets et le spectre obtenu est lissé.

Une fois de plus, la représentation du spectre issu des prédictions LES montre des similarités avec les mesures. Une réponse est décelée à basses fréquences et est probablement liée à la formation de la paire de vortex contrarotatifs. Cependant, le spectre ne présente pas une dynamique caractéristique pour la valeur du Strouhal comprise entre 0.0 et 0.07 ; ceci peut s'expliquer par le fait les points de mesure sont localisés à l'intérieur du jet et mettent en évidence les détails de la structure du CVP. Les deux spectres se stabilisent alors et révèlent un seuil dans les régions situées autour du Strouhal égal à 0.2 pour la LES et 0.3 pour les mesures. Un petit pic est alors détecté à la valeur $St=0.24$ pour les simulations numériques tandis qu'il se trouve être égal à 0.37 dans l'expérience. Finalement, une décroissance abrupte est observée pour les deux spectres dans la région des plus hautes fréquences.

Tout comme pour l'analyse des fréquences caractéristiques décelées dans la région de sillage, le changement de géométrie du système d'injection ainsi que l'hypothèse d'axi-symétrie sont probablement des sources d'erreurs dans la détection des pics. En outre, la région de la couche cisailée du jet est quelque peu difficile à localiser et, dire que ces trois points situés dans cette région voient les mêmes structures tourbillonnaires passer, peut s'avérer une hypothèse un peu forte. Enfin, dans cette région, la résolution insuffisante du maillage ne garantit pas une description correcte des modes instables de la couche cisailée. Il faut noter enfin, que dans le cas d'écoulements fortement cisailés, une résolution correcte des gradients nécessite non seulement un maillage très dense mais aussi un modèle de sous-maille adapté [50].

La caractérisation de la dynamique des jets transverses libres ainsi que la détermination

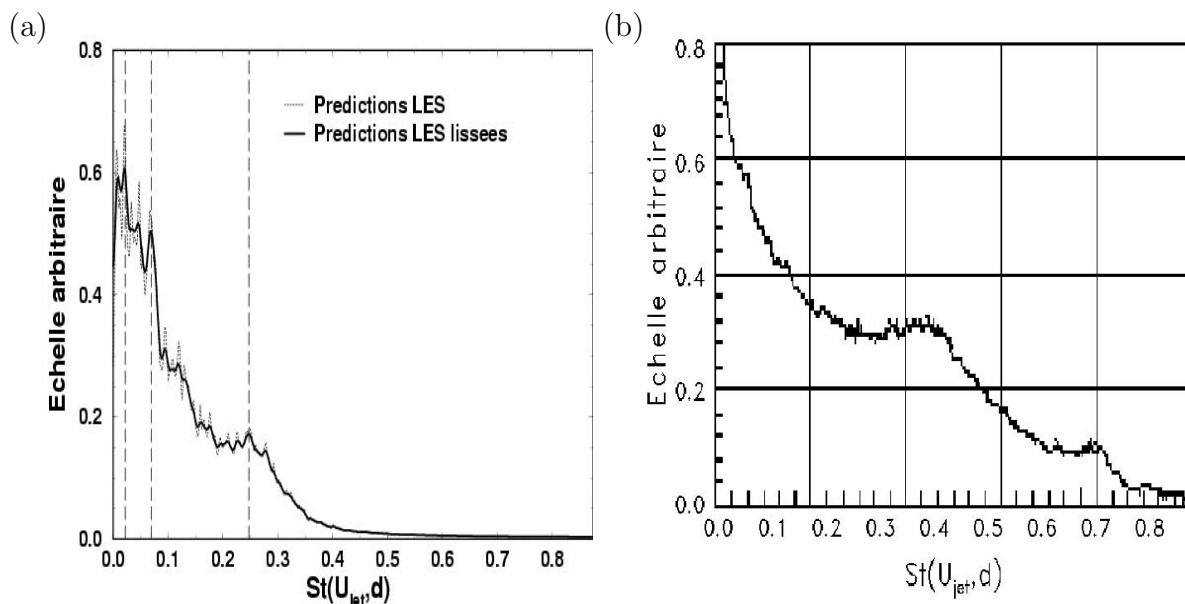


FIG. 6.22 – Analyse en fréquences des structures tourbillonnaires dans la couche de cisaillement amont du jet. (a) : prédictions LES, (b) : mesures.

des fréquences de passage des tourbillons ont été analysées dans ce travail. Les comparaisons avec les investigations expérimentales ont supposé de prendre un certain nombre de précautions. D'une part, les différences géométriques du système d'injection doivent être prises en compte dans la détection des fréquences caractéristiques. La localisation des points de mesure des prédictions LES semble aussi être un facteur déterminant. D'autre part, l'échantillonnage temporel doit être suffisamment long pour obtenir une convergence statistique correcte.

Malgré les difficultés rencontrées dans cette analyse en fréquence, la LES a permis de mettre en évidence un comportement analogue à celui obtenu par l'expérience. Même si la détermination des pics a présenté quelques différences avec les mesures, la forme des spectres a été correctement reproduite indiquant une physique des différents phénomènes identique à l'expérience. De plus, cette analyse a porté sur une géométrie industrielle à haut nombre de Reynolds et à ce jour, peu de travaux ont été effectués pour de telles configurations.

6.4 Comportement moyen de l'écoulement

6.4.1 Profils de vitesses

Dans ce paragraphe, la validation de la LES repose sur l'observation des moyennes temporelles des composantes axiale U et radiale V_r de la vitesse et de la fluctuation axiale u' de la vitesse. Les profils de ces différentes quantités sont directement comparées avec les résultats expérimentaux obtenus au CERT-ONERA. L'obtention des moyennes se fait sur environ deux temps de convection (12 ms), un temps de convection étant basé sur la vitesse débitante U_0 de l'écoulement principal. Les profils sont issus des sections transver-

sales situées $2d$, $5d$ et $10d$ en aval de l'axe du jet. Les prédictions LES sur l'écoulement moyen concernent essentiellement le cas $R=4$. Les profils moyens obtenus pour le cas $R=2$ sont cependant présentés même s'ils fournissent des résultats moins satisfaisants.

→ Le cas $R=2$:

Sur la figure 6.23, les profils des composantes axiale U et radiale V_r du vecteur vitesses sont montrés dans trois sections localisées à $2d$, $5d$ et $10d$ en aval de l'axe du jet et seules les prédictions LES obtenues sur le maillage raffiné M_2 et avec l'injection de turbulence sont comparées avec l'expérience. La principale remarque concernant ces résultats est qu'il

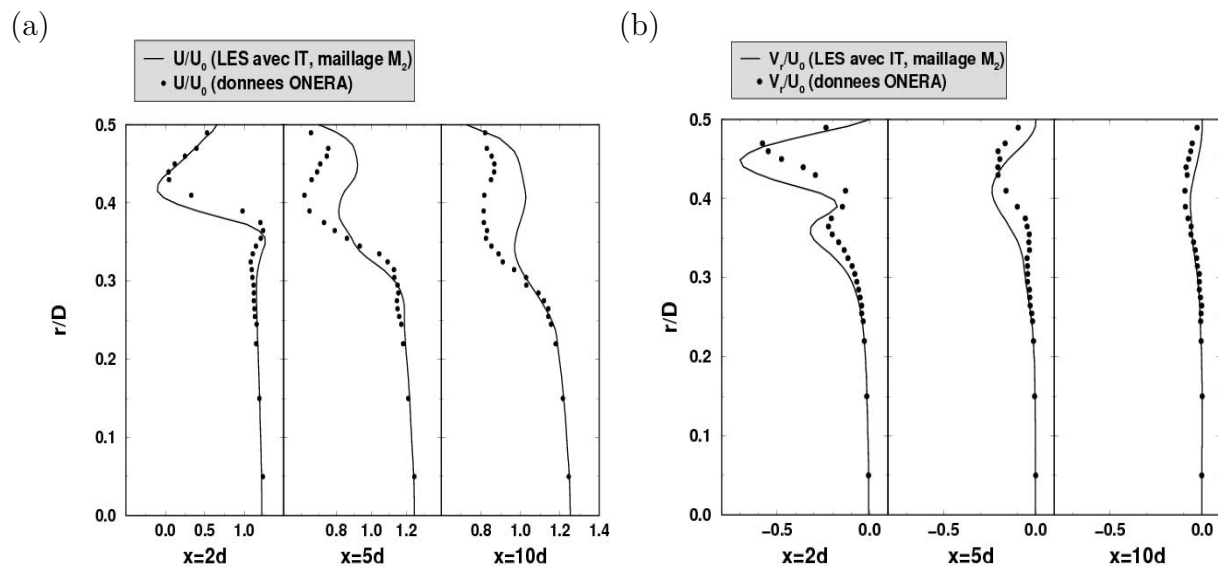


FIG. 6.23 – Prédictions LES des composantes axiale U (a) et radiale V_r (b) de la vitesse ($R=2$) dans les sections situées à $2d$, $5d$ et $10d$ en aval de l'injection. Lignes continues : moyennes temporelles obtenues par la LES sur le maillage raffiné M_2 et avec l'injection de turbulence, cercles noirs : expérience.

apparaît des différences significatives sur le comportement du jet dans la région près de la paroi. Fig. 6.23(a), les écarts observés sur la vitesse axiale U entre les prédictions LES et les résultats expérimentaux montrent une recirculation très nette de l'écoulement dans cette région et un léger décalage du maximum de U à l'intérieur du domaine, traduisant une pénétration trop importante du jet. Ces différences s'amplifient dans la direction de l'écoulement. Fig. 6.23(b), bien que les niveaux de la composante radiale V_r du vecteur vitesse, soient correctement prédits par la LES, comme pour la vitesse axiale U , la position du minimum de V_r , c'est-à-dire la position du noyau du jet, présente des différences par rapport aux expériences.

Les différences observées avec les investigations expérimentales permettent de mettre en évidence certains problèmes non discernables pour le cas $R=4$. Même si la topologie des jets transverses est similaire pour les deux rapports de vitesses, dans le cas $R=2$, l'interaction jet-paroi, plus importante que dans le cas $R=4$, peut faire apparaître quelques difficultés pour prédire correctement l'écoulement. Dans ce travail, les résultats qui suivent

ne concernent que le cas $R=4$; toutefois, une étude d'un jet transverse isolé est réalisée pour un rapport de vitesse $R=2$; ce travail, présenté au chapitre 7, met en évidence les efforts à fournir et les précautions à prendre dans la simulation d'écoulements impliquants de faibles rapports de vitesses.

↗ Une description détaillée du cas $R=4$:

Dans un premier temps, il est intéressant de distinguer chacun des JICF et de mettre en évidence les différences rencontrées entre les profils de vitesse moyenne calculés pour ces huit jets, Fig. 6.24(a) & (b) et ceci pour les trois sections transversales considérées. U et V_r fonctions du rayon, sont adimensionnés par la vitesse débitante U_0 . Les lignes

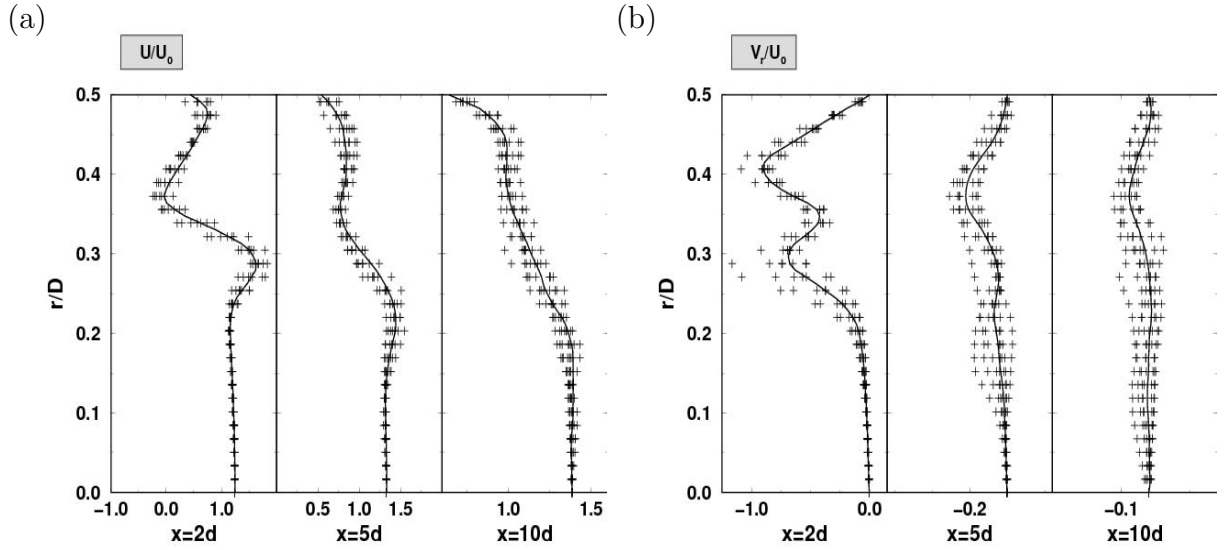


FIG. 6.24 – Prédictions LES des composantes axiale U et radiale V_r de la vitesse ($R=4$) dans les sections situées à $2d$, $5d$ et $10d$ en aval de l'injection. Lignes discontinues : moyennes temporelles issues de chaque rayon, lignes continues : moyenne spatiale des huit profils.

discontinues représentent les mesures effectuées selon huit rayons, disposés tous les 45 degrés; la ligne continue correspond à la moyenne spatiale obtenue à partir des huit profils. Bien que l'écoulement soit supposé axi-symétrique, les profils issus de chacun des jets ne sont toutefois pas superposés. Les différences, significatives dans les régions à fort cisaillement, s'amplifient dans la direction principale. Plus en aval, alors que la dynamique de l'écoulement décroît sensiblement, un temps de simulation plus long semble nécessaire pour obtenir une convergence statistique satisfaisante des plus petites échelles. Concernant la composante axiale U , l'écart est faible, de l'ordre de 5% dans les sections proches de l'injection. Pour la composante radiale V_r , la représentation de chaque profil montre clairement que l'intensité de la structure du CVP n'est pas identique pour tous les jets. Les comparaisons avec les résultats expérimentaux seront effectuées en prenant la moyenne spatiale représentée en lignes continues sur la figure.

Les figures 6.25 & 6.26 montrent respectivement les profils des moyennes en temps et en espace de la vitesse axiale U et radiale V_r , et comparent différents résultats LES avec l'expérience (cercles noirs) pour le rapport de vitesses $R=4$. Le raffinement du maillage est testé ; le maillage M_1 (lignes discontinues) correspond au maillage grossier, tandis que le maillage M_2 (lignes continues) correspond au maillage raffiné. Enfin, les lignes continues avec des croix représentent les résultats LES obtenus avec l'injection de turbulence (IT) sur le maillage raffiné M_2 .

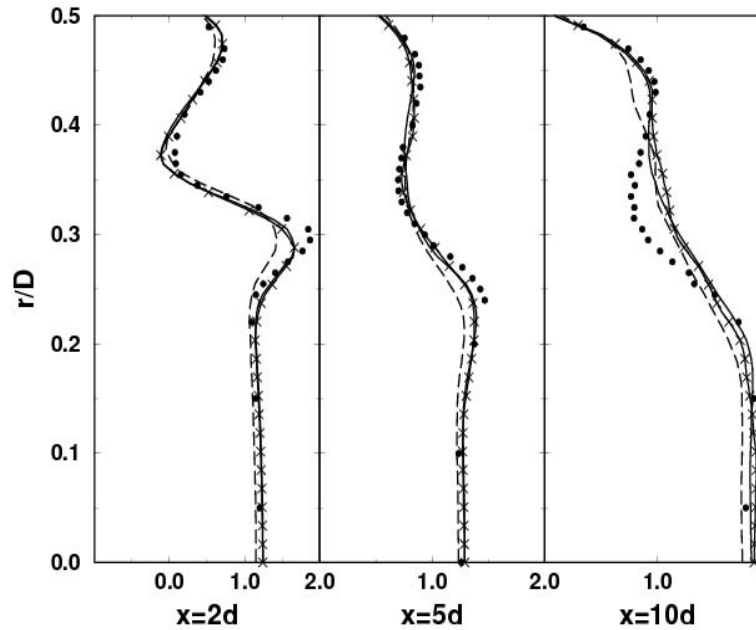


FIG. 6.25 – Comparaisons des profils des moyennes en temps et en espace de la vitesse axiale U entre les résultats LES et l'expérience (cercles noirs) pour le cas $R=4$. Lignes discontinues : cas sans injection de turbulence, maillage M_1 , lignes continues : cas sans injection de turbulence, maillage M_2 , et lignes continues avec des croix : cas avec injection de turbulence, maillage M_2 .

Pour les trois sections considérées, les profils de la composante axiale U montrent des résultats similaires aux mesures expérimentales. Les zones distinctes comme la région proche paroi, la zone de recirculation et la zone de pénétration du jet sont en bon accord avec l'expérience. Seule la longueur de pénétration du jet n'est pas parfaitement superposée aux mesures et cette légère différence est particulièrement observée pour le maillage grossier M_1 . Le raffinement du maillage (maillage M_2) donne de meilleurs résultats : les forts gradients de vitesses dans la région centrale du jet sont mieux résolus. La composante orthoradiale V_r révèle des différences plus prononcées notamment dans la représentation de la paire de vortex contrarotatifs. Là encore, une résolution des forts gradients est probablement influencée par le maillage. Une seconde raison pouvant expliquer cette différence est la différence entre la géométrie des systèmes d'injection utilisés dans l'expérience et dans les simulations. De fait, cela peut influencer la forme du profil des vitesses à la sortie de jet ainsi que la pénétration du jet. Malgré ceci, les prédictions LES des champs moyennés sont très satisfaisants.

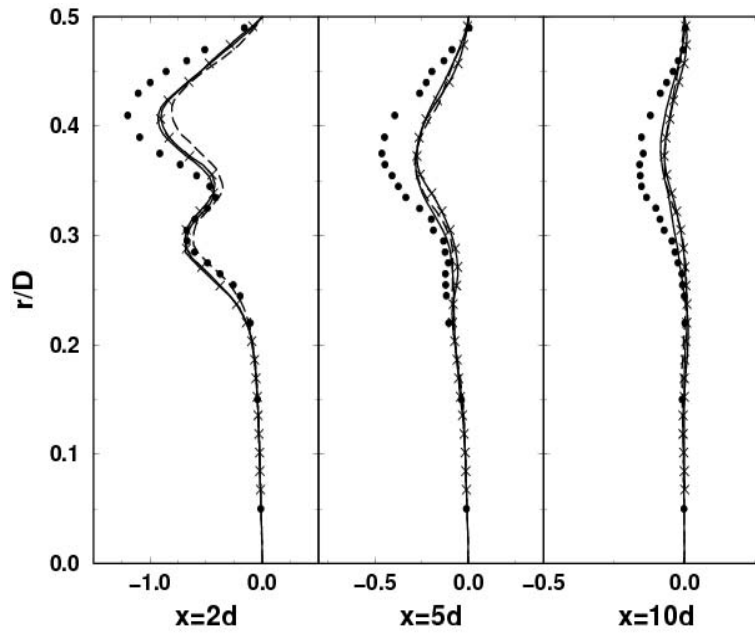


FIG. 6.26 – Comparaisons des profils des moyennes en temps et en espace de la vitesse radiale V_r , entre les résultats LES et l'expérience (cercles noirs) pour le cas $R=4$. Lignes discontinues : cas sans injection de turbulence, maillage M_1 , lignes continues : cas sans injection de turbulence, maillage M_2 , et lignes continues avec des croix : cas avec injection de turbulence, maillage M_2 .

Des simulations numériques RANS ont été effectuées à titre indicatif ; les résultats sont présentés en Fig. 6.27 et sont comparés aux prédictions LES (lignes continues) ainsi qu'aux mesures expérimentales du CERT-ONERA (cercles noirs). Ces données sont fournies par Turboméca et sont obtenues à l'aide des codes N3S (lignes pointillées), Diamant (lignes pointillées-tirets) et Fluent (lignes avec des tirets longs). La qualité des résultats LES par rapport aux résultats RANS est clairement mise en évidence chacune des prédictions RANS présentant des différences importantes avec les mesures ; les pénétrations des jets ainsi que la vitesse au centre du conduit obtenues à l'aide des codes Fluent et Diamant montrent des écarts importants avec l'expérience. En outre, une recirculation dans le sillage du jet apparaît dans les simulations du code Diamant. Enfin, les résultats issus du code N3S montrent une pénétration très satisfaisante par rapport aux mesures mais le comportement au mur s'avère assez différent en particulier dans la section située à $2d$ de l'axe du jet.

La superposition de résultats issus de simulations RANS aux prédictions obtenues par la LES illustre clairement les capacités de l'approche aux grandes échelles à reproduire des écoulements fortement turbulents dans des géométries complexes. Outre l'accessibilité de la LES au comportement instationnaire des structures (*cf.* Section 6.3), la qualité des champs moyens présentés dans ce travail fait de la LES, un outil très prometteur dans la simulation de configurations de turbines à gaz.

La figure 6.28 (à gauche) présente les visualisations des moyennes temporelles et spa-

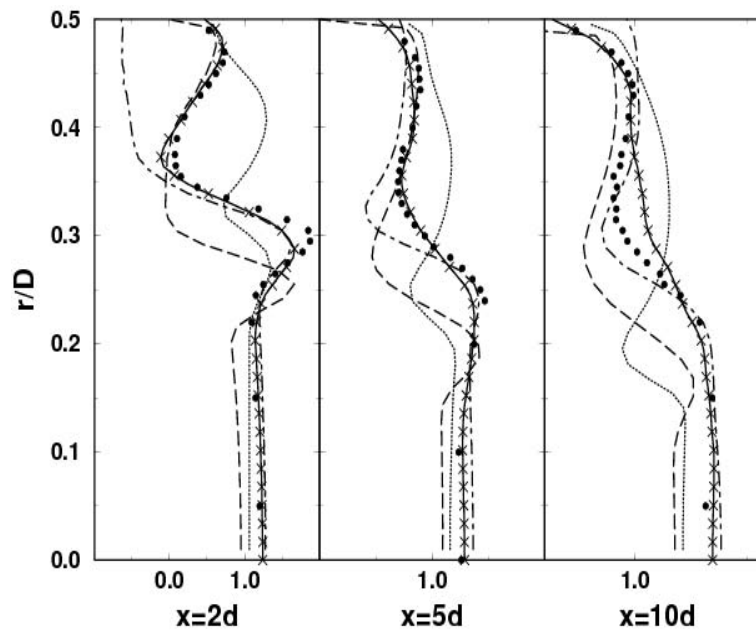


FIG. 6.27 – Comparaisons des profils des moyennes temporelles de la vitesse axiale U pour le cas $R=4$ entre la LES, les mesures et des prédictions RANS fournies par Turboméca. Cercles noirs : mesures du CERT-ONERA, lignes continues : prédictions LES obtenues sur le maillage raffiné M_2 avec l'injection de turbulence, lignes discontinues : résultats LES sur maillage grossier M_1 et sans injection de turbulence, lignes pointillées-tirets : N3S, lignes pointillées : Diamant, tirets longs : Fluent. Remerciements à Dominique Bissière de Turboméca.

tiales de la composante axiale U de la vitesse, dans les trois sections considérées en $x=2d$ (a), $5d$ (b) et $10d$ (c). Ces visualisations, correspondant aux simulations effectuées sur le maillage raffiné M_2 , et avec l'injection de turbulence, sont comparées avec l'expérience (Fig. 6.28 à droite). Le module $\sqrt{V^2 + W^2}$ de la vitesse est également comparé. Les représentations de ces vecteurs vitesses, tout comme l'échelle des couleurs utilisée sont en accord avec les vues expérimentales. Afin de réaliser la moyenne spatiale des huit secteurs considérés, une discrétisation spatiale selon le rayon r et l'angle θ a été effectuée. Il faut enfin préciser que pour des échantillons raisonnables dans ces directions radiales et orthoradiales, le résultat final n'a pas semblé dépendre de cette discrétisation.

Une légère différence peut être observée dans la section située à $5d$ en aval du point d'injection où la pénétration des jets se révèle moins importante que dans les données expérimentales. Cette observation est en accord avec les profils de la vitesse axiale U montrés en Fig. 6.25. En revanche, la section située à $2d$ ne laisse pas apparaître ce comportement ; ceci est probablement dû aux forts gradients de vitesses (où forts gradients de couleurs) présents dans cette région. Toutefois les prédictions LES reproduisent correctement la taille du jet et la forme de « croissant » correspondant aux structures de la couche cisailée. Une dissymétrie est également constatée, particulièrement dans les plan localisés à 5 et $10d$; elle confirme les résultats présentés à la figure 6.24(a). La représentation des vecteurs vitesses évalue elle aussi le caractère non axi-symétrique de l'écoulement. Toutefois elle reproduit bien la paire de vortex contrarotatifs qui perd peu à peu son intensité

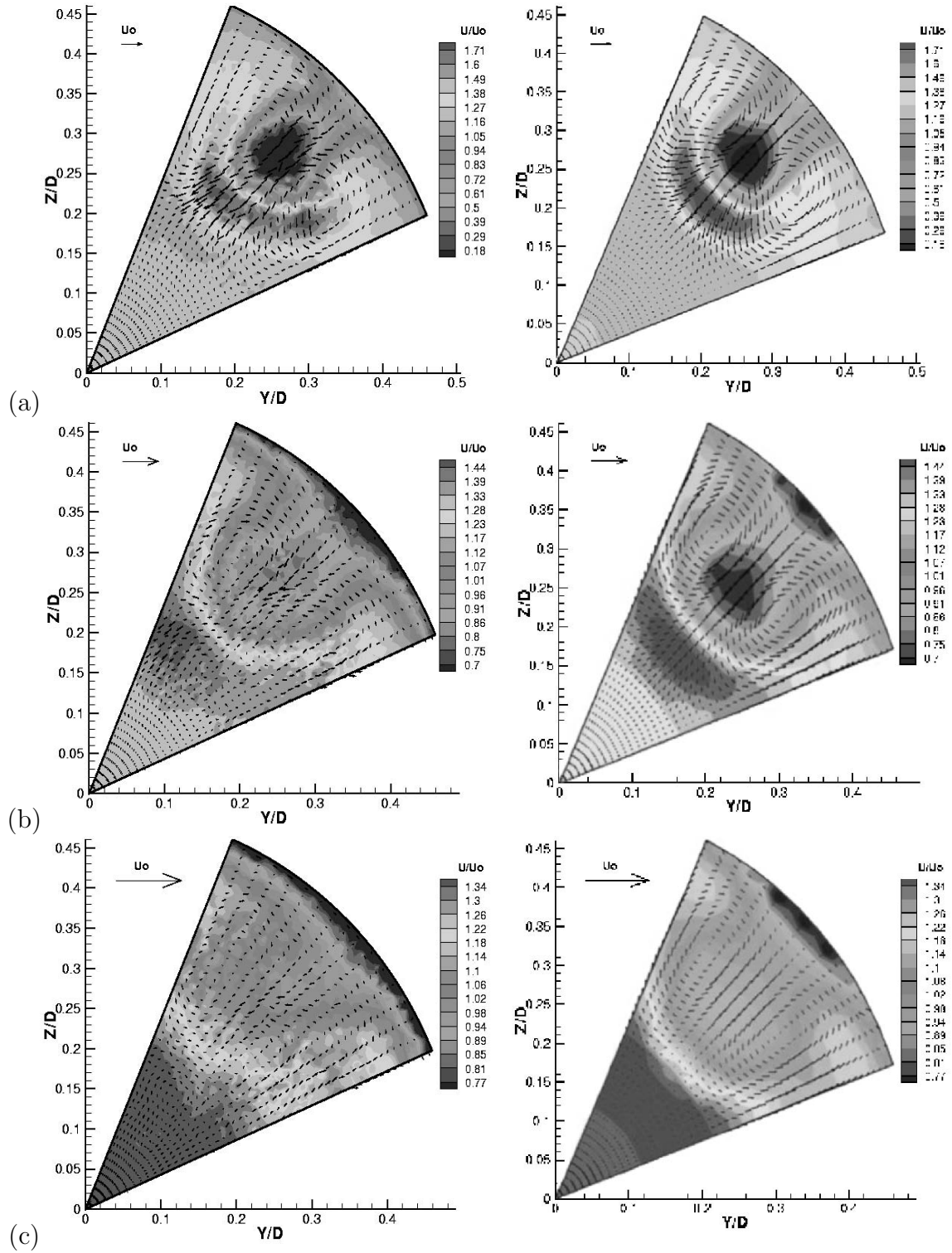


FIG. 6.28 – Visualisations de la composante axiale de la vitesse moyenne ($R=4$) et du module $\sqrt{V^2 + W^2}$ de la vitesse. Figures de gauche : prédictions LES, figures de droite : mesures ONERA. (a) : plan $x=2d$, (b) : plan $x=5d$, (c) : plan $x=10d$.

dans le champ lointain.

Enfin, les résultats relatifs à l'injection de turbulence s'avèrent être similaires aux résultats réalisés sans injection de turbulence ; seule une légère différence est observée au centre du conduit en Fig. 6.29 pour la fluctuation axiale, particulièrement dans les sections localisées à $5d$ et $10d$ en aval de l'injection. Pour des écoulement fortement cisailés, l'injection de turbulence apporte, à priori, peu de changements excepté un niveau de u' légèrement meilleur au centre du conduit. La seule amélioration significative apportée par l'utilisation de l'injection de turbulence se situe à l'entrée du domaine de calcul pour l'estimation des profils de fluctuations axiales.

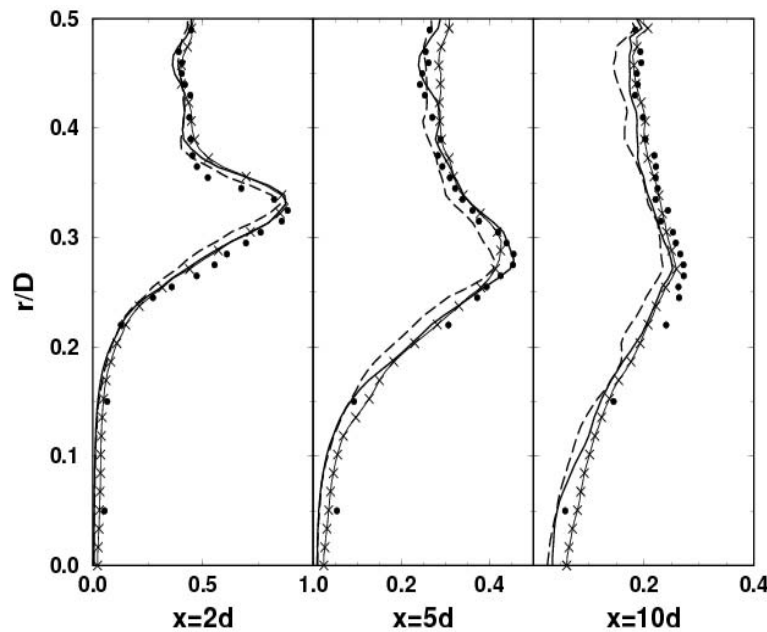


FIG. 6.29 – Comparaisons des profils de la composante axiale u' de la fluctuation moyennée en temps et en espace, entre les résultats LES et l'expérience (cercles noirs) pour le cas $R=4$. Lignes discontinues : cas sans injection de turbulence, maillage M_1 , lignes continues : cas sans injection de turbulence, maillage M_2 , et lignes continues avec des croix : cas avec injection de turbulence, maillage M_2 .

La figure 6.30 compare l'énergie cinétique turbulente k des prédictions LES avec les expériences. Les mêmes sections que précédemment sont considérées et les prédictions LES sont également moyennées en temps et en espace. Sur la section située à $2d$, les niveaux de k sont sensiblement équivalents même si la forme ovale due à la forte activité turbulente de la paire de vortex contrarotatifs est un peu moins discernable que dans l'expérience. En effet, l'intensité du CVP semble bien moins prononcée dans les simulations. La figure 6.26 confirme ceci par une légère sous-estimation de la composante radiale V_r par rapport aux mesures. Ce phénomène peut provenir d'une résolution insuffisante du maillage ; l'énergie cinétique décroît très rapidement due à une forte dissipation liée au maillage. Ce phénomène s'amplifie dans les sections localisées à $5d$ et $10d$, où le maillage s'avère de plus en plus déraffiné. Enfin, même si l'évaluation des profils de la fluctuation de vitesses, présentée en Fig. 6.29, fournit des résultats très satisfaisants en comparaison

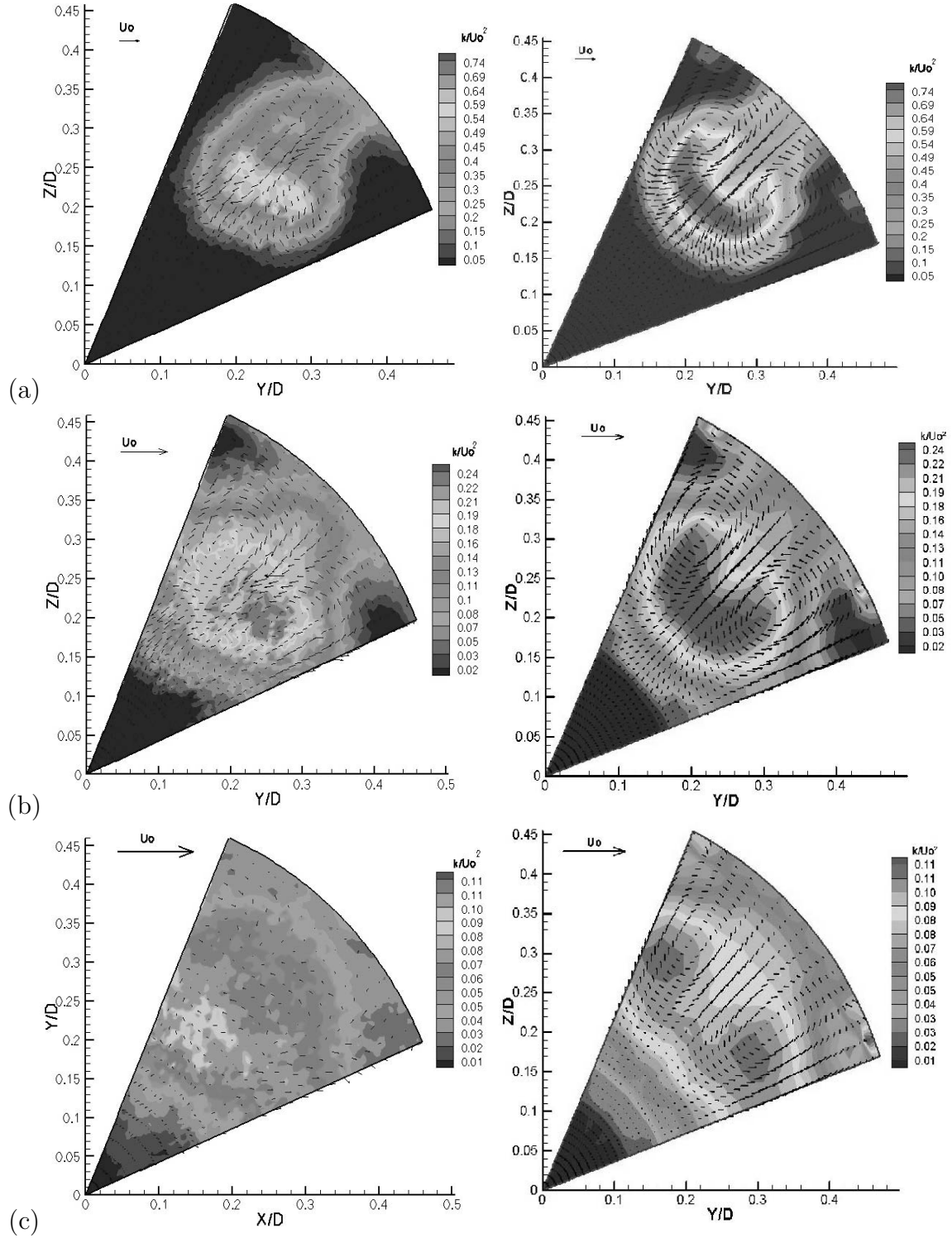


FIG. 6.30 – Visualisations de l'énergie cinétique turbulente k ($R=4$). Figures de gauche : prédictions LES, figures de droite : mesures ONERA. (a) : plan $x=2d$, (b) : plan $x=5d$, (c) : plan $x=10d$.

avec l'expérience, il faut tout de même prendre en considération la dissipation numérique attribuée au schéma de Lax-Wendroff (*cf.* Chapitre 4).

6.4.2 Trajectoires et décroissances

↗ Trajectoires des jets :

Dès les premières investigations sur les JICF, l'étude des trajectoires a fait l'objet d'une attention toute particulière de la part des chercheurs comme des industriels. Les trajectoires sont la plupart du temps basées sur les maxima de la composante axiale U de la vitesse moyenne et de la concentration moyenne du scalaire injecté. Les différentes prédictions LES sont représentées en Fig 6.31 par les symboles en aval des injecteurs et pour le rapport de vitesses $R=4$: les triangles blancs montrent les résultats issus du maillage grossier M_1 sans injection de turbulence (IT). Les ronds blancs et les carrés blancs sont respectivement obtenus avec et sans injection de turbulence sur le maillage raffiné M_2 . Enfin les losanges noirs se réfèrent aux mesures. Des trajectoires obtenues à partir de résultats expérimentaux pour des JICF isolés, sont comparées avec les résultats LES. Ces expressions analytiques sont détaillées dans la table 2.10 au paragraphe 2.2.1. Les prédictions LES sont issues de champs moyens obtenus après deux temps de convection. Comparées aux données expérimentales, ces prédictions sont en bon accord sur toute la longueur du domaine de calcul. L'ensemble des expressions analytiques obtenues pour des

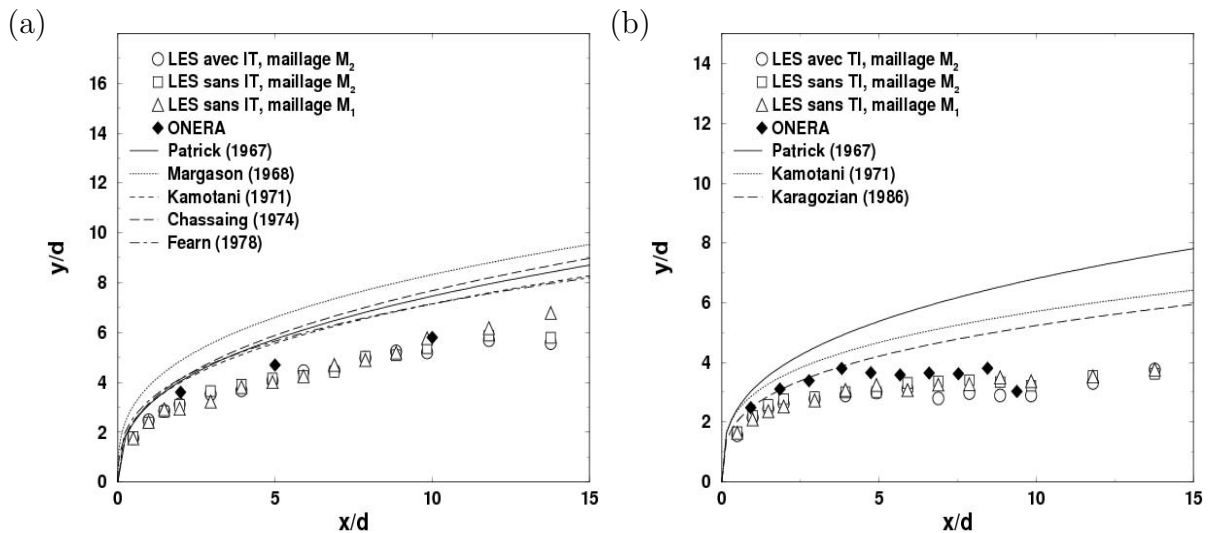


FIG. 6.31 – Trajectoires des jets ($R=4$) définies avec le maximum de la vitesse axiale U (a) et le maximum de la fraction massique injectée (b). Ronds blancs : avec injection de turbulence (IT) et maillage raffiné M_2 , carrés blancs : sans IT et maillage raffiné M_2 , triangles blancs : sans IT et maillage grossier M_1 , losanges noirs : mesures.

jets transverses isolés se situe au dessus des prédictions LES et des mesures ; la pénétration de chaque jet est moins importante du fait du confinement de la chambre de dilution.

Les deux graphes montrent clairement que les maxima des vitesses axiales U ne corres-

pondent pas aux maxima des concentrations. Ceci s'explique par le fait que le transport du scalaire passif par le mouvement turbulent n'est pas exactement le même que le transport de la quantité de mouvement. En analysant chaque trajectoire, l'écoulement peut être divisé en deux régimes. Dans le champ proche, pour $0 < x/d < 5$, du fait du niveau important de la quantité de mouvement, le jet peut être considéré comme un jet libre. En aval, dans le champ lointain, à $x/d > 10$, le JICF se courbe alors sous l'influence de l'écoulement principal et probablement sous l'interaction des autres jets. Les pénétrations des trajectoires de scalaire prédites par les différentes simulations numériques, se situe, comme pour la figure 6.31(a), en dessous des trajectoires issues de la littérature.

La comparaison des différentes prédictions LES ne permet pas de fournir de remarques concluantes. Le déraffinement du maillage et l'injection de turbulence ne semblent pas affecter de façon significative les résultats.

↗ Décroissances des jets :

Les figures 6.32(a) & (b) représentent respectivement les décroissances des maxima de la vitesse axiale et de la concentration du scalaire injecté dans le jet le long des trajectoires présentées précédemment. Les graphes sont montrés en log-log et les décroissances sont fonctions de l'abscisse curviligne s pour le rapport de vitesses $R=4$. Les résultats LES sont représentés avec les mêmes symboles que pour les trajectoires.

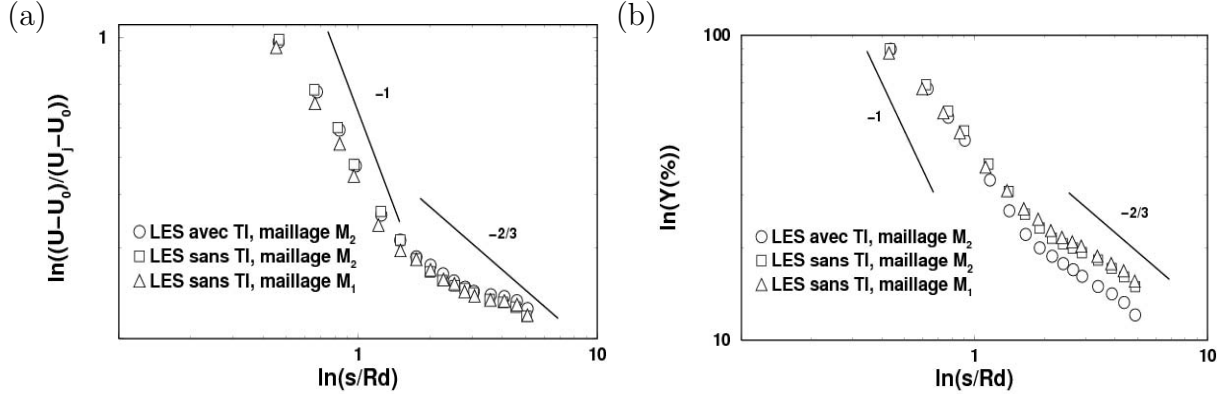


FIG. 6.32 – Décroissances des jets pour $R=4$, définies avec le maximum de la vitesse axiale (a) et le maximum de la concentration scalaire (b) en fonction de l'abscisse curviligne s . Ronds blancs : avec injection de turbulence (IT) et maillage raffiné M_2 , carrés blancs : sans IT et maillage raffiné M_2 , triangles blancs : sans IT et maillage grossier M_1 , lignes continues : lois de décroissance.

Fig. 6.32(b), la concentration maximale correspond au noyau du jet, encore désigné comme le cœur potentiel du jet. Dès la sortie de l'injection, une décroissance brutale en s^{-1} est observée sur les deux graphes dans la région $\log(s/rd) < 1$, c'est-à-dire $s \approx 15d$. Elle peut être associée à la décroissance d'un jet libre. Puis un point de branchement est identifié : il représente une transition dans l'écoulement, lorsque l'angle de déflexion du jet devient non négligeable, et que le jet se courbe sous l'influence de l'écoulement principal. Ce point de branchement correspond en outre à l'accroissement de la paire de vortex

contrarotatifs. Ce phénomène implique une diffusion plus importante du scalaire injecté et une augmentation significative du mélange. L'influence de la résolution du maillage est aussi testée mais les différences observées sont très minimales entre les maillages M_1 et M_2 . Il faut rappeler enfin que, comme pour les trajectoires, les résultats dépendent fortement du modèle de sous-maille et du schéma numérique utilisés.

6.5 Conclusions

Ce travail présente les capacités de l'approche LES à être utilisée comme un outil de recherche très performant dans le design d'une configuration industrielle de jets transverses. Cette étude fait partie intégrante du projet européen MOLECULES et les prédictions LES sont comparées aux mesures expérimentales. Les calculs sont réalisés avec le code AVBP et une attention particulière dans le choix des paramètres est demandée. Le choix du type de conditions aux limites, le modèle de sous-maille ou encore le raffinement du maillage peuvent avoir une influence non négligeable sur le résultat final. Une description correcte des trajectoires en région proche paroi a nécessité une résolution suffisante du maillage mais aussi l'utilisation de la loi de paroi implémentée dans le code de calcul AVBP. Les différents paramètres étant judicieusement fixés, la LES s'avère être un outil très attractif qui offre de nombreux avantages :

- Les résultats fournis dans ce travail prouvent clairement l'habileté de l'approche LES à reproduire correctement la topologie du JICF. Les caractéristiques générales telles que le développement du CVP, les vortex de la couche cisailée et de la région de sillage ont été clairement identifiés au moyen de champs moyens et instantanés. La haute fréquence d'acquisition des données a permis une analyse spectrale de l'activité près de la sortie des jets et une comparaison délicate avec les investigations expérimentales a été entreprise. Même si une différence est trouvée dans la détection et la localisation des pics dominants, la forme des spectres est respectée. Ce travail a nécessité de prendre beaucoup de précautions, et il a, en outre, souligné les efforts à fournir dans la modélisation et la validation de jets transverses d'une configuration industrielle.
- Les deux rapports de vitesses, $R=2$ et $R=4$, ont été investigués et des analyses statistiques des champs moyens ont été entreprises. Malgré quelques difficultés rencontrées pour la cas $R=2$, les prédictions LES obtenues pour le cas $R=4$ sont en très bon accord avec les investigations expérimentales; en effet, les profils moyens et fluctuants reproduisent correctement les mesures dans trois sections localisées en aval dans l'écoulement. Enfin, les trajectoires et décroissances des jets, analysées aux moyens de la vitesse axiale et de la fraction massique injectée, ont été comparées à des fonctions de corrélation pour des jets isolés et montrent une fois de plus les potentiels de l'approche LES dans l'étude de configurations industrielles.

Chapitre 7

LES d'un JICF et validation de la loi de paroi

7.1 Introduction

Cette section présente une comparaison entre des expériences issues de la littérature et les prédictions LES pour un jet transverse isolé à section circulaire. L'objectif principal de ces comparaisons est l'utilisation et la validation de la loi de paroi de type loi logarithmique implémentée dans le code de calcul AVBP et détaillée au paragraphe 3.2.3. Des résultats de simulations numériques obtenus avec des murs isothermes non glissants sont utilisés comme référence. L'utilisation de la loi de paroi se traduit par la modélisation des profils de vitesses (et de températures) dans la région proche de la paroi ; elle permet ainsi de prendre en considération les effets du mur sur l'écoulement. Cependant, une telle modélisation ne permet pas le développement des structures cohérentes relatives aux JICF dans cette région. Toutefois, en comparant avec les mesures expérimentales, de nettes améliorations des résultats obtenus avec la loi de paroi sont observées sur les champs de vitesses (moyennes et fluctuantes) comme sur les champs scalaires.

Dans la littérature, rares sont les travaux qui portent à la fois sur la dynamique du jet, caractérisée par des résultats sur les vitesses (moyennes et fluctuantes), et sur les concentrations. Deux expériences présentant des séries de mesures souhaitées ont donc été choisies et sont introduites brièvement. Il s'agit des travaux d'Andreopoulos & Rodi [2] et d'Andreopoulos [3] pour le premier cas, et de Smith & Mungal [82] pour le second cas :

- Andreopoulos & Rodi ont réalisé, au moyen de la technique d'anémométrie à fil chaud, des mesures sur un jet transverse perpendiculaire à un écoulement principal. Les vitesses moyennes et fluctuantes ont été obtenues pour trois rapports de vitesses R égaux à 0.5, 1 et 2. La vitesse dans la canal principal est fixée à $13.9 m \cdot s^{-1}$ et les différents cas sont réalisés en faisant varier la vitesse d'injection. Par ailleurs, une seconde expérience est réalisée [3] ; elle fournit des informations sur les champs de scalaire par l'intermédiaire d'une augmentation de 4 degrés de la température du fluide issu du jet. Cette augmentation reste très faible afin de préserver des densités de fluides égales et de conserver le rapport de quantité de mouvement J défini en Eq. 2.1. Des mesures du champ de

température sont alors effectuées à l'aide de thermocouples et les profils sont extraits.

- Les investigations expérimentales de Smith & Mungal portent sur l'étude des concentrations. L'écoulement issu de l'injecteur et perpendiculaire à l'écoulement principal, estensemencé de vapeur d'acétone et des images $2D$ sont obtenues à l'aide de la PLIF (*cf.* Paragraphe 1.3.1) ; les profils sont obtenus dans différentes sections transverses au conduit principal. Les rapports de vitesses R sont compris entre 5 et 25 et le nombre de Reynolds d'injection basé sur le diamètre d du jet et la vitesse d'injection U_j varie de 8400 à 41500. La vitesse de l'écoulement principal reste constante et égale à $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Smith & Mungal distinguent dans un premier temps les trois régions représentatives du jet transverse (*cf.* Fig. 2.1) puis, les profils de concentration ainsi que les décroissances du jet sont représentés et analysés.

Les simulations numériques sont réalisées pour un seul rapport de vitesse R dans chacune des deux études expérimentales citées ci-dessus. Au préalable, les conditions aux limites et les paramètres des domaines de calculs et des simulations sont présentés. Par souci de rédaction, les résultats prédits par Andreopoulos & Rodi et Smith & Mungal seront respectivement notés A&R et S&M.

7.2 Les simulations numériques

7.2.1 Les conditions aux limites

L'enjeu de ce travail est d'une part, une comparaison des prédictions LES avec les expériences d'A&R et de S&M et d'autre part, une validation de la loi de paroi implémentée dans AVBP. Le domaine de calcul (relatif aux expériences d'A&R) est montré Fig. 7.1 et les patches de conditions aux limites sont représentés. Ces patches, décrits dans la table 7.1, sont identiques pour les deux cas simulés, A&R et S&M.

Patch \Rightarrow Caractérisation	Mots clefs AVBP	Propriété acoustique
1 \Rightarrow Entrée de la chambre	INLET_RELAX_UVW_T_Y	Partiellement réfléchissante
2 \Rightarrow Entrée d'injection	INLET_RELAX_UVW_T_Y	Partiellement réfléchissante
3 \Rightarrow Sortie de la chambre	OUTLET_RELAX_P	Partiellement réfléchissante
4 \Rightarrow Mur isotherme glissant	WALL_SLIP_ISOT	Réfléchissante

5 \Rightarrow Mur isotherme non glissant (cas A)	WALL_NOSLIP_ISOT	Non réfléchissante
\Rightarrow Loi de paroi isotherme (cas B)	WALL_LAW_ISOT	Réfléchissante

TAB. 7.1 – Types de conditions aux limites caractéristiques imposées dans les simulations numériques sur les différents patches présentés en Fig. 7.1. Table valable pour le cas d'A&R comme pour le cas de S&M.

Les entrées (patches 1-2) et la sortie (patch 3) sont des conditions d'entrée et de sortie partiellement réfléchissantes et le patch 4 est un mur glissant isotherme où seule la température est imposée à $300K$ tandis que les vitesses sont laissées libres. Cette condition permet de modéliser la chambre telle un espace non confiné. Concernant le patch 5,

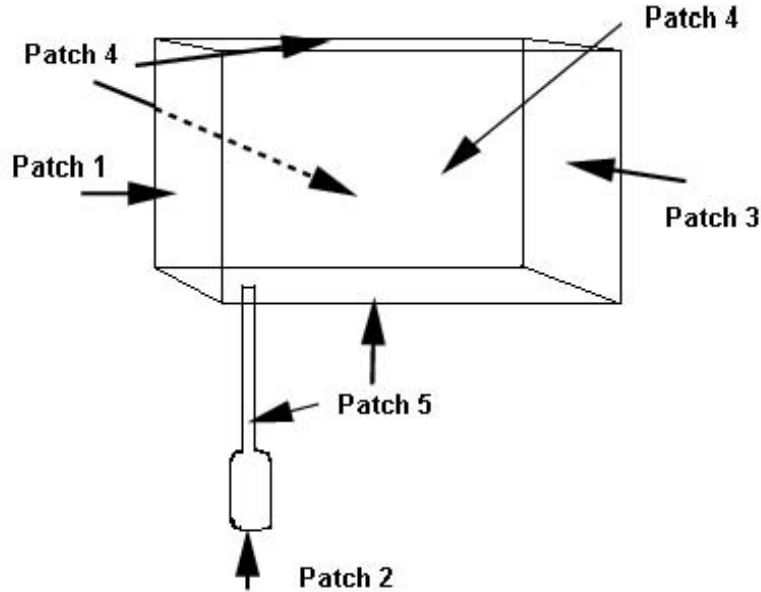


FIG. 7.1 – Représentation des patches de conditions aux limites pour la simulation du jet transverse dans le cas d'A&R. Patches identiques pour le domaine de simulation de S&M.

la condition aux limites est un mur isotherme non glissant ($\tilde{T}=300K$, $\vec{v}=\vec{0}$) pour le cas A tandis que la loi de paroi est utilisée pour le cas B.

7.2.2 Les paramètres du domaine de calcul

Les paramètres sont les mêmes pour les deux configurations simulées d'A&R et de S&M. Le modèle de sous-maille utilisé est le modèle de Smagorinsky (*cf.* Paragraphe 3.1.4) et le schéma numérique est celui de Lax-Wendroff. Les deux maillages sont totalement structurés et constitués d'héxahédres. Les paramètres des maillages sont définis en Tab. 7.2. Le temps CPU requis pour un temps convectif (basé sur la longueur de la chambre et la vitesse débitante du conduit principal) est relativement élevé du fait des faibles vitesses de l'écoulement principal. Ce temps CPU est par ailleurs fortement dépendant du pas temps minimal qui est directement lié à la taille minimale de cellule. Une attention toute particulière a donc été portée sur le maillage des deux configurations considérées. Enfin, les simulations sont réalisées sur 32 processeurs SGI Power Challenge, CINES).

Maillages	Nombre de cellules	Min/Max de la taille de cellule (m)	$\Delta t_{min}(s)$	CPU requis (h)
Andreopoulos & Rodi	700000	$2.04 \cdot 10^{-3} / 5.5 \cdot 10^{-2}$	$3.1 \cdot 10^{-6}$	15
Smith & Mungal	560000	$2.08 \cdot 10^{-4} / 3.3 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{-7}$	35

TAB. 7.2 – Caractéristiques des maillages utilisés pour les simulations des cas d'A&R et de S&M.

7.2.3 Les paramètres des simulations

Les paramètres de l'écoulement sont présentés dans la table suivante, Tab. 7.3. Le rapport de vitesses $R=2$, cas d'A&R, est investigué; dans le cas d'une faible valeur de R , le jet se courbe rapidement sous l'influence de l'écoulement principal et a tendance à se rapprocher de la paroi du bas. Le choix d'un tel rapport vise à mettre en évidence la nécessité d'utiliser une loi de paroi afin de modéliser proprement l'écoulement dans la région située près des murs, dans le conduit principal comme dans le système d'injection. Il faut noter enfin que le rapport $R=2$ a été utilisé dans la configuration multi-jets de MOLECULES, présentée au chapitre 6, et n'a pas apporté de résultats concluants dans la comparaison des profils de vitesses avec l'expérience. Il faut remarquer en revanche que pour cette étude, seuls les murs du conduit principal ont été modélisés avec la loi de paroi. Le second rapport de vitesses étudié, $R=10$, est attribué au cas de S&M; il vise à étudier une configuration avec un rapport de vitesses R élevé.

Cas simulés	Rapport des vitesses R	Caractéristiques de l'injection	Caractéristiques de l'écoulement principal	Prédictions LES
A&R	2	$d=50mm$ $U_j=29.8m \cdot s^{-1}$ $Re=82\,000$	$U_\infty=13.9m \cdot s^{-1}$ $\delta=14mm$	Champs de U , TKE et Y_{O_2} Trajectoires (selon U et Y_{O_2}) Décroissances (selon U et Y_{O_2})
S&M	10	$d=5mm$ $U_j=50m \cdot s^{-1}$ $Re=16\,000$	$U_\infty=5.0m \cdot s^{-1}$ $\delta=1.1mm$	Champs Y_{O_2} Décroissances (selon Y_{O_2})

TAB. 7.3 – Caractéristiques de l'écoulement pour les deux cas simulés relatif aux études expérimentales d'A&R et de S&M. Désignation de l'énergie cinétique turbulente par le terme « TKE ».

Il est important de noter que toutes les vitesses sont intégrées sur chaque patch d'entrée (patches 1 & 2) du domaine et les flux massiques sont rapportés à ceux de l'expérience. En d'autres termes, quelque soit la condition aux limites utilisée, les rapports de vitesses R sont basés sur les vitesses débitantes et non sur la vitesse au centre de l'injecteur qui peut varier d'une condition aux limites à l'autre (*cf.* Section 7.3).

A ceci, il faut rajouter que l'entrée du canal principal se situant relativement près de l'axe du jet, un profil de type loi logarithmique est imposé sur le patch 1; ainsi dès l'entrée du domaine, l'écoulement moyen près du mur reproduit correctement les conditions de l'expérience. Enfin, une analyse relative à la résolution de chacun des maillages a été réalisée : dans les deux simulations les échelles de la turbulence sont sous-représentées. En effet, en prenant la longueur turbulente l_t de l'ordre du tiers du diamètre d'injection, le nombre de Reynolds turbulent du cas d'A&R est estimé, localement, à 10000 dans les régions de la couche cisailée; le rapport $\Delta x/\eta$ est alors de l'ordre de 200. Concernant le cas S&M, ce rapport est plus faible, de l'ordre de 50 et le Re_t correspondant vaut approximativement 1500. La modélisation sous-maille devient alors essentielle pour de tels écoulements afin de dissiper correctement l'énergie emmagasinée à petites échelles.

Enfin, dans les deux études expérimentales, de l'air est injecté dans un écoulement transversal d'air; l'azote est employé dans les simulations et un scalaire passif possédant

les mêmes propriétés thermodynamiques que l'azote est utilisé pour distinguer le fluide issu de l'injecteur de l'écoulement principal.

7.3 Le cas d'Andreopoulos & Rodi

7.3.1 Le domaine de calcul

Les figures 7.2(a) & (b) montrent les dimensions du domaine de calcul utilisé pour les simulations du cas d'A&R. La hauteur et la largeur du canal principal sont suffisamment grandes pour ne pas influencer la trajectoire du jet. L'injecteur est un conduit cylindrique de diamètre d égal à 50mm et de longueur L est égale à 600mm et un plénum d'admission est modélisé comme dans l'expérience. L'entrée du canal principal est située 4 diamètres

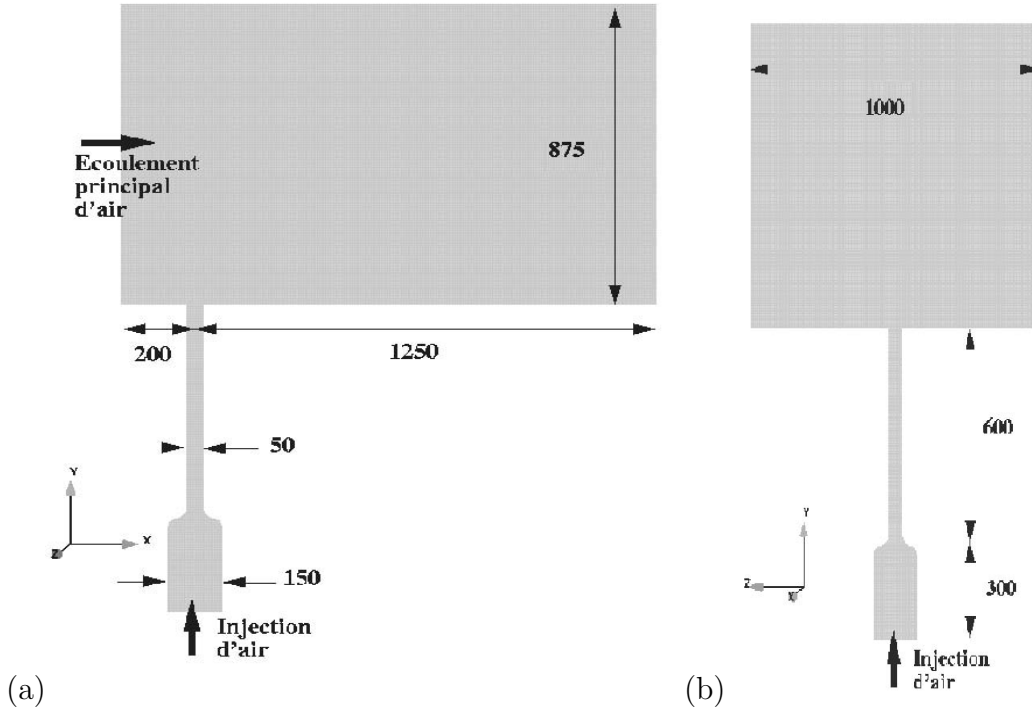


FIG. 7.2 – Coupes longitudinale en $z=0$ (a) et transversale en $x=0$ (b) du domaine de calcul considéré pour les expériences d'A&R (dimensions en mm).

d'injecteur en amont de l'axe du jet et l'écoulement principal est établi avec un profil logarithmique. Comme remarqué au paragraphe 2.2.2, l'épaisseur de couche limite δ de l'écoulement principal influence fortement la dynamique de l'écoulement et plus particulièrement la formation des structures cohérentes telles que les tourbillons de la couche cisailée ou la paire de vortex contrarotatifs. δ est évaluée pour le cas B (cas simulé avec la loi de paroi) dans la région située en aval de l'axe du jet et est approximativement comprise entre 0.4 et $0.5d$. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celle obtenue dans les investigations expérimentales d'A&R où δ est égale à $0.278d$. Le coefficient de

frottement C_f , déduit à partir de la composante de cisaillement au mur, $C_f = \tau_w / (0.5 \rho \bar{U}^2)$, est voisin de $3 \cdot 10^{-3}$ et est proche du C_f rencontré dans l'expérience ($C_f = 3.7 \cdot 10^{-3}$).

Enfin, les niveaux de turbulence de l'écoulement dans le canal principal sont très faibles, de l'ordre de 0.08% de la vitesse, et sont, eux aussi, en accord avec ceux obtenus dans l'expérience et estimés à 0.05%. En raison des faibles niveaux de fluctuations turbulentes, il n'a pas été nécessaire d'imposer une perturbation à l'entrée du domaine de calcul. Une condition d'entrée « classique » partiellement réfléchissante est donc utilisée dans ce travail.

7.3.2 Dynamique de l'écoulement en champ proche

Une analyse du profil des vitesses moyennes dans le conduit d'injection est effectuée et les cas A et B sont comparés. Par ailleurs, des visualisations de la dynamique de l'écoulement dans le champ proche sont réalisées sur des champs instationnaires. Des différences notoires sont décelées entre les deux cas tant sur le comportement moyen que sur le comportement instantané de l'écoulement.

↗ Analyse des profils de vitesses en injection :

Dans un premier temps, le profil des vitesses moyennes est analysé en plusieurs sections du conduit localisées aux ordonnées $y=0$ (section A), $y=-0.5d$ (section B) et $y=-2d$ (section C), (Fig. 7.3(a)), l'origine du repère se situant en sortie du jet. Les cas A (lignes discontinues) et B (lignes continues) sont montrés mais seules les prédictions LES obtenues en sortie d'injection (section A) sont comparées aux résultats expérimentaux représentés en cercles noirs.

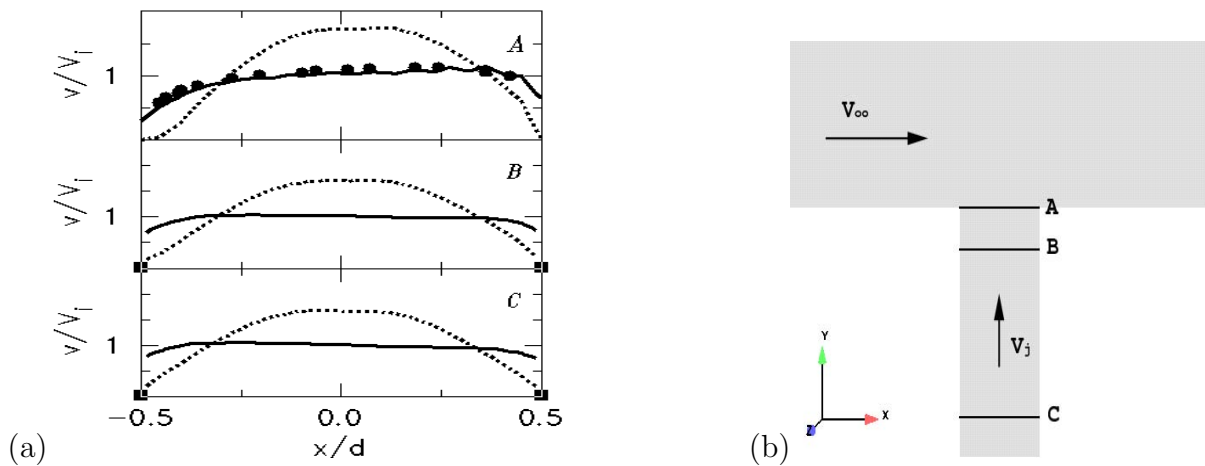


FIG. 7.3 – Profils de la vitesse moyenne V adimensionnée par la vitesse d'injection V_j (a) en trois sections localisées aux ordonnées $y=0$ (section A), $y=-0.5D$ (section B) et $y=-2D$ (section C) (b). Cas A : lignes discontinues, cas B : lignes continues et cercles noirs : expériences d'A&R.

L'utilisation de la loi de paroi fournit des résultats en très bon accord avec l'expérience. Par ailleurs, bien que le flux massique injecté soit identique pour les cas A et B, une différence très nette apparaît sur la forme des profils simulés ; un profil parabolique est observé pour le cas A où l'utilisation de murs non glissants isothermes impose une vitesse nulle à la paroi. En revanche pour le cas B, un profil escompté de type Poiseuille turbulent est observé. L'écart entre les vitesses maximales au centre du conduit, (1.5 fois plus élevées pour le cas A), peut avoir une conséquence directe sur la pénétration du jet dans l'écoulement transverse, sur la formation des structures cohérentes du JICF, notamment de la structure de CVP, mais aussi sur le processus de mélange entre les deux fluides. Des visualisations instantanées, présentées par la suite, montrent l'influence des conditions aux limites sur l'activité tourbillonnaire qui se développe dans la zone d'injection.

↗ Visualisations de l'écoulement en champ proche :

La détection de la structure de vorticité en « fer à cheval » est analys e dans le plan $z/d=0$. La figure 7.4 présente les lignes de courant issues des composantes U et V du vecteur vitesses et obtenues à partir des investigations expérimentales d'A&R pour le rapport de vitesses $R=0.5$. La figure illustre la forte interaction entre le jet et l'écoulement principal dans la région de sortie du jet. L'apparition d'une recirculation associée à une remontée de fluide issue de l'injection (Fig. 7.4(b)) sont décelées, mais cette configuration de l'écoulement est particulièrement instable.

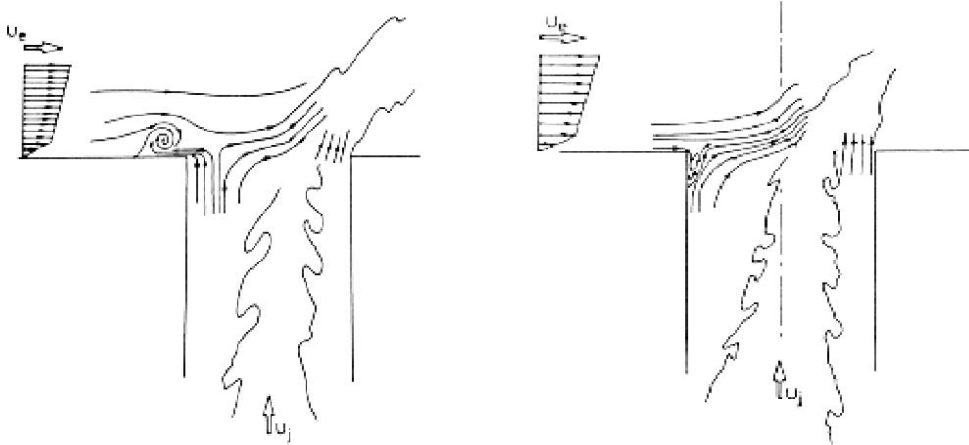


FIG. 7.4 – Visualisations expérimentales dans le plan $z/d=0$ de la structure de vorticité en « fer à cheval » issue des expériences d'A&R pour un rapport de vitesses $R=0.5$. Recirculation du fluide dans l'injecteur, figure (b), instable.

Les prédictions LES en champ proche obtenues pour les cas A et B sont également mises en évidence pour le cas $R=2$ et présentées Fig. 7.5. Les lignes de courant sont issues du vecteur vitesses instantanées. La topologie de l'écoulement fait apparaître des différences significatives entre les deux cas étudiés. Concernant le cas A, Fig. 7.5(a), l'utilisation de parois isothermes non glissantes entraîne la formation d'une structure de vorticité localisée avant l'injection. En outre, une deuxième recirculation, plus petite, est décelée juste en

amont de la première. Ce système de deux structures tourbillonnaires reproduit assez bien les visualisations de Kelso *et al.* [43] dans le cas d'un faible rapport de vitesses R et pour un nombre de Reynolds de l'écoulement principal inférieur à 2000. En revanche pour des Reynolds plus élevés, ils constatent l'apparition d'une troisième structure située plus en amont (*cf.* Fig. 2.4), structure qui n'est cependant pas détectée dans les simulations. Néanmoins, des précautions sont à prendre dans la mesure où la représentation de la couche limite turbulente de l'écoulement principal, dans le cas réalisé avec des murs non glissants, reste incorrecte du fait de la résolution insuffisante du maillage. La visualisation des structures en aval du jet ne signifie pas qu'elles sont présentes dans l'écoulement considéré d'A&R.

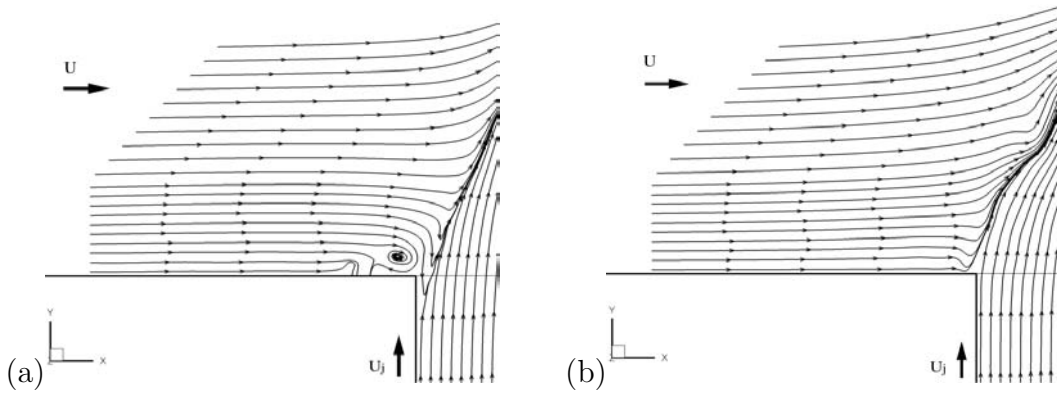


FIG. 7.5 – Lignes de courant issues d'un champs LES instantané représentées dans le plan $z/D=0$ et visualisation de la structure de vorticité en « fer à cheval » pour le rapport de vitesses $R=2$. (a) : cas A, mur non glissant isotherme, (b) : cas B, loi de paroi.

Enfin, une recirculation dans le conduit d'injection est observée mais disparaît dans l'écoulement stationnaire obtenu après un moyennage des champs instantanés sur environ un temps convectif. Concernant le cas B, Fig. 7.5(b), le champ de vitesses dans la région de la paroi est modélisé et impose une vitesse non nulle à la paroi. De fait, aucune recirculation n'est observée et la structure du tourbillon en « fer à cheval » n'est, par conséquent, pas décelée. Par ailleurs, il n'apparaît, à aucun instant, de remontée de l'écoulement dans le conduit d'injection.

Bien que l'utilisation de la loi de paroi améliore considérablement les prédictions LES, en particulier pour les profils des vitesses et du scalaire présentés par la suite, la modélisation du champ de vitesses (et de température) dans la région proche de la paroi ne permet pas le développement des structures de vorticité dans cette région telles que le vortex en « fer à cheval ». Il faut noter que, malgré l'influence de ces structures sur le développement de la paire de vortex contrarotatifs et sur le mélange, les résultats apportés par la loi de paroi sont très concluants comparés à ceux fournis avec une condition aux limites de murs non glissants. Enfin, la prise en compte de telles structures dans l'étude d'écoulements dans des géométries complexes et pour des nombres de Reynolds élevés ne constitue pas un réel objectif industriel.

→ **Champs de vorticité instantanés :**

Les figures 7.6(a) & (b) représentent les iso-lignes de la composante Ω_z du vecteur instantané de vorticité dans le plan $z=0$ pour les cas A & B. Le maximum de la norme de Ω_z est de l'ordre de $1000s^{-1}$ (niveaux noirs) tandis que les faibles niveaux sont en gris clair. Ces visualisations mettent en évidence l'activité tourbillonnaire qui se développe dans le champ proche du jet ; les structures de vorticité de la couche de cisaillement et du sillage sont détectées. Ces visualisations présentent des comportements assez différents entre les deux cas simulés. Une pénétration plus importante pour le cas A, Fig.7.6(a), est observée et les structures de vorticité semblent se développer plus facilement le long de la colonne de jet. En revanche, concernant le cas B, Fig. 7.6(b), le jet se courbe plus rapidement sous l'influence de l'écoulement transverse et vient longer la paroi.

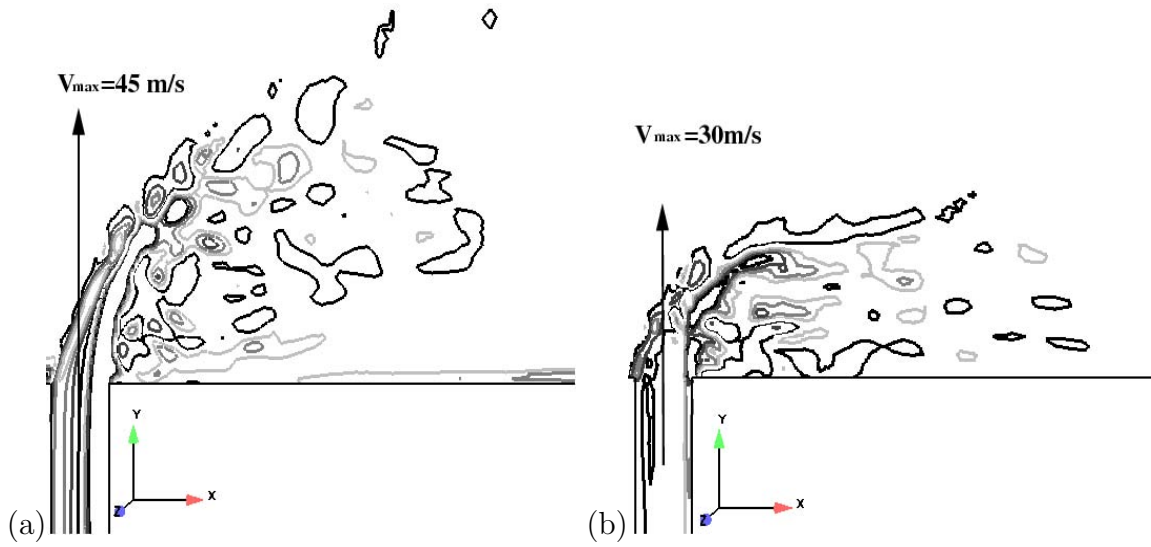


FIG. 7.6 – Visualisations LES instantanées dans le plan $z=0$ de la composante Ω_z du vecteur de vorticité pour le rapport de vitesses $R=2$. (a) : cas A, mur non glissant isotherme, (b) : cas B, loi de paroi. Iso-contours noirs : niveaux supérieurs à $2000s^{-1}$ et iso-contours gris clair : niveaux inférieurs à $-2000s^{-1}$.

Les figures 7.7(a) & (b) montrent la composante Ω_y dans des plans y . En raison des différences significatives entre les deux cas simulés (pénétrations, trajectoires...), le plan est situé à $d/2$, Fig. 7.7(a), tandis que Fig. 7.7(b) le plan est situé à $d/2V_{max(B)}/V_{max(A)}$, $V_{max(A)}$ et $V_{max(B)}$ étant respectivement égales à 45 et $30m \cdot s^{-1}$ pour les cas A et B. L'activité tourbillonnaire dans le sillage est mise en évidence pour les deux cas. Le comportement alterné des tourbillons est toutefois observé, particulièrement pour le cas A, où les niveaux de gris et de noir coïncident assez bien avec des tourbillons de von Kàrmàn. Le cas B présente quant à lui, un ensemble nettement plus désorganisé de ces structures qui évoluent dans le sillage. Il est cependant difficile d'effectuer des comparaisons sur le caractère instantané entre les deux cas A & B.

Ces différentes visualisations montrent que le type de conditions aux limites, tout comme la géométrie du système d'injection, constituent des éléments importants qui influencent fortement le comportement instationnaire du jet.

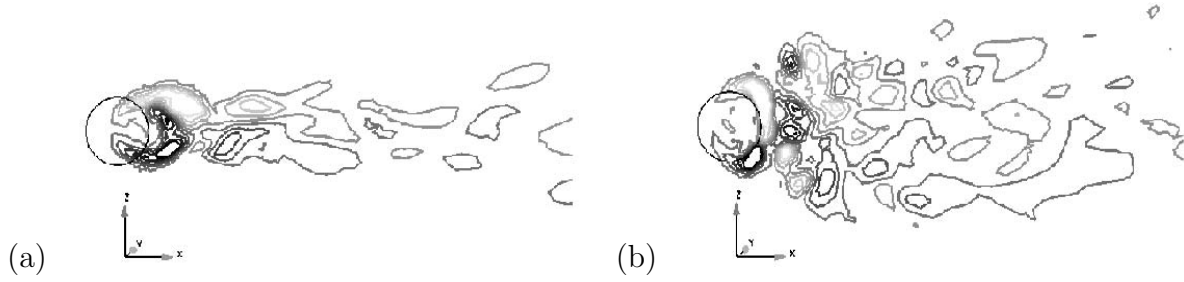


FIG. 7.7 – Visualisations LES instantanées dans les plans $y=d/2$ (a) et $d/2V_{\max(B)}/V_{\max(A)}$ (b) de la composante Ω_y du vecteur de vorticité pour le rapport de vitesses $R=2$. (a) : cas A, mur non glissant isotherme, (b) : cas B, loi de paroi. Iso-contours noirs : niveaux supérieurs à 2000 s^{-1} et iso-contours gris clairs : niveaux inférieurs à -2000 s^{-1} .

7.3.3 Comportement moyen du jet

L'analyse des grandeurs moyennes telles que la composante axiale de la vitesse, l'énergie cinétique turbulente ou encore la concentration du scalaire injecté est investiguée ici pour les cas A et B. Les prédictions LES sont obtenues à partir de moyennes de réalisations instantanées (environ 2.5 temps de convection) et les différents profils sont comparés aux mesures. Par ailleurs, une étude des trajectoires et des décroissances des jets est également effectuée et les prédictions LES sont comparées à l'expérience ainsi qu'à des fonctions de corrélation issues de la littérature.

↗ Comparaisons des profils de U et de l'énergie cinétique turbulente :

La figure 7.8 compare les profils de la composante axiale U du vecteur vitesses avec l'expérience. Les profils sont issus de différents plans localisés à 2, 4, 6, 10 et $16d$ en aval de l'axe du jet, d étant le diamètre d'injection. Les simulations réalisées avec des murs non glissants isothermes (cas A) et avec la loi de paroi isotherme (cas B) sont respectivement représentées par des lignes discontinues et des lignes continues. Les cercles noirs sont issus des résultats expérimentaux d'A&R. L'utilisation de la loi de paroi fournit des résultats en très bon accord avec l'expérience. La pénétration du jet et la position des maxima de U sont correctement reproduits dans toutes les sections représentées tout comme la zone de recirculation localisée dans le sillage du jet, c'est-à-dire entre le maximum de U et la paroi. Enfin, l'estimation des profils de la vitesse au niveau de la paroi fournit, là aussi, des résultats en accord avec l'expérience. Comme il a déjà été observé, les simulations effectuées avec les murs non glissants isothermes montrent une trop grande pénétration du jet dans l'écoulement principal. La vitesse au mur est ramenée à zéro et ne reproduit pas correctement les mesures expérimentales. Une zone de fortes vitesses axiales, localisée sous la zone de recirculation est observée ; ce comportement est d u au fait que le jet peut être associé à un cylindre dans la région proche paroi, et l'écoulement principal vient contourner la colonne de jet. Cette surestimation des vitesses moyennes au niveau de la paroi confirme les résultats obtenus en Fig. 7.6(a) relatifs aux visualisations de la vorticité instantanée.

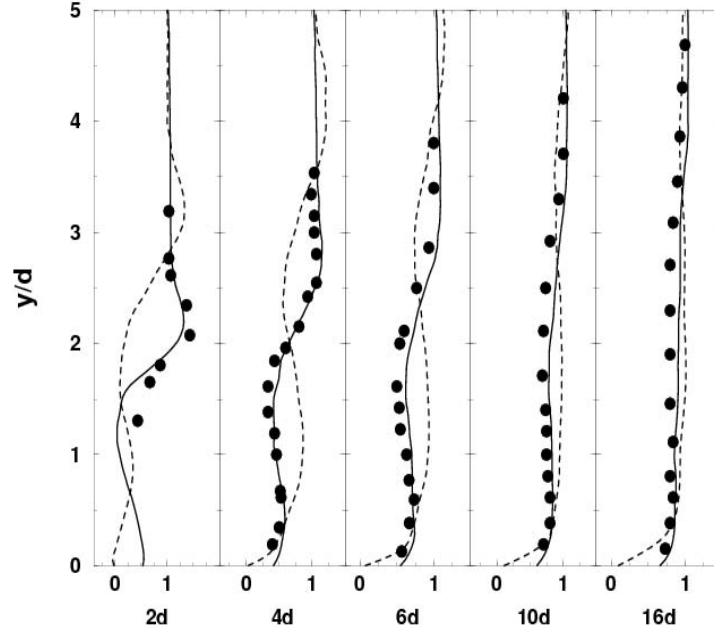


FIG. 7.8 – Profils de la composante axiale U du vecteur vitesses adimensionné par la vitesse de l'écoulement principal U_∞ . Lignes discontinues : cas A, lignes continues : cas B et cercles noirs : expériences de A&R.

Sur la figure 7.9, les profils de l'énergie cinétique turbulente TKE (où $TKE \equiv 1/2 \overline{q^2} = 1/2(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$), sont présentés avec les mêmes symboles que ceux utilisés pour la figure 7.8. Les champs TKE sont adimensionnés comme dans l'expérience, par la vitesse de l'écoulement principal U_∞ élevée au carré. Concernant les profils obtenus avec la loi de paroi (lignes continues) dans la section localisée à $4d$, le niveau d'énergie cinétique turbulente est légèrement en deçà des mesures dans la région du sillage du jet. La résolution du maillage dans cette région est probablement insuffisante et l'activité turbulente n'est pas correctement reproduite. De même que les valeurs maximales de TKE sont sous-estimées dans les différentes sections considérées ; ce comportement se traduit par une dissipation trop importante de l'énergie cinétique contenue dans la paire de vortex contrarotatifs. Ce comportement peut néanmoins être attribué au fait que d'une part, la modélisation des petites échelles n'est pas correctement évaluée et que le modèle de sous-maille considéré s'avère trop dissipatif. Le schéma numérique de Lax-Wendroff doit être lui aussi, pris en considération. L'évaluation de TKE est toutefois très correcte dans la région proche de la paroi et présente globalement de meilleurs résultats que ceux fournis par les simulations réalisées avec des murs isothermes non glissants (lignes discontinues), où les niveaux importants d'énergie cinétique turbulente sont localisés plus loin du mur.

↔ Trajectoires et décroissances basées sur U :

La trajectoire et la décroissance du jet, représentées par le maximum de la composante axiale U du vecteur vitesse, sont montrées Fig. 7.10(a) & (b). Les résultats LES, issus

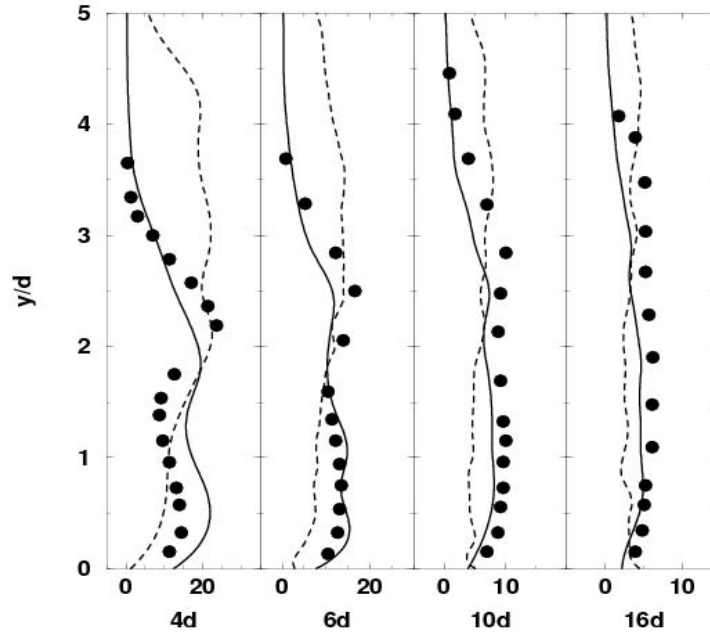


FIG. 7.9 – Profils de l'énergie cinétique turbulente (TKE) adimensionnée par la vitesse de l'écoulement principal U_∞ élevée au carré. Lignes discontinues : cas A, lignes continues : cas B et cercles noirs : expériences de A&R.

de moyennes effectuées sur 2.5 temps de convection, proviennent des maxima de U obtenus dans plusieurs sections, chacune étant espacée par un diamètre d'injection d . Les prédictions LES pour la trajectoire sont comparées à la fois aux expériences d'A&R et à des expressions analytiques issues de la littérature et obtenues pour des rapports de vitesses R proches de 2. Concernant la trajectoire, Fig. 7.10(a), la forte pénétration du jet est clairement observée pour le cas A (résultats obtenus avec des murs non glissants isothermes) et conforte les résultats obtenus précédemment. Concernant les prédictions LES obtenues pour le cas B (résultats avec la loi de paroi), les courbes sont correctement superposées aux mesures expérimentales d'A&R et aux fonctions de corrélation obtenues par les différents auteurs. Seule l'expression analytique fournie par Margason se rapproche du cas réalisé sans loi de paroi.

Concernant la décroissance du maximum de U , Fig. 7.10(b), la principale observation est que la pente de chacune des courbes obtenues par la LES est nettement moins prononcée que dans l'expérience, en particulier en champ proche entre les sections localisées à 2 et $4d$. Plus loin en aval, ces courbes tendent progressivement vers zéro, la vitesse maximale U tendant peu à peu vers la vitesse moyenne de l'écoulement principal. La comparaison des courbes LES montre une décroissance plus rapide pour le cas réalisé avec des murs non glissants que le cas réalisé avec la loi de paroi ; ceci peut s'expliquer par le fait que la pénétration du jet est plus importante pour le cas A que pour le cas B. De fait, pour le cas A, la dissipation de la quantité de mouvement est probablement favorisée par la présence des forts gradients de vitesses dans la zone d'injection. A ceci s'ajoute l'allure parabolique du profil d'injection et la plus forte pénétration du jet qui peuvent avoir une influence directe sur la topologie des structures ; en effet, une forte intensité de la structure du CVP,

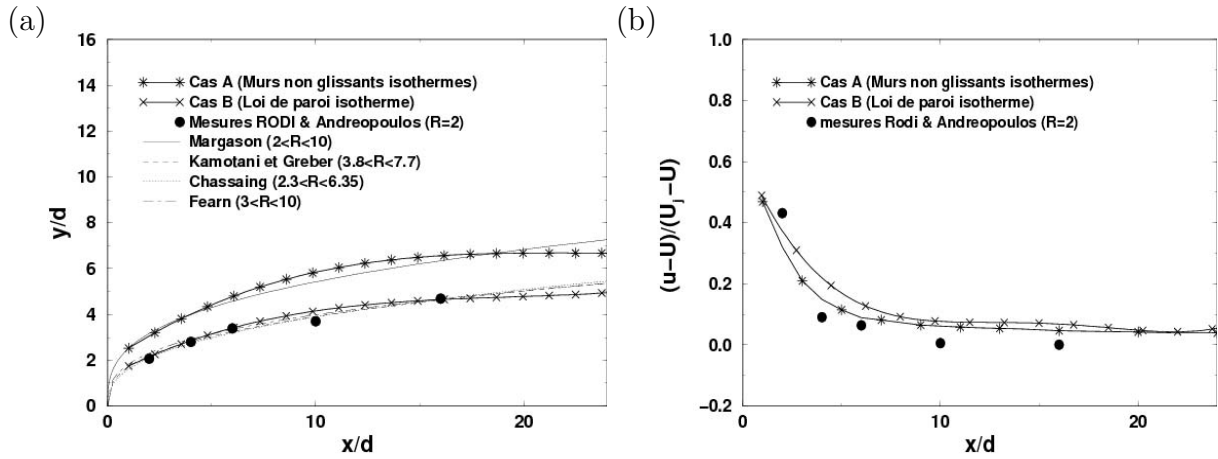


FIG. 7.10 – Trajectoires (a) et décroissances (b) du jet basées sur le maximum de la composante axiale U du vecteur des vitesses.

associée à une augmentation de l'entraînement de l'écoulement environnant à l'intérieur du jet, peuvent influencer sur la décroissance du jet.

↔ Comparaisons des profils de fraction massique Y_{O_2} injectée :

L'objectif de l'étude réalisée par Andreopoulos [3] est de fournir des informations sur le mélange de plusieurs espèces issu de l'injecteur pour un nombre de Schmidt équivalent au nombre de Prandtl. Le fluide injecté est très légèrement chauffé afin de respecter des densités et les flux massiques escomptés. La concentration de la fraction massique injectée est présentée en Fig. 7.11. Les prédictions LES, obtenues avec des nombres de Prandtl et de Schmidt fixés à 0.75, sont directement comparées aux expériences où la variable calculée correspond à une température adimensionnée, $(T_{max} - T_{\infty})/(T_j - T_{\infty})$. Tout comme pour la composante axiale du vecteur vitesses, Fig. 7.8, les concentrations scalaires, obtenues pour les simulations réalisées avec la loi de paroi (cas B), reproduisent correctement les résultats expérimentaux (cercles noirs). Toutefois la pénétration du jet est légèrement inférieure dans les sections localisées $2d$ et $4d$ en aval du point d'injection. Excepté ce léger écart, les lignes continues du cas B sont en bon accord avec les mesures. En ce qui concerne le cas A réalisé avec des murs non glissants isothermes, des différences très nettes sont observées tant pour la position des maxima que pour les niveaux de la fraction massique injectée. Dans la région située à $2d$ près de la paroi, le profil expérimental présente deux points décalés : ils correspondent à un échauffement de l'écoulement dû à des effets additionnels et apparaissant dans les régions où les niveaux de turbulence sont élevés [3] et non à une zone de recirculation qui ne serait pas détectée par la LES.

↔ Trajectoires et décroissances basées sur la concentration de Y_{O_2} :

Les trajectoires et décroissances du jet représentées par le maximum de la fraction massique injectée Y_{O_2} sont illustrées sur les figures 7.12(a) & (b). Concernant les trajectoires,

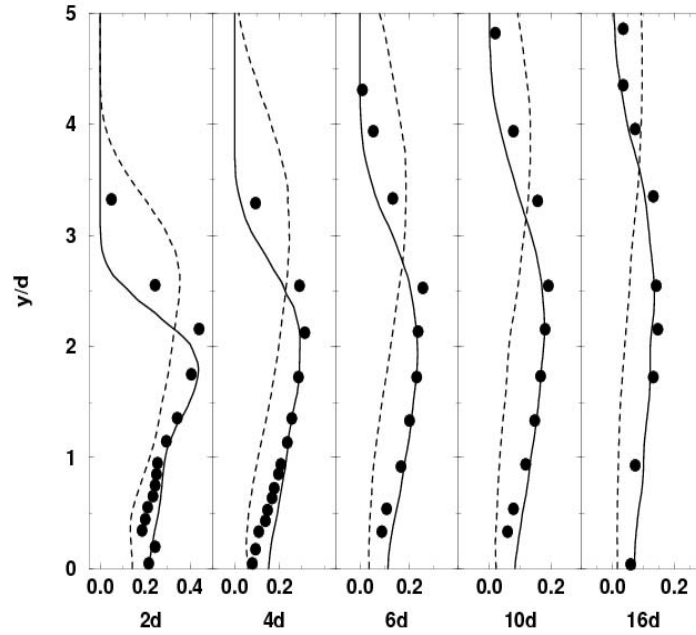


FIG. 7.11 – Profils de la fraction massique injectée (Y_{O_2}) comparés aux profils expérimentaux de températures. Lignes discontinues : cas A, lignes continues : cas B et cercles noirs : expériences de A&R.

le cas B montre une courbe légèrement en dessous des investigations expérimentales ce qui est en accord avec les profils de concentration, Fig. 7.11. En revanche, le cas A présente une surestimation importante de la trajectoire dans le champ proche comme dans le champ lointain. Pour les deux courbes obtenues par la LES, une croissance lente et continue est observée jusqu'en sortie du domaine de calcul tandis que dans l'expérience, la vitesse du jet semble converger très rapidement vers la vitesse de l'écoulement principal. Il faut préciser cependant que les mesures sont directement issues des profils de concentration, Fig. 7.11, et que l'échantillonnage de données ne permet pas de localiser précisément la position du maximum de température.

La décroissance du scalaire pour le cas réalisé avec la loi de paroi montre des résultats en très bon accord avec les mesures. Comme pour la vitesse, Fig. 7.12(b), le cas réalisé avec des conditions aux limites de murs non glissants isothermes (cas A) présente un taux de décroissance plus important que pour le cas réalisé avec la loi de paroi (cas B). Là encore, une augmentation de la dissipation scalaire ainsi qu'un profil d'allure parabolique observés pour le cas A, tendent à accélérer la décroissance du maximum de concentration et à améliorer le mélange.

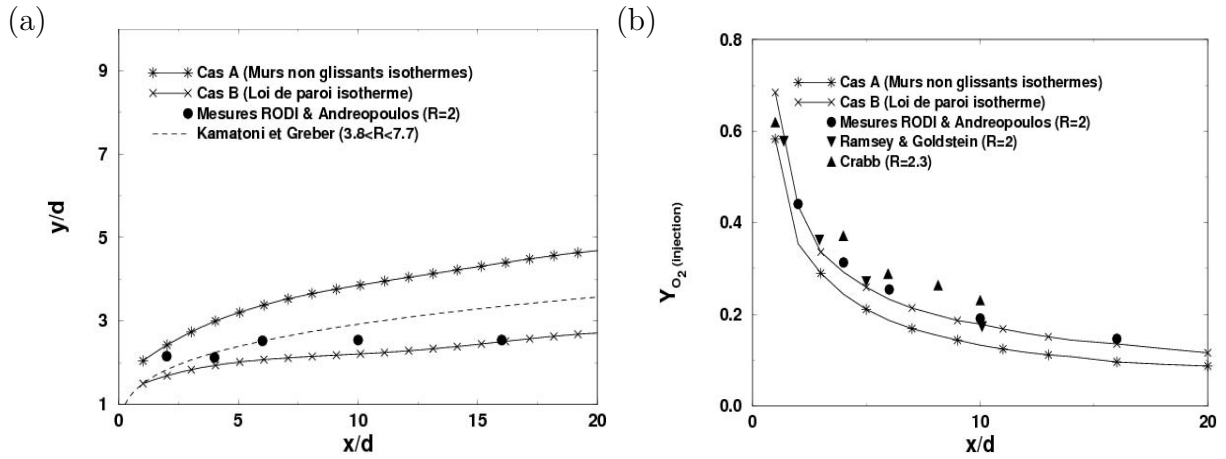


FIG. 7.12 – Trajectoires (a) et décroissances (b) du jet basées sur le maximum de la fraction massique Y_{O_2} injectée.

7.4 Le cas de Smith & Mungal

7.4.1 Le domaine de calcul

Les dimensions du domaine de calcul sont présentées sur les figures 7.13(a) & (b). La géométrie du système d'injection est très différente de celle utilisée dans les expériences d'A&R. Le conduit d'injection, de diamètre $d=5\text{ mm}$, est relativement court et est relié à un plénum de diamètre égal à 15 mm . L'entrée principale du domaine de calcul est située 4 diamètres d'injection d en amont de l'axe du jet. Les dimensions du domaine sont, comme

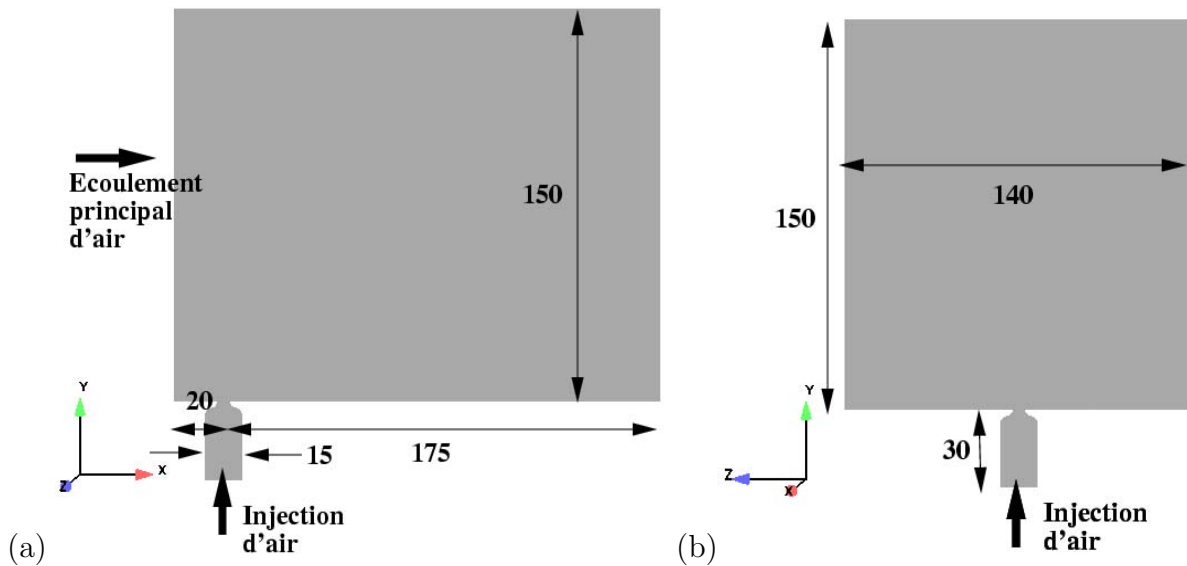


FIG. 7.13 – Coupes longitudinale en $z=0$ (a) et transversale en $x=0$ (b) du domaine de calcul considéré pour les expériences de S&M (dimensions en mm).

pour le cas précédent d'A&R, suffisamment grandes pour ne pas influencer la trajectoire du JICF. Les conditions aux limites sont identiques à celles utilisées pour le cas d'A&R (*cf.* Fig. 7.1 et Tab. 7.1) et un profil de type loi logarithmique est imposé en entrée du canal principal afin de se rapprocher de l'écoulement moyen rencontré dans l'expérience. En comparaison avec l'expérience où l'épaisseur de la couche limite adimensionnée δ/d est égale à 0.22, le cas B (cas simulé avec la loi de paroi) fournit une valeur δ/d voisine de 0.2. En raison d'une résolution du maillage insuffisante dans la région de la paroi, le cas A présente quant à lui, une épaisseur de couche limite environ deux fois plus élevée (δ/d est de l'ordre de 0.4) que les valeurs issues du cas B et de l'expérience.

7.4.2 Dynamique de l'écoulement en champ proche

Les analyses dans la région proche de l'injection ne concernent que les prédictions obtenues par la LES. Dans un premier temps, les profils de vitesses en injection sont analysés, puis des visualisations en champ proche de la topologie, en particulier de la couche de cisaillement, sont présentées.

↗ Analyse des profils de vitesses en injection :

Sur la figure 7.14, l'allure des profils de la vitesse moyenne V est présentée dans différentes sections de l'injecteur localisées aux ordonnées $y=0$ (section A), $y=-0.25d$ (section B) et $y=-0.5d$ (section C) présentées en Fig. 7.14(b), la coordonnée $(0;0;0)$ correspondant au point d'injection. Les cas A et B, respectivement représentés par les lignes discontinues et continues, sont comparés Fig. 7.14(a). Dans les trois sections considérées,

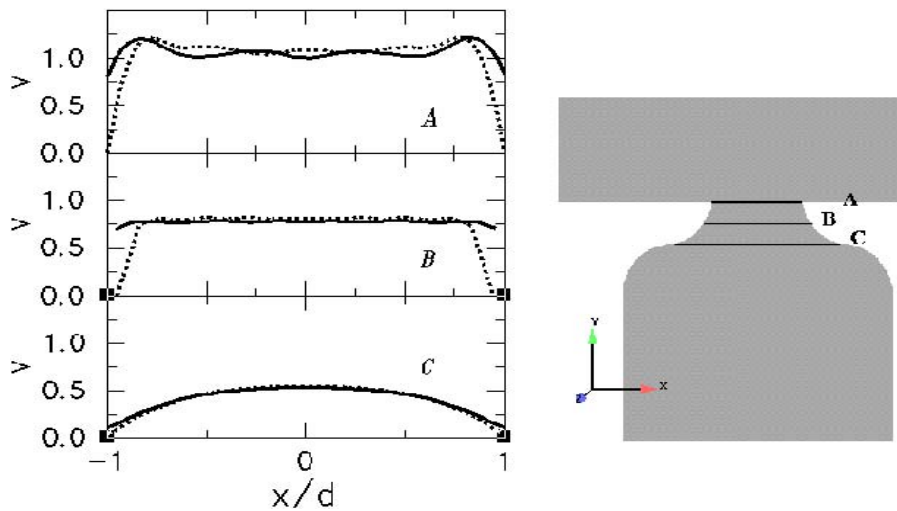


FIG. 7.14 – Profils de la vitesse V (a) en trois sections localisées aux ordonnées $y=0$ (section A), $y=-0.25d$ (section B) et $y=-0.5d$ (section C) (b). Lignes discontinues : Cas A, lignes continues : cas B.

l'allure des profils de V est identique pour les deux cas. Seul le comportement à la paroi diffère selon le type de condition aux limites utilisé en particulier dans les sections A et B . Dans la section C , la forte contraction du conduit d'injection impose une vitesse quasiment nulle à la paroi pour chacun des cas simulés. L'utilisation d'une telle géométrie d'injection ne laisse pas paraître de différences significatives entre les profils de vitesses en injection pour les deux types de conditions aux limites considérés ; la forme du profil, de type profil de Poiseuille turbulent, et la vitesse maximale située au centre du conduit sont relativement proches pour les deux cas.

En comparaison avec le cas d'A&R, la forme des profils de vitesses dans l'injecteur et en sortie du jet est fortement influencée par la géométrie du système d'injection et le type de conditions aux limites employé semble jouer un rôle essentiel. Pour le cas de S&M, les différences observées entre les profils d'injection des cas A et B sont négligeables. Par ailleurs, le rapport de contraction du système d'injection permet d'imposer des vitesses plus faibles en entrée d'injecteur et de contrôler plus facilement l'acoustique présente dans l'écoulement.

↗ Visualisations de l'écoulement en champ proche :

Comme pour le cas d'A&R, des visualisations sont réalisées dans la région proche de l'injection. La figure 7.15 illustre de façon claire la couche cisailée amont du jet dans un plan $z=0$. La topologie des jets dans la région proche injection semble similaire pour les deux cas simulés (cas A et cas B) et aucune différence significative n'a été décelée. Les vues (a) et (b) concernent respectivement des visualisations instantanées et moyennées obtenues pour le cas réalisé avec la loi de paroi (cas B).

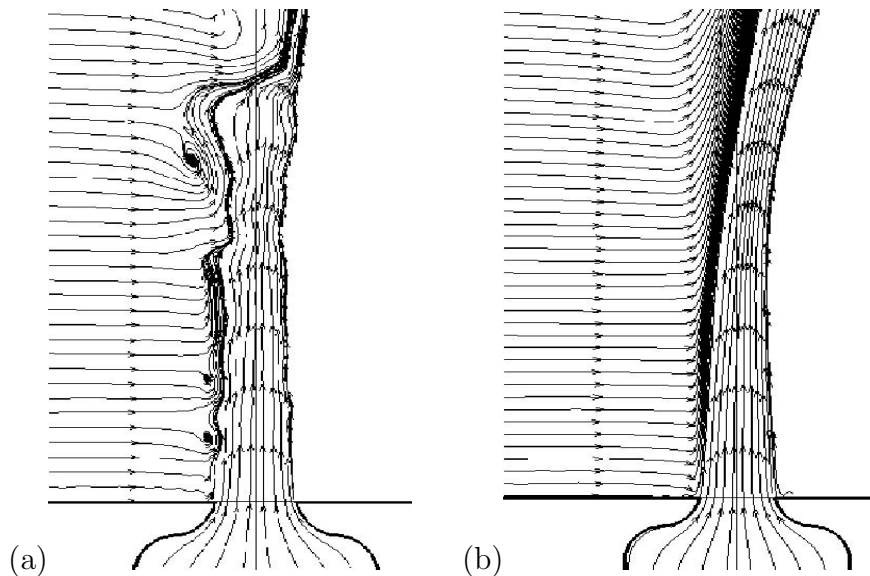


FIG. 7.15 – Visualisations LES de la couche cisailée amont du jet, (a) : champ instantané, (b) : champ moyenné.

La figure 7.15(a) est une visualisation de l'écoulement dans le plan $z=0$; elle montre les

tourbillons liées aux instabilités de Kelvin-Helmoltz qui s'enroulent le long de la colonne de jet. Ces structures apparaissent dès la sortie du jet et se développent rapidement. Il est alors intéressant d'effectuer des comparaisons avec les expériences d'A&R où l'enroulement de la couche cisailée était nettement moins prononcé. La première hypothèse concerne le rapport de vitesses R qui est cinq fois plus élevé dans le cas de S&M et qui traduit, outre des pénétrations et des trajectoires différentes, des modifications de comportements dans la topologie des structures cohérentes. Une seconde hypothèse peut être émise ; l'épaisseur de couche limite δ pour le cas d'A&R est de l'ordre de 14 mm tandis qu'elle est environ dix fois plus petite pour le cas de S&M. Comme remarqué dans les expériences de Cortelezzi *et al.* [15], l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite δ augmente la période de formation des anneaux de vorticité. En d'autres termes, plus δ est petit et plus la couche cisailée se déstabilise rapidement.

La visualisation présentée en Fig. 7.15(b), montre que l'activité de ces tourbillons disparaît complètement dans le champ moyen. Enfin, contrairement aux expériences d'A&R, le cas réalisé avec des murs non glissants (tout comme le cas réalisé avec la loi de paroi) ne présente pas de zone de recirculation dans l'injecteur : ceci est certainement dû à, d'une part, un rapport de vitesse R élevé dans le cas de S&M et    d'autre part, des géométries du système d'injection différentes. Dans ce cas, l'accélération de l'écoulement avant la sortie du jet ne semble pas favoriser le développement d'une telle structure.

Concernant le tourbillon en « fer à cheval », il n'est pas décelé dans l'écoulement, même dans le cas A simulé avec des murs non glissants. Dans les travaux effectués par S&M, le tourbillon en « fer à cheval » n'est pas étudié mais cela n'exclut pas le fait que ce type de structure soit présent dans l'écoulement même pour un rapport de vitesses R   lev  . Compte tenu d'une épaisseur de couche limite δ très petite devant celle du cas d'A&R, la résolution du maillage dans la région proche paroi ne permet pas la détection de telles structures.

7.4.3 Comportement moyen du jet

      Comparaisons des profils de fraction massique injectée Y_{O_2} :

La figure 7.16 montre les prédictions LES de la fraction massique injectée comparées aux profils de concentration obtenus par la PLIF. Les différentes sections considérées sont situées à Rd , $2Rd$, $3Rd$ et $4Rd$ en aval du point d'injection. Les lignes discontinues et continues représentent respectivement les prédictions LES obtenues pour les cas A et B tandis que les cercles noirs se r  f  rent aux mesures de S&M. La comparaison des profils de Y_{O_2} prédits par la LES confirme les résultats obtenus précédemment sur le comportement du jet près de l'injection. Les courbes sont quasiment superposées dans le champ proche comme dans le champ lointain, et seule une faible différence est observée dans les sections localisées à $3Rd$ et $4Rd$ en aval du point d'injection, où la pénétration du cas réalisé avec la loi de paroi (cas B) est légèrement au dessus que celle du cas réalisé avec des murs non glissants (cas A). Toutefois, il convient de noter que, du fait d'un rapport de vitesses R élevé, le maillage considéré n'assure probablement pas une bonne résolution des forts gradients de vitesses et de scalaires de l'écoulement notamment dans la région proche de l'injection et ceci pour les deux cas simulés. En outre, le déraffinement s'effectue dans la

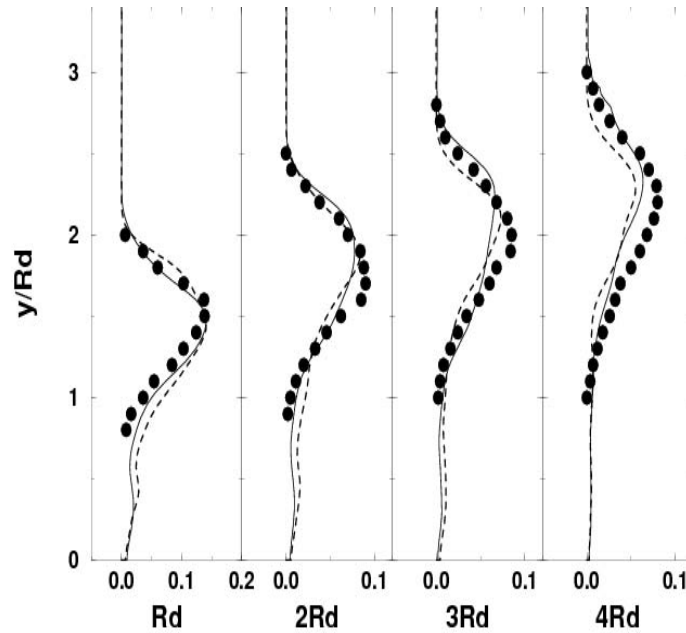


FIG. 7.16 – Profils de la fraction massique injectée Y_{O_2} comparée aux profils de concentration issus des expériences de S&M (cercles noirs). Lignes discontinues : cas A, lignes continues : cas B. Profils extraits des sections localisées aux abscisses $x=Rd$, $2Rd$, $3Rd$ et $4Rd$.

direction de l'écoulement et l'énergie contenue dans la paire de vortex contrarotatifs est rapidement dissipée. De fait, une sous-estimation des profils de scalaire injecté Y_{O_2} dans le champ lointain par rapport aux expériences est observée. Malgré ces légères différences, la LES fournit des résultats très satisfaisants en comparaison avec les expériences, même pour un rapport de vitesses R élevé.

↗ Décroissances du maximum de Y_{O_2} :

Les décroissances des jets ont suscité une grande attention de la part de Smith & Mungal; ils ont étudié l'auto-similarité des jets en considérant différentes échelles de longueur qui sont d , Rd et R^2d . De leurs expériences, ils ont conclu que l'auto-similarité semble satisfaite en prenant l'échelle de longueur Rd . Ils ont estimé que la seule prise en compte du diamètre d ne suffit pas du fait de la dépendance en R de la formation des structures de vorticité dans la zone proche injection et par conséquent de l'allure de la décroissance des jets. En outre, pour l'échelle de longueur R^2d , l'auto-similarité n'est pas observée dans le champs proche (dépendance en $s^{-1.3}$) même si elle est reconnue dans le champ lointain et définie à partir du point de branchement d'abscisse curviligne $s/R^2d=0.3$.

Dans ce travail, l'adimensionnement est réalisé avec Rd et deux façons de représenter les décroissances du maximum de la fraction massique injectée, Y_{O_2} , sont investiguées : soit en fonction de la distance axiale de l'écoulement, Fig. 7.17(a), soit en fonction de

l'abscisse curviligne, Fig. 7.17(b). Les graphes sont montrés en log-log et la fraction massique est exprimée en pourcentage, 100 % correspondant à la concentration dans l'injecteur. Les simulations réalisées avec des murs non glissants (cas A, triangles noirs) et

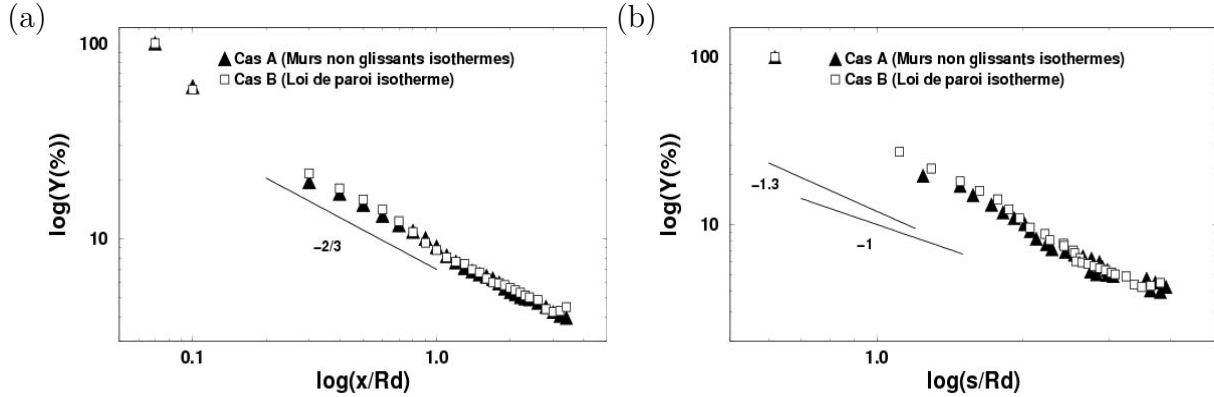


FIG. 7.17 – Décroissance du maximum de la fraction massique injectée Y_{O_2} exprimée en fonction de (a) : la distance axiale adimensionnée x/Rd , (b) : l'abscisse curviligne adimensionnée s/Rd . Triangles blancs : cas avec les murs non glissants isothermes et carrés noirs : cas avec la loi de paroi isotherme, lignes continues : lois de décroissance.

avec la loi de paroi (cas B, carrés blancs) sont représentées et comparées à des lois de décroissances proposées par S&M. Les deux graphes montrent que les cas A et B sont quasiment superposés pour l'ensemble des sections transverses considérées. Ceci semble en bon accord avec la forme quasiment identique des profils observés en sortie d'injection pour les deux types de conditions aux limites utilisés. Fig. 7.17(a), pour les sections telles que $\log(x/Rd) > 0.1$, c'est-à-dire dans le champ lointain, les deux courbes obtenues par la LES suivent correctement la loi en puissance $-2/3$. Un point de branchement, localisé à l'abscisse $\log(x/Rd) = 3$, est observé pour le cas B mais cette valeur s'avère être supérieure à celle obtenue dans les expériences où S&M positionnent ce point de branchement en $\log(x/Rd) = 2$.

Concernant la décroissance du jet basée sur l'abscisse curviligne adimensionnée, s/Rd , les deux courbes présentent un maximum de concentration correspondant au noyau du jet, appelé aussi cœur potentiel du jet. La pente de la décroissance initiale pour chacun des cas simulés semble légèrement supérieure à celles proposées par S&M qui sont de $-1/3$ et de -1 et qui correspondent à celles d'un jet libre. Cette surestimation du taux de décroissance est probablement due à un maillage qui n'est pas assez raffiné dans la zone proche injection. De fait, les forts gradients ne seraient pas correctement résolus. Peut-être faut-il aussi envisager le fait que la modélisation LES et le schéma numérique employé s'avèrent être trop dissipatifs. Enfin, comme pour la décroissance selon x/Rd , Fig. 7.17(a), le point de branchement est situé légèrement en aval par rapport aux expériences : sa position est à $\log(s/Rd) = 3.5$ au lieu de 3 pour les mesures.

7.5 Conclusions

Cette étude a consisté à simuler une configuration de jet transverse isolé et à reproduire les mesures expérimentales pour deux rapports de vitesses, $R=2$ (cas d'Andreopoulos & Rodi) et $R=10$ (cas de Smith & Mungal). L'objectif de ce travail a été de montrer la nécessité d'utiliser la loi de paroi implémentée dans AVBP et de mettre en évidence les nettes améliorations qui sont observées pour certaines configurations de jets transverses. La comparaison a été effectuée avec des conditions aux limites de type conditions de murs non glissants isothermes. Les différents résultats ont porté sur les profils de vitesses, de scalaires ou d'énergie cinétique turbulente ainsi que sur des prédictions classiques de trajectoires et décroissances des jets. L'aspect dynamique du champ dans la région proche de l'injection a également été étudié pour les deux configurations simulées.

La première des deux configurations investiguées (cas d'Andreopoulos & Rodi) présente des écarts importants pour les différents profils étudiés dans les sections transverses, entre le cas simulé avec des murs non glissants et le cas simulé avec la loi de paroi. La géométrie de l'injecteur (conduit cylindrique long) influence fortement l'allure du profil des vitesses en sortie d'injection : ainsi le comportement moyen comme la dynamique des structures cohérentes dans le champ proche va dépendre du type de conditions aux limites considéré. Du fait d'un nombre de Reynolds élevé en injection, la résolution insuffisante du maillage dans cette zone impose un profil de vitesses parabolique lors de l'utilisation de murs non glissants. Les conséquences directes de ceci sont, d'un point de vue statistique, une surestimation par rapport aux expériences des maxima de la vitesse axiale et de la concentration dans les sections transverses et des trajectoires et décroissances de U incorrectes. Par ailleurs, du fait des gradients de vitesses élevés, le comportement instationnaire présente une dynamique du jet plus importante concernant les structures de la zone de sillage et la structure de vortex en « fer à cheval ». Les simulations réalisées avec la loi de paroi montrent des résultats très satisfaisants et relativement proches des mesures expérimentales. Le profil en injection reproduit correctement les mesures et les maxima de U et de Y_{O_2} coïncident relativement bien avec l'expérience.

Concernant la configuration de Smith & Mungal, le type de conditions aux limites utilisé n'implique pas de différences significatives entre les deux cas simulés. La géométrie du système d'injection ne semble pas influencer le profil en sortie d'injection. Par conséquent, les profils de concentration, les trajectoires et décroissances des jets sont quasiment identiques et sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

La principale conclusion de ce travail est que des précautions sont à prendre pour le type de conditions aux limites à utiliser. L'utilisation de la loi de paroi semble être privilégiée par rapport à celle de murs non glissants surtout lorsque la géométrie du système d'injection est un long conduit cylindrique. L'allure du profil des vitesses en sortie de l'injecteur qui a une forte influence sur les comportements moyens et instationnaires du jets dans l'écoulement principal, dépend fortement de ces deux paramètres. A cela, une attention particulière est exigée quant à la résolution du maillage, le modèle de sous-maille ou encore le schéma numérique utilisé.

Conclusions

L'ensemble des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse a consisté à utiliser la simulation aux grandes échelles dans la modélisation de configurations industrielles de jets transverses. Les principaux objectifs ont été d'évaluer et d'améliorer les prédictions LES en considérant les différents paramètres physiques et numériques susceptibles d'avoir une influence sur l'écoulement. La LES s'est avérée être un outil de recherche très performant tant dans la reproduction de l'écoulement moyen que dans la caractérisation des phénomènes instationnaires. Ce travail a également mis en évidence les différentes stratégies à adopter et les précautions à prendre pour améliorer la qualité des résultats dans les simulations de jets transverses.

Une première étude a porté sur la modélisation d'un dispositif statique d'« augmenteurs » de mélange dans une configuration de JICF représentant une turbine à gaz industrielle. La LES a pu révéler les structures de vorticité forte ment instationnaires de l'écoulement ainsi que les améliorations apportées par l'utilisation d'un tel dispositif. Une analyse réalisée sur les inhomogénéités spatiales et temporelles du mélange a montré les capacités de la LES vis-à-vis des méthodes RANS à reproduire les résultats expérimentaux.

Une seconde étude a consisté à modéliser une configuration de huit jets transverses représentant une chambre de dilution d'une turbine à gaz aéronautique à faibles émissions polluantes. Des résultats de qualité ont été fournis sur le comportement moyen de la configuration multi-jets. Des visualisations en champ proche ont également été réalisées ; ces résultats ont montré que la LES est capable de fournir une description relativement fine des structures instantanées qui constituent le transverse. Enfin, une analyse spectrale a été effectuée dans les régions de sillage et de la couche cisaillée du jet et les fréquences caractéristiques de passage des structures de vorticité ont été déterminées. Même si la localisation des pics dominants a été surestimée par la LES, la physique de l'écoulement dans ces régions a montré un comportement identique à l'expérience.

Les différentes techniques de développement du code AVBP ont été validées au moyen d'une série de « cas-tests » qui sont résumés ici :

- Tout d'abord, un travail de validation du code de calcul AVBP qui a porté sur le cas académique d'une turbulence homogène isotrope décroissante. Dans un premier temps, des simulations DNS ont été réalisées pour une écoulement à faible nombre de Reynolds turbulent ; elles ont permis de démontrer les possibilités du code AVBP, en terme de dissipation numérique et de résolution des différentes échelles. Puis, des simulations LES, effectuées sur une THI décroissante à haut nombre de Reynolds, ont constitué une première validation concrète du code pour des écoulements très turbulents. L'analyse de la contribution des modèles de sous-maille, associée à une comparaison effectuée avec

un cas « sans modèle », a confirmé la nécessité à modéliser les petites structures. Les influences du schéma numérique et du modèle de sous-maille ont également été illustrées aux moyens des différentes dissipations extraites du code et ont permis de mieux évaluer les paramètres numériques du code.

- Le concept de « coarse grid LES » a été illustré dans ce travail. La loi de paroi et l'injection de turbulence ont été testées sur le maillage peu raffiné d'une conduite cylindrique. Ces outils de développement implémentés dans AVBP ont permis d'obtenir des résultats de qualité en accord avec l'expérience. Les améliorations apportées sont l'établissement rapide d'une turbulence développée dans la conduite et une modélisation correcte des effets du mur sur l'écoulement moyen.

- Le dernier chapitre de ce travail a porté sur le jet transverse isolé. Les comparaisons avec deux études expérimentales ont mis en évidence les précautions à prendre dans la modélisation d'une telle configuration. Ces études ont permis de montrer l'importance des conditions aux limites de mur utilisées et la loi de paroi a montré des améliorations significatives vis-à-vis de la condition aux limites de murs non glissants. La géométrie du système d'injection a également constitué un paramètre important dans la modélisation de jets transverses.

En conclusion, le travail fourni dans cette thèse a permis d'appréhender les difficultés rencontrées dans la modélisation du jet transverse à un écoulement principal. Les outils numériques mis en place ont amélioré sensiblement la qualité des prédictions LES tant au niveau de la configuration due jet transverse isolé que pour les configurations rencontrées dans l'industrie des turbines à gaz. L'ensemble des résultats présentés montrent un fort potentiel de la LES à prédire des écoulements fortement instationnaires. Enfin, la simulation aux grandes échelles apparaît être une approche très convaincante quant à l'étude des modes transitoires d'un moteur tels que l'allumage, les changement de régime, ou des phénomènes de couplages acoustique/combustion.

Bibliographie

- [1] A. A. Aldama. *Filtering Techniques for Turbulent Flows Simulations (Lecture Notes in Engineering)* vol 49, New-York : Springer.
- [2] J. Andreopoulos and W. Rodi. *Experimental investigation of jets in a crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 138 :93-127, 1984.
- [3] J. andreopoulos. *Heat transfer measurements in a heated jet-pipe flow issuing into a cold stream*. Physics of Fluids, 26(11) :3201-3210, 1983.
- [4] C. Angelberger, D. Veynante and F. Egolfopoulos. *Simulations of chemical and acoustic forcing of a premixed dump combustor*. Flow, Turbulence and Combustion, 65(2) :205-222, 2000.
- [5] J. P. Bertoglio. *Simulation numérique d'écoulements turbulents*. Mécanique des fluides numériques, Carcans-Maubuisson, 9-15 Mai 1993.
- [6] A. D. Birch, D. R. Brown ; M. G. Dodson and J. R. Thomas. *The turbulent concentration field of a methane jet*. Journal of Fluid Mechanics, 88, Part 3, pp. 431, 1978.
- [7] G. Bives. *Caractérisation du mélange de multiples jets transverses avec un écoulement en conduite cylindrique*. Conservatoire National de Arts et Métiers. 26 octobre 2001.
- [8] P. Blossey. *Dynamics & control of jets in crossflow*. Kluwer Academic Publishers, Chapter 4.
- [9] H. Boughanem. *Evaluation des termes de transport et de dissipation de surface de flamme par simulation numérique directe de la combustion turbulente*. PhD, Institut Français du Pétrole, Faculté des sciences, Université de Rouen, 1998.
- [10] D. R. Chapmann, *Computational aerodynamics, development and outlook*. AIAA Journal, 17(9) :1293-1313, 1979.
- [11] P. Chassaing, J. George, A. Claria and S. Sanares. *Physical characteristics of subsonic jets in a cross-stream*. Journal of Fluid Mechanics, 62(Part 1) :41-64, 1974.
- [12] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides*. CEPADUES Editions, Toulouse, 2000.
- [13] R. T. M'Closkey, J. M. King, L. Cortelezzi and A. R. Karagozian. *The actively controlled jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 452 :325-335, 2002.
- [14] O. Colin and M. Rudgyard. *Development of High Order Taylor-Galerkin Schemes for Unsteady Calculations*. Journal of Computational Physics, 162(2) :338-371, August 2000.
- [15] L. Cortelezzi. A. R. Kargoian. *On the formation of the counter-rotating vortex pair in transverse jets*. Journal of Fluid Mechanics, 446 :347-373, 2001.

- [16] J. W. Deardorff. *A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers*. Journal of Fluid Mechanics, 41 :453-480, 1970.
- [17] J. M. Delhay. *Etude des flammes de diffusion turbulentes. Simulations directes et modélisation*. PhD thesis, Ecole Centrale, Paris, Nov. 1994.
- [18] Y. Dubief and F. Delcayre. *On coherent-vortex identification in turbulence*. Journal of Turbulence, 1, 2000.
- [19] F. Ducros, F. Nicoud and T. Schönfeld. *LES of compressible flows on hybrid meshes*. In Proceedings of the 11th Turbulent Shear Flow, 1997.
- [20] R. Everson, D. Manin and L. Sirovich. *Quantification of Mixing and Mixing Rate from experimental Observation*. United Technologies Research Center, East Hartford, CT. The Rockefeller University, New York, NY.
- [21] A. Favre. Statistical equations for turbulent gases *Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics*. pp. 231-266, 1969.
- [22] R. L. Fearn and R. P. Weston. *Induced Velocity Field of a Jet in a Crossflow*. NASA TP-1087, May 1978.
- [23] J. H. Ferziger. *Large eddy simulations of turbulent flows* AIAA Journal, 15 :1261-1267, 1977.
- [24] T.F. Fric. and A. Roshko. *Structure in the Near Field of the transverse Jet*. 7TH Symp. on Turbulent Shear Flows, paper 6-4, Stanford, August 21-23 1989.
- [25] T.F. Fric. and A. Roshko. *Vortical structure in the wake of a transverse jet*. Journal of Fluid Mechanics, 279 :1-47, 1994.
- [26] C. Fureby and F. F. Grinstein. *Large Eddy Simulation of High-Reynolds-Number Free and Wall-Bounded Flows*. Journal of Computational Physics, 181, pp. 68-97, 2002.
- [27] D. Gaffié. *Modélisation des écoulements turbulents réactifs monophasiques*. Cours de D.E.A de conversion de l'énergie, UPMC, 2000-2001.
- [28] P. Gajan, Work Packages 2.
- [29] P. Gajan, Ph. Barricaud, V. Lejeune, A. Strzelecki, F. Bismes and A. Bontemps. *Isothermal jets in cross flow : PIV measurements*. MOLECULES, Work Packages 3. Report number : WP3-ONERA-24M, 10 June 2003.
- [30] M. Germano. *Turbulence : The Filtering Approach*. Journal of Fluid Mechanics 238-325, 1992.
- [31] E. F. Hasselbrink and M. G. Mungal. *An analysis of the time-averaged properties of the far field of the transverse jet*. Department on Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, california, 94305-3032, 1996.
- [32] S. Ghosal, T. S. Lund, P. Moin and K. Akselvoll. *A dynamic localization model for large eddy simulation of turbulent flow*. Journal of Fluid Mechanics, 286 :229, 1995.
- [33] J. O. Hinze. *Turbulence*. Mc Graw-Hill Series in mechanical Engineering, 1987.
- [34] J. D. Holdeman. *Mixing of multiple jets with a confined subsonic crossflow*. Progress in energy and Combustion Sciences, 19 :31-70, 1996.
- [35] J. C. R. Hunt. *Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows*. Center for Turbulence Research, 1998.

- [36] Y. V. Ivanov. *Shape of the Centerline of an aAxisymmetric Fan Type Jet in a Cross Flow*. Izv. VZU. Aviatsionnaya Tekhnika, no. 4, Apr. 1963.
- [37] A. Jameson and W. Schmidt. *Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time-stepping schemes*. AIAA paper, 81-1259, June 1981.
- [38] J. Jeong and F. Hussain. *On the identification of a vortex*. Department of Mechanical Engineering, University of Houston, 1995.
- [39] J. Jimenez, P. Moin. *The minimal flow unit in near-wall turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 225 :213-240, 1991.
- [40] E. Van Kalmthout. *Turbulence théorie et simulations directe. rapport TR/CFD/95/39*, 1995.
- [41] Y. Kamotani and I. Greber. *Experiments on a Turbulent Jet in a Cross Flow*. AIAA Journal, 10(11) :1425-1429, Nov. 1972.
- [42] A. R. Karagosian. *An analytical model for the vorticity associated with a transverse jet*. AIAA Journal, 24 :429-436, 1986a.
- [43] R. M. Kelso, T. T. Lim, A. E. Perry. *An experimental study of round jets in cross-flow*. Journal of Fluid Mechanics, 306 :111-114, 1996.
- [44] R. M. Kelso, A. J. Smits. *Horseshoe vortex systems resulting from the interaction between a laminar boundary layer and a transverse jet*. Physics of Fluids, 7 :153-158, 1995.
- [45] B.E. Launder and D. B. Spalding. *Mathematical Models of Turbulence*. (London : Academic), 1972.
- [46] J-P. Légier, T. Poinsot, B. Varoqui  , F. Lacas and D. Veynante. *Large Eddy Simulation of a non-premixed turbulent burner*. IUTAM Symposium on Turbulent Mixing and Combustion, pp. 315-326, Kingston, Canada, 2001.
- [47] A. Leonard. *Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows*. Adv. Geophys., 18A :237-248, 1974.
- [48] M. Lesieur. *Turbulence et determinisme*. Presses universitaires de grenobles. (1998)
- [49] M. Lesieur and O. Métais. *New trends in large-eddy simulations of turbulence*. Annu. Rev. Fluid Mech., 28 :42-82, 1996.
- [50] Y. Li, C. Meneveau. *Analysis of mean momentum flux in subgrid models of turbulence*. Physics of Fluids, 16 :9, 3483-3486, 2004.
- [51] D. K. Lilly. *A Proposed Modification of the Germano Sub-Grid Closure Method*. Physics of Fluids, A 4(3) :633-635, 1992.
- [52] D. S. Liscinsky, A. vranos and R. P. Lohmann. *Experimental Study of Cross-Stream Mixing in a Cylindrical Duct*. NASA, CR 187141, June 1991.
- [53] R. J. Margason. *Fifty years of jet in crossflow research*. In *Computational and Experimental Assessment of Jets in Crossflow*. AGARD-CP-534, Winchester, UK, 1993.
- [54] P. J. Mason. *Large-eddy simulation : a critical review of the technique*. Q. J. R. Meteorol. Soc., 120 :1-26, 1994.
- [55] P. Moin. *A new approach for Large eddy simulation of Turbulence and Scalar Transport*. Proc. Monte Verit   Coll. on Turbulence, Sept. 9-13, 1991.

- [56] P. Moin. K. Squires. W. Cabot and S. Lee. *A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport*. Center for Turbulence Research, March 1991.
- [57] Z. M. Moussa, J. W. Trischka and S. A. Eskinazi. *The near field in the mixing of a round jet with a cross stream*. Journal of Fluid Mechanics, 80 :49-80, 1977.
- [58] Private communication, Pr. Mungal.
- [59] T. M. Muruganandam, S. Lakshmi, A. A. Ramesh, S. R. Viswamurthy, R. I. Sujith and B. M. Sivaram. *Mixing of Transversely Injected Jets into a Crossflow Under Low-Density Conditions*. AIAA Journal, 40(7), 2002.
- [60] S. Narayanan, P. Baroah, and J. M. Cohen, *Dynamics and Control of an Isolated Jet in Crossflow*. AIAA Journal, 41 :12, 2003.
- [61] F. Nicoud and F. Ducros. *Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of velocity Gradient Tensor*. Flow, Turbulence and Combustion, 62 :183-200, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [62] F. Nicoud and F. Ducros. *Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of Velocity Gradient Tensor*. Flow, Turbulence and Combustion, 62 :183-200, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [63] F. Nicoud. and T. Poinso. *Boundary Conditions for Compressible Unsteady Flows*. 2000.
- [64] M. A. Patrick. *Experimental Investigations of the Mixing and Penetration of a Round Turbulent Jet Injected Perpendicularly into a Transverse Stream*. Trans. Institute of Chemical Engineers, 45, 1967.
- [65] A. Perry, S. Henbest and S. Chong. *A theoretical and experimental study of wall turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 165 :163-199, 1986.
- [66] H. Pitsch, H. Steiner. *Large-Eddy Simulation of a Turbulent Piloted Methane/Air Diffusion Flame (Sandia Flame D)*. Phys. Fluids, 12 :2541-2554, 2000.
- [67] U. Piomelli. and E. Balaras. *Wall-Layer Models for Large-Eddy Simulations*. Annu. Rev. Fluid Mech, 34 :349-374, 2002.
- [68] T. Poinso. and S. Lele. *Boundary conditions for Compressible Unsteady Flows*. Journal of Computational Physics, 101 :104-129, 1992.
- [69] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University press, 2000.
- [70] N. Rajaratnam. *Turbulent jets*. Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [71] A. Rivero. J. A. Ferré. F. Giralt. *Organized motions in a jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 444 :117-149, 2001.
- [72] R. S. Rogallo and P. Moin. *Numerical simulation of turbulent flows*. Annu. Rev. Fluid Mech., 16 :99-137, 1984.
- [73] M. A. Rudgyard. *Cell vertex methods for steady inviscid flow Technical report* (VKI, von Kármán Institute for Fluid Dynamics, Brussels, Lecture Series 1993-04).
- [74] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible flows*. (New York : Springer), 2001.
- [75] K. C. Schadow, E. Gutmark, K. J. Wilson and R. A. Smith. *Noncircular Inlet Duct Cross-Section to Reduce Combustion Instabilities*. Combust. Sci. and Tech. 73 :537-553, 1990.

- [76] J. Schlüter and T. Schönfeld. *LES of jets in cross flow and its application to gaz turbine burners*. Flow, Turbulence and Combustion, 65(2) :177-203, 2000.
- [77] T. Schönfeld and M. Rudgyard. *Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver AVBP*. AIAA Journal, 37(11) :1378-1385, 1999.
- [78] T. Schuller, J. King, A. Majamaki, A. R. Karagozian and L. Cortelezzi. *An experimental study of acoustically controlled gaz jets in crossflow*. Bull. Am. Phys. Soc. 44(8), 111, 1999.
- [79] U. Shumann. *Subgrid scale model for finite difference simulations in plane channels and annuli*. Journal of Computational Physics, 18 :376-404, 1975.
- [80] S. Shapiro, J. King, A. R. Karagozian and R. M'Closkey, *Optimization of Controlled Jets in Crossflow*. 41st AIAA Aerospace Sciences, UCLA, Los Angeles, 2003.
- [81] J. Smagorinsky. *General Circulation Experiments with the primitive Equations*. I. The Basic Experiment, Monthly Weather Review, 91(3) :99-164, 1963.
- [82] S. H. Smith, A. Lozano, M.G. Mungal and R.K. Hanson. *Scalar mixing in the subsonic Jet In Crossflow*. Stanford University, Stanford, CA 94305-3032.
- [83] S.H. Smith and M. G. Mungal. *Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 357 :83-122, 1998.
- [84] A. Smirnov, S. Shi and I. Celik. *Random flow generation technique for Large Eddy Simulation and particle-dynamics modelling*. 2000.
- [85] A. Smirnov, S. Shi, I. Celik. *Random flow simulations with a bubble dynamics model*. Proceedings of FEDS00, ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting, Boston, Massachussets, USA, June 11-1, 2000.
- [86] C. E. Smith, M. V. Talpallikar and J. D. Holdeman. *A CFD study of jet mixing in reduced flow areas for lower combustor emissions*, AIAA-91-2460, 1991.
- [87] L. K. Su, M. G. Mungal. *simultaneous measurements of velocity and scalar fields : application in crossflowing jets and lifted jet diffusion flames*. Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, 1999.
- [88] H. Tennekes and J. L. Lumley. *A first course in turbulence*. The MIT press, 1987.
- [89] K.W. Thompson. *Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems*. Journal of Computational Physics, 68 :1-24, 1987.
- [90] J. Williams and M. N. Wood. *Aerodynamic interference effects with jet lift schemes on VSTOL Aircraft at Forward speeds*. AGARDograph 103, Aerodynamics of power plant installation, 2 :625-651, Oct. 1965.
- [91] L. L. Yuan, R. L. Street and J. H. Ferziger. *Large eddy simulations of a round jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 379 :71-104, 1999.

Annexe A

Diagnostics

A.1 Diagnostics pour le mélange

A.1.1 Les indices de mélanges

↗ Les indices de mélange SMD et TMD :

Deux indices destinés à étudier les inhomogénéités spatiales et temporelles dans un mélange fuel-air sont utilisés dans ce travail. Une comparaison directe avec l'expérience est réalisée : la fraction massique de fuel calculée par les simulations numériques LES est comparée avec des mesures LIF (Laser Induced Fluorescence, méthode décrite au paragraphe 1.3.1). Expérimentalement, les mesures instantanées de l'intensité $I_{i,k}$ en un point i et à l'instant k sont moyennées en une série de n images sous la forme :

$$\bar{I}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_{i,k} \quad (\text{A.1})$$

Les fluctuations temporelles du mélange sont alors évaluées en chaque point i d'une section et le Root Mean Square (RMS_i) est déduit et présenté dans l'équation A.2 :

$$RMS_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (\bar{I}_i - I_{i,k})^2} \quad (\text{A.2})$$

L'analyse statistique de distributions spatiales et temporelles est basée sur deux paramètres adimensionnels qui sont les indices de mélange SMD et TMD .

- Le Spatial Mixing Deficiency (SMD) représente la variation relative moyenne de la concentration du mélange à travers un plan. Il décrit les inhomogénéités spatiales dans le plan.

$$SMD = \frac{RMS_{plan}(\bar{I}_i)}{Avg_{plan}(\bar{I}_i)} \quad (\text{A.3})$$

où les moyennes dans un plan sont données par :

$$RMS_{plan} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n RMS_i \quad \text{et} \quad Avg_{plan}(\bar{I}_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{I}_i \quad (\text{A.4})$$

- Le Temporal Mixing Deficiency (TMD) décrit les fluctuations temporelles par rapport à la concentration moyenne dans le plan :

$$TMD = Avg_{plane} \left(\frac{RMS_i}{\bar{I}_i} \right) \quad (\text{A.5})$$

↗ **L'indice « unmixedness » :**

Comme les indices de mélange SMD et TMD définis ci-dessus, l'indice « unmixedness » peut être évalué à travers une analyse quantitative des distributions de concentration dans le plan. Cet indice est généralement défini ainsi [6] :

$$\Xi = \frac{c'^2}{C(1-C)} \quad (\text{A.6})$$

où C correspond à la concentration moyenne de l'espèce considérée (du fuel dans le cas d'un mélange fuel/air) et c' est la valeur *rms*. La valeur $C=1$ se réfère à des conditions de fuel pur tandis que $C=0$ se réfère à des conditions d'air pur. La détermination de Ξ permet de caractériser l'écoulement :

- $\Xi=0$ correspond à un mélange parfait ($c'=0$; $C \neq 0$).
- $\Xi=1$ correspond à une variance maximale ($c'=C=0.5$) et par conséquent à un mélange très inhomogène.
- $\Xi=\infty$ correspond à la présence d'air uniquement ($C=0$) ou de fuel uniquement ($C=1$).

Note : issue des fichiers de champs LES moyennés, la fraction massique de fuel Y_f^i , moyenne des fractions massiques $Y_f^{i,k}$ est directement assimilée à l'intensité \bar{I}_i , moyenne des intensités $I_{i,k}$.

A.1.2 La fonction de densité de probabilité (pdf)

La fonction de densité de probabilité en un point i suit la formulation suivante :

$$f(\xi; x_i) \equiv \{\text{Probabilité que l'évènement } I_{i,k} = \xi \text{ apparaisse.}\}, \quad (\text{A.7})$$

où ξ est la représentation statistique de I et x_i , le point considéré. La fonction $f(\xi, x_i)$ est construite à partir de la série temporelle $I_{i,k}$ définie au point x_i et pour la réalisation k . Les moyennes temporelles sont obtenues après intégration et sont définies comme telles :

$$\langle I_i \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi f(\xi, x_i) d\xi, \quad (\text{A.8})$$

$$RMS_i = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - \langle I_i \rangle)^2 f(\xi, x_i) d\xi \quad (A.9)$$

En se basant sur la formulation A.7, seule une information temporelle relative au point x_i est accessible. Une information spatiale peut être obtenue en comparant les pdf en différents points, c'est-à-dire pour différents x_i . En pratique, et pour un post-traitement plus aisé, la pdf de I n'est pas directement utilisée. L'information temporelle est traduite par la relation suivante :

$$\alpha = 100 \frac{(Y_f/Y_o)_{local}}{(Y_f/Y_o)_{global}} \quad (A.10)$$

où Y_f et Y_o sont les fractions massiques du fuel et de l'oxygène et où le rapport Y_f/Y_o est calculé au nœud (information locale) ou moyennée sur l'ensemble des nœuds du domaine de calcul (information globale). Lorsque $\alpha=100$, l'écoulement est considéré localement comme parfaitement homogène tandis que pour $\alpha<100$ et $\alpha>100$ le mélange est respectivement pauvre et riche en fuel.

A.2 Diagnostic pour les vortex : le critère Q

L'identification des structures cohérentes dans les écoulements s'avère nécessaire pour de nombreuses études, particulièrement pour des études de Jets In Cross-Flow, et vise à caractériser les inhomogénéités du mélange. Cette question a suscité de nombreux travaux théoriques (Jeond & Hussain [38], Hunt *et al.* [35], Dubief *et al.* [18]...) et est loin d'être résolue. En particulier la zoologie des structures cohérentes rencontrées dans un écoulement turbulent reste une question ouverte : dire ce qu'est un vortex peut être un exercice délicat. Dans ce paragraphe, les définitions d'un vortex (définitions quelque peu intuitives) qui sont proposées, sont le minimum local de pression, les lignes de courant et les paliers d'intensité de vorticité. A ce dernier critère, Lesieur [48] rajoute une conservation de la structure cohérente reconnaissable durant un temps t_c supérieur au temps de retournement ω^{-1} . Cependant ces différents critères de détection se voient parfois être en inadéquation totale dans certains écoulements. En effet, il existe parfois une inconsistance entre le minimum local de pression et la partie centrale d'un tourbillon notamment dans les écoulements cisailés où le minimum de pression est présent sans pour autant que l'écoulement soit rotationnel ou pour les écoulements visqueux et rotationnels où les effets de viscosité viennent éliminer le minimum de pression.

En vue d'une meilleure visualisation et donc d'une meilleure compréhension de ces vortex, le critère Q est présenté dans ce paragraphe : il ne tient pas compte du cisaillement présent dans l'écoulement et favorise ainsi la détection de la vorticité. Il faut noter que d'autres critères tels que le minimum local de pression ou le critère de Jeong et Hussain [38] utilisant les extr  mas de pression contenus dans la matrice Hessienne de la pression, permettent la détection de vortex. Ils ne sont pas présentés dans ce travail.

La compréhension et la validation du critère Q est réalisée par une comparaison directe avec la vorticité :

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u} = \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z} \quad (A.11)$$

Pour la détection des tourbillons, il est classique d'utiliser la norme de la vorticité ($\|\vec{\omega}\| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$) et la vorticité longitudinale (ω_x) notamment pour la visualisation de la

paire de vortex contrarotatifs d'un jet transverse.

↗ **Formulation mathématique du critère Q :**

Le critère Q , basé sur le second invariant Q du tenseur des gradients de vitesses est :

$$Q = \frac{1}{2} \left(\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right]^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2) \quad (\text{A.12})$$

où $\|S\| = [tr(SS^t)]^{\frac{1}{2}}$ et $\|\Omega\| = [tr(\Omega\Omega^t)]^{\frac{1}{2}}$ sont les composantes du tenseur symétrique et antisymétrique de ∇u : $S_{i,j} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$ et $\Omega_{i,j} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$. Il faut noter que, dans le cas d'écoulements incompressibles, le critère Q est directement relié au Laplacien de la pression dans l'équation de Poisson, $\nabla^2 p = 2 \rho Q$. Dans le cas d'un écoulement incompressible en deux dimensions, Q s'écrit alors :

$$Q = -\frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (\text{A.13})$$

Le Laplacien en deux dimensions pour un fluide parfait est donné par la relation A.14 :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \quad (\text{A.14})$$

L'incompressibilité mène à la relation suivante, Eq. A.15 :

$$2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 p \quad (\text{A.15})$$

$$2 \rho Q = \nabla^2 p \quad (\text{A.16})$$

Lorsque la valeur du critère Q est positive, c'est-à-dire lorsque le taux de rotation $\|\Omega\|$ est supérieur au taux de déformation $\|S\|$, cela indique la présence d'une structure tourbillonnaire. Une conséquence directe qui présente de réels avantages est d'éviter la mise en évidence de la couche de cisaillement à la paroi. La simulation d'un exemple simple de vortex en deux dimensions est effectuée ; elle vise à montrer l'utilité d'un tel critère.

↗ **Cas du vortex axi-symétrique 2D et lien avec le critère Q :**

En vue d'étudier la relation entre la vorticité et le critère Q , le cas simple d'un vortex axi-symétrique dans un écoulement est utilisé. Ce vortex initialement au centre du domaine est convecté vers la sortie à la vitesse U_0 . Pris dans le repère des coordonnées cylindriques, il est défini par la fonction de courant Ψ :

$$\Psi(r) = \Gamma \exp \left\{ -\frac{(r - r_c)^2}{R_c^2} \right\} \quad (\text{A.17})$$

où Γ est la circulation, R_c le rayon du vortex et r_c le centre du vortex (situé au centre du repère). Dans l'exemple considéré, Γ est égal à 1, R_c est égal à 0.001945 m. Il vient la

seule composante de vitesse u_θ ainsi que la vorticité ω_z :

$$u_\theta(r) = -\frac{r}{R_c^2} \Gamma \exp \left\{ -\frac{(r)^2}{2R_c^2} \right\} \quad (\text{A.18})$$

$$\omega_z = \frac{1}{r} \frac{d(ru_\theta)}{dr} = \frac{u_\theta}{r} + \frac{du_\theta}{dr} = \frac{\Gamma}{R_c^2} \exp \left\{ -\frac{r^2}{2R_c^2} \left(\frac{r^2}{R_c^2} - 2 \right) \right\} \quad (\text{A.19})$$

L'établissement du critère Q nécessite l'obtention des tenseurs des taux de déformation S et de rotation Ω correspondant aux parties symétrique et anti-symétrique du tenseur des gradients de vitesses.

$$S = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{du_\theta}{dr} - \frac{u_\theta}{r} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{du_\theta}{dr} - \frac{u_\theta}{r} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(-\frac{du_\theta}{dr} - \frac{u_\theta}{r} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{du_\theta}{dr} + \frac{u_\theta}{r} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La donnée analytique du vortex axi-symétrique dans un écoulement plan $2D$ amène aux expressions du critère du second invariant de la matrice du tenseur des vitesses Q dans le repère des coordonnées cylindriques :

$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2) = \frac{u_\theta}{r} \frac{du_\theta}{dr} \quad (\text{A.20})$$

Pour un écoulement plan axi-symétrique, l'expression du rapport, sous forme analytique, entre la vorticité et le critère Q donne la relation A.21. Cette relation montre que $Q^{1/2}$ est directement lié à la vorticité. En particulier pour r égal zéro, le maximum de $|Q|^{1/2}$ est égal à la moitié du maximum de vorticité.

$$\frac{|Q|^{1/2}}{\omega_z} = \frac{\left(1 - \frac{r^2}{R_c^2} \right)^{1/2}}{\left(2 - \frac{r^2}{R_c^2} \right)} \quad \text{avec, pour } r = 0 \quad |Q|^{1/2} = \frac{1}{2} \omega_z \quad (\text{A.21})$$

Cette relation est vérifiée analytiquement dans le cas de vortex $2D$ axi-symétrique mais n'est plus réellement acceptable pour la visualisation d'autres types de tourbillons ; la recherche d'une valeur seuil est à envisager. Le choix de cette valeur reste d'ailleurs la principale difficulté dans l'utilisation du critère Q . En effet, si le seuil choisi est trop faible, les structures cohérentes peuvent être masquées par l'écoulement ambiant. En augmentant ce seuil, le nombre de structures observables va diminuer. Dans l'étude des écoulements en configurations complexes présentées dans ce travail, la détermination de ce seuil sera choisi de manière empirique sur des critères entièrement subjectifs.

$\P \rightarrow$ Etude numérique :

Dans un premier test, des conditions de murs glissants sont utilisées afin d'établir une comparaison précise entre le critère Q et la vorticité et de relier les résultats obtenus par la simulation numérique à la formulation analytique. Des conditions de murs non glissants

seront prises dans un second test dans le but de prouver la supériorité du critère quant à la détection des structures cohérentes. Le choix du seuil du critère Q sera un paramètre essentiel à la bonne visualisation des structures.

Les mesures sont effectuées au bout d'un temps de convection égal 0.21 ms , le centre du vortex est alors situé à l'abscisse $x=0.098028\text{ m}$.

1. Cas des conditions limites de murs glissants

La vorticité ω_z et le critère Q sont visualisés et les profils respectifs sont représentés en Fig. A.1 selon trois axes parallèles à l'axe des y aux positions $x=0.098\text{ m}$ (centre du vortex), $x=0.0778\text{ m}$ (proche du centre du vortex) et $x=0.0278\text{ m}$ (relativement loin du centre du vortex).

↗ La vorticité :

Les profils de w_z montrent la présence de vorticité, et donc la présence potentielle d'une structure cohérente : les valeurs sont de l'ordre de 1000 s^{-1} à l'abscisse $x=0.0778\text{ m}$, c'est-à-dire près du centre du vortex, et de l'ordre de -50 s^{-1} à l'abscisse $x=0.0278\text{ m}$. La valeur maximale de w_z située à l'abscisse $x=0.098\text{ m}$ est de l'ordre $5.018 \cdot 10^3\text{ s}^{-1}$. La décroissance de la vorticité du centre du vortex vers l'extérieur se fait de façon relativement lente.

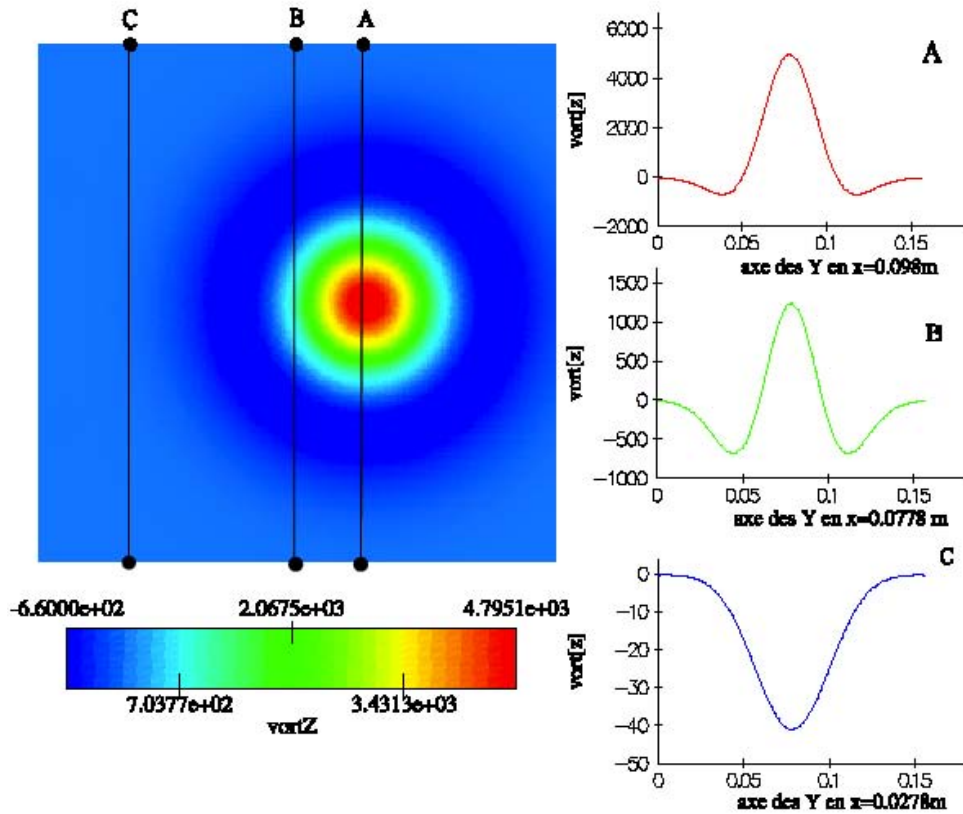


FIG. A.1 – Représentation de w_z au temps $t=0.21\text{ ms}$.

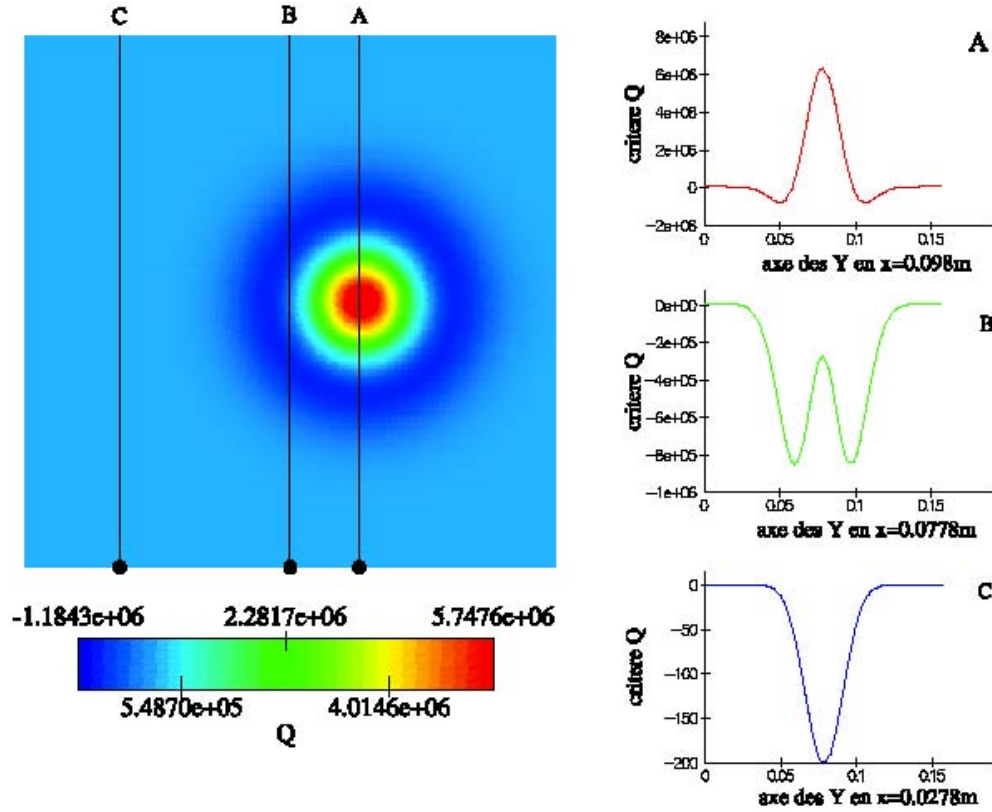


FIG. A.2 – Représentation du critère Q au temps $t=0.21\text{ ms}$.

↪ Le critère Q :

La détection du vortex par le critère Q est définie uniquement pour des valeurs positives de Q . Ainsi, pour les profils situés aux abscisses $x=0.0778\text{ m}$, position au point C, et $x=0.0278\text{ m}$, position au point B, la valeur de Q est négative et par conséquent il n'y a pas de détection de vortex. Ceci n'est pas le cas pour la détection de vortex par la vorticité, Fig. A.1. Sur la Fig. A.2, la frontière de la structure cohérente est délimitée de façon très précise. La valeur maximale de Q est aussi située à l'abscisse $x=0.098\text{ m}$ et est de l'ordre de $6.29 \cdot 10^6\text{ s}^{-2}$.

↪ Validation des résultats :

Le tableau A.1 contient les rapports entre w_z et le critère Q en différents points. Ces valeurs sont d'une part issues de la simulation numérique et d'autre part obtenues par la formulation analytique Eq. A.21. Les erreurs estimées entre les résultats numériques et

Coordonnées	A(0.09803,0.0778)	B(0.07935,0.0778)	C(0.0778,0.07935)
Valeurs numériques	$5.0 \cdot 10^{-1}$	$4.9 \cdot 10^{-1}$	$5.0 \cdot 10^{-1}$
Valeurs analytiques	$5.0 \cdot 10^{-1}$	$4.4464 \cdot 10^{-1}$	$4.411 \cdot 10^{-1}$
Erreur (%)	0	9.3	9.8

TAB. A.1 – Comparaison des valeurs numériques aux valeurs issues de la formulation analytique.

les résultats issus de la formulation analytique peuvent être dues d'une part à l'outil de post-traitement utilisé (interpolations linéaires, approximations...) et d'autre part au fait que la prise de mesure des maximums de vorticité et de la valeur Q ne correspond pas exactement au centre du vortex.

2. Cas des conditions limites de murs non glissants

La condition de murs non glissants, qui représente nettement mieux la réalité, implique l'apparition de couches limites aux frontières, et donc l'apparition d'un cisaillement. La détection de la vorticité, Fig. A.3 (a) met clairement en évidence la présence d'un fort cisaillement à la paroi, mise en évidence non souhaitée dans la détection de structures cohérentes. La vorticité ω_z atteint des valeurs de l'ordre de $3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, environ 8 fois plus élevées que la valeur au centre du vortex (de l'ordre de $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$). Ce cisaillement n'est pas décelé lors de l'utilisation du critère Q pour la détection de structures cohérentes. Seules deux zones situées à l'entrée du domaine près des parois sont présentes et caractérisent l'influence de la condition d'entrée sur l'écoulement.

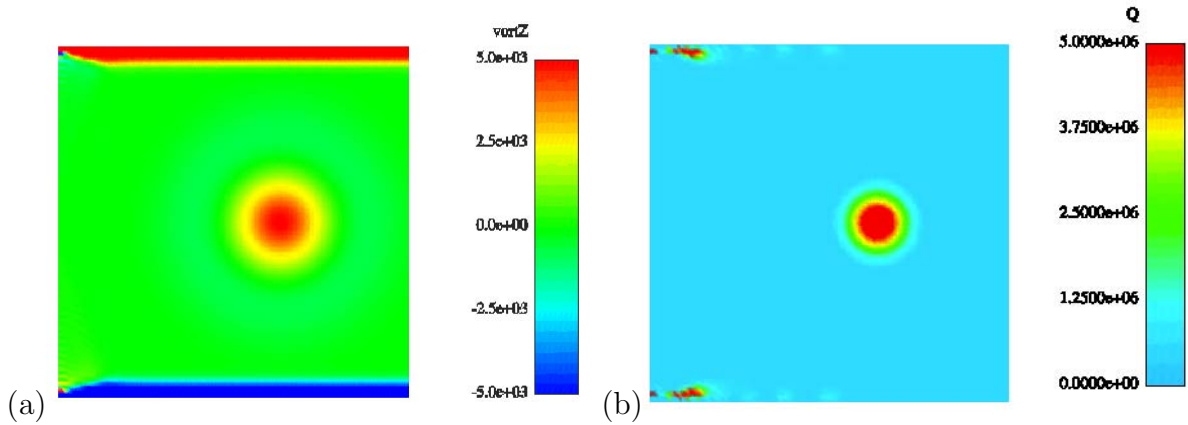


FIG. A.3 – Comparaison du critère Q (a) et de la vorticité ω_z (b) et mise en évidence de la couche de cisaillement à la paroi.

Cependant, lors de la détection des vortex par le critère Q , il faut noter la présence de zones où Q possède des valeurs positives d'un facteur 100 à 1000 fois plus petit que les valeurs de Q issues de la structure cohérente. Une mise à l'échelle a été effectuée Fig. A.4 et traduit le fait qu'il existe un seuil à respecter pour une bonne mise en évidence des structures cohérentes. La visualisation du vortex axi-symétrique considéré par le critère Q amène à ne prendre en compte que les valeurs maximales de Q (de l'ordre de 10^5 s^{-2}) et de ne pas mettre en évidence les valeurs inférieures d'un facteur 100 environ.

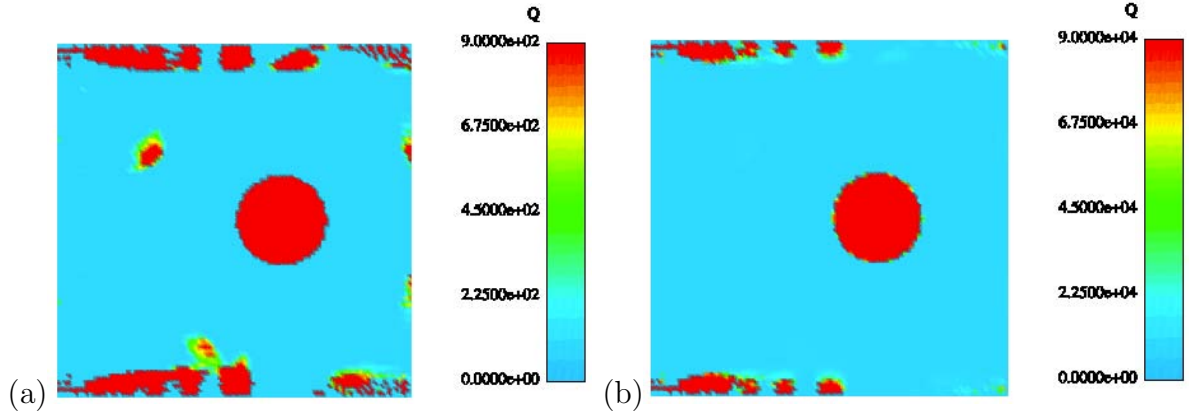


FIG. A.4 – Mise en évidence des valeurs positives de Q . (a) : échelle de Q égale à $9 \cdot 10^4 s^{-2}$, (b) : échelle maximale de Q égale à $9 \cdot 10^2 s^{-2}$.